

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ

УДК. 621.833.01-023-723

Ю.С. МЕШКОВ

Херсонський національний технічний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗОВНІШНЬОГО ТЕРТЯ У ВИЩІЙ КІНЕМАТИЧНІЙ ПАРІ ПРИ КОЧЕННІ ЦИЛІНДРА ПО ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ

У даній статті розглядається аналіз процесів тертя у вищій кінематичній парі з позиції прикладної механіки. Процес зовнішнього тертя розглядається не з позиції причин, що обумовлюють явища тертя між контактуючими поверхнями, а на підставі аналізу процесів взаємодії сил тертя, що забезпечують умови дотримання законів Ньютона і закону збереження енергії.

Ключові слова: тертя, кінематичні пари, прикладна механіка, ступінь рухливості, сили опору, закони Ньютона, рухлива система.

Ю.Е. МЕШКОВ

Херсонский национальный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЯ ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ В ВЫСШЕЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРЕ ПРИ КОЧЕННИИ ЦИЛИНДРА ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

В данной статье рассматривается анализ процессов трения в высшей кинематической паре спозиции прикладной механики. Процесс внешнего трения рассматривается не с позиции причин, которые обуславливают явление трения между контактирующими поверхностями, а на основании анализа процессов взаимодействия сил трения обеспечивающих условия соблюдения законов Ньютона и закона сохранения энергии.

Ключевые слова: трение, кинематические пары, прикладная механика, степень подвижности, силы сопротивления, законы Ньютона, подвижная система.

U.E. MESHKOV

Kherson National Technical University

RESEARCH OF EXTERNAL FRICTION IN HIGHER KINEMATICS PAIR WHILE WOUBLING OF CYLINDER IN HORIZONTAL PLANE

In this article the analysis of friction processes in a higher kinematics pair are examined from the point of view of the applied mechanics. The process of external friction are examined not from the reasons that stipulate the frictions phenomena between contacting surfaces, but on the basis of analysis of processes of co-operation of forces of friction, that provide the terms of observance of the Newton's laws and the law of conservation of energy.

Keywords: friction, kinematics pairs, applied mechanics, degree of mobility, force of resistance, Newton's laws, movable system.

Постановка проблеми

Тертя в вищих кінематичних парах, швидкості яких в точках контакту однакові по величині і напрямку досить широко застосовуються в машинобудуванні, приладобудуванні та виробках спеціального призначення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Ефективність дослідження тертя у вищих кінематичних парах, що впливає на системи рухомих зеднань при механічних випробуваннях, показана в роботах [2-4].

У зв'язку з цим, був запропонований аналіз зовнішнього тертя не з причин, що обумовлюють явища тертя між контактуючими поверхнями, а на підставі аналізу процесів взаємодії сил тертя.

Формулювання мети дослідження

Метою роботи було вивчення умов дотримання законів Ньютона і закону збереження енергії при прискореному русі циліндра у вищій кінематичній парі, який може бути реалізований або у вигляді прискореного плоско паралельного руху без ковзання при одній ступені рухливості кінематичної пари, та

прискореного плоско паралельного руху з ковзанням при двох ступінях рухливості вищої кінематичної пари.

Викладення основного матеріалу дослідження

Процес тертя кочення абсолютно твердого циліндра 1 ($E_1=\infty$) радіусом R_1 по абсолютно твердій горизонтальній основі 2 ($E_2=\infty$) є процесом тертя у вищій кінематичній парі 1-2, коли ця пара має два ступені рухливості при плоско паралельному русі циліндра [2-7]. Одна ступінь рухливості визначає поступальний рух осі циліндра уздовж горизонтальної основи. Інша - обертання циліндра навколо його осі з кутовою швидкістю ω_1 і лінійною швидкістю зовнішньої поверхні циліндра ($v_n = \omega_1 R_1$) відмінною від швидкості поступального переміщення циліндра (швидкості переміщення осі обертання $v_{O1} = v_1$).

Умова $|v_1| = |v_n|$ визначає наявність двох ступіней рухливості кінематичної пари 1-2, коли контакт циліндра і основи для ідеально твердих тіл 1 і 2 ($E_1=E_2=\infty$) в площині перпендикулярній осі обертання циліндра здійснюється в точці К. Відмітимо, що в цьому випадку процес тертя кочення не може характеризувати плече тертя кочення (l_k), що представляє при $E_1 \neq \infty$ і $E_2 \neq \infty$ відстань між точкою прикладення сили тяжіння циліндра (G_1) і силою реакції з боку основи на циліндр ($N_{12} = G_1$), які при $l_k \neq 0$ створюють момент опору пари сил ($M_Q = G_1 l_k$) при коченні циліндра під дією зовнішнього рушійного моменту пари сил $M_1 = M_Q$. Таким чином, особливість кочення абсолютно твердих тіл полягає в тому, що в точці (лінії) контакту вищої кінематичної пари, повинна діяти сила опору руху циліндра, яка створюватиме момент сили опору коченню цього циліндра за відсутності плеча тертя кочення на поверхні основи враховуючи умову $|v_1| \neq |v_n|$. Очевидно, такою силою при відносному русі поверхні циліндра і основи може бути тільки сила зовнішнього тертя, плечем дії якої для створення моменту сил опору руху являється радіус циліндра [8].

Сила тертя (T), за визначенням [1], - це "сила опору при відносному переміщенні одного тіла по поверхні іншого, під дією зовнішньої сили, тангенціально направленої до загальної межі між цими тілами":

$$T = fN = \int_{(S)} \tau(s) dS, \tag{1}$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання;
 N – нормальна сила, що притискує тіла пари тертя один до одного;
 $\tau(s)$ – питома сила тертя на поверхні тертя S .

Сила тертя (рівнодійна $\tau(s)$), яка діє між тілами 1 - 2 пари тертя в одній і тій же точці простору K на поверхні тертя, є для тіл пари тертя внутрішньою силою

$$T = T_{1-2}^i \tag{2}$$

і не робить вплив на умови рівноваги зовнішніх сил (моментів сил) пари тертя 1-2. При цьому складові сили тертя T_{1-2}^i , які діють на тіло 1 з боку тіла 2 (T_{1-2}) і на тіло 2 з боку тіла 1 (T_{2-1}) визначаються згідно третього закону Ньютона

$$T_{21} = -T_{12} = |T_{1-2}| \tag{3}$$

і для кожного окремо взятого тіла 1 або 2 ці складові T_{12} або T_{21} є зовнішніми силами. У свою чергу силу тертя T_{12} можна представити:

$$T_{12} = T_{12} \frac{v_2}{v_1} + T_{12} \frac{v_1 - v_2}{v_1} = T_{12}^{(M)} + T_{12}^{(D)}, \tag{4}$$

де v_1 і v_2 – відповідно швидкості руху привідного тіла 1 і веденого тіла 2 пари тертя 1 - 2 ($v_1 > v_2$);
 $T_{12}^{(M)}$ – механічна складова сили тертя T_{12} , що забезпечує опір переміщенню тілу 1 з боку тіла 2

при передачі механічної енергії з боку привідного тіла 1 веденому тілу 2;

$T_{12}^{(D)}$ – дисипативна складова сили тертя T_{12} , що забезпечує дисипацію частини механічної енергії при ковзанні привідного тіла 1 відносно веденого тіла 2.

При $v_1 = v_2$ з рівняння (4) слідує

$$T_{12}^{(D)} = 0 \text{ і } T_{12}^{(M)} = T_{12} = f^{(n)} N_1 \tag{5}$$

де $0 \leq f^{(n)} \leq f$ – коефіцієнт тертя спокою;

N_1 – нормальна сила, що діє на тіло 1, що притискує тіла пари тертя 1 - 2 один до одного.

При $v_2 = 0$ з рівняння (4) виходить

$$T_{12}^{(M)} = 0 \text{ і } T_{12}^{(D)} = T_{12} = f N_1. \tag{6}$$

Виходячи з приведених вище характеристик процесів зовнішнього тертя розглянемо (рис. 1) процес кочення (руху) абсолютно твердого важкого циліндра 1 по абсолютно твердій горизонтальній

поверхні 2 [8]. Умова такого руху визначатиметься системою рівнянь рівноваги сил і моментів сил в рухливій системі координат xOy , пов'язаною з віссю обертання циліндра O_1

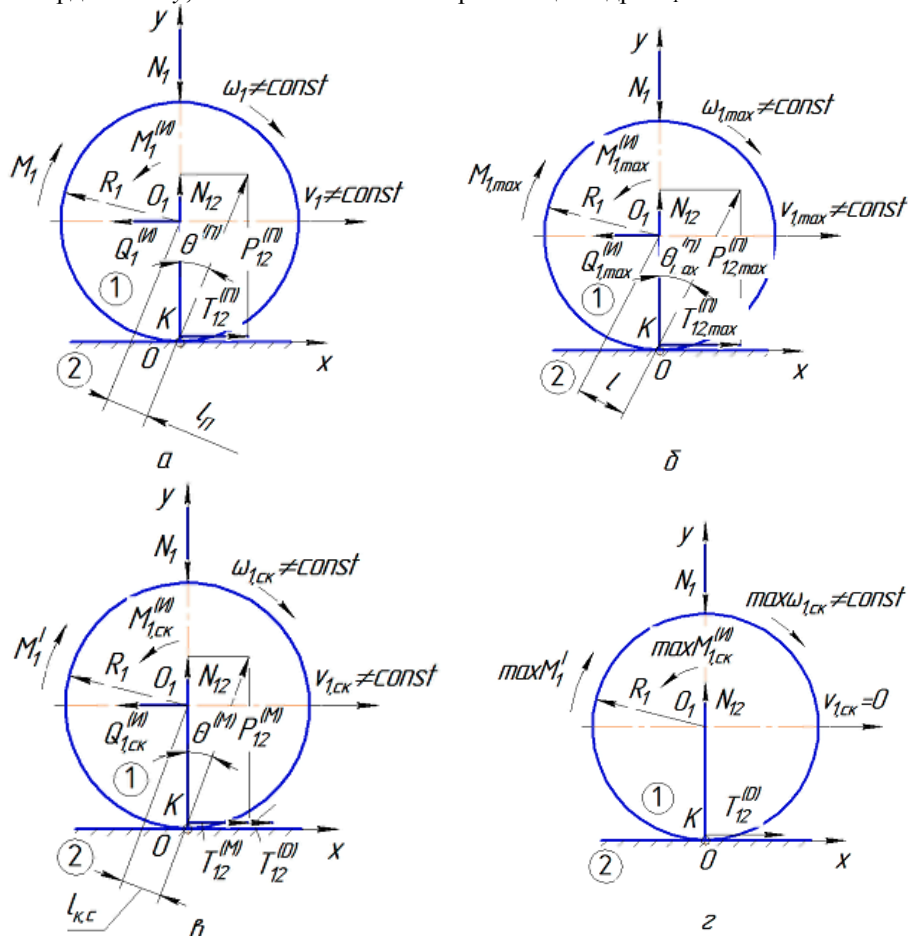


Рис. 1. Тертя руху: а і б – тертя кочення; в - тертя кочення з ковзанням; г - буксування

На рис. 1, з метою спрощення зображення розрахункової схеми, сила тяжіння циліндра G_1 умовно перенесена з точки O_1 , центру маси циліндра, уздовж лінії дії сили тяжіння на нижню поверхню циліндра.

$$\begin{cases} \Sigma X = 0 \\ \Sigma Y = 0 \\ \Sigma M_o = 0 \end{cases} \quad (7)$$

При складанні розрахункової схеми процесу кочення (рис. 1,а) необхідно враховувати, що в кожен поточний момент часу t має місце співвідношення $v_1(t) = v_n(t) = \omega_1(t)R_1$ ковзання тіла 1 відносно тіла 2 в точці K відсутнє ($\Delta v_{12}(t) = v_1(t) - v_n(t) = 0$), то в цій точці на тіло 1 з боку тіла 2 діє сила тертя спокою $T_{12}^{(II)}$. Згідно рівнянню $\Sigma X = 0$, цю силу $T_{12}^{(II)}$ може зрівноважити інша сила, якій для умови навантаження тіла 1 моментом сили $M_1(t) = const = M_1$ може бути лише сила інерції $Q_1^{(II)} = -m_1 a_1$, що виникає при поступальному русі центру маси m_1 тіла 1 з прискоренням a_1 .

У свою чергу, прискорений поступальний рух тіла 1 при плоско паралельному русі визначає обертання цього тіла відносно центру маси з кутовим прискоренням $\varepsilon_1 = \frac{a_1}{R_1}$, при якому виникає момент сили інерції

$$M_1^{(II)} = -\varepsilon_1 I_{O1},$$

де $I_{O1} = \frac{1}{2} m_1 R_1^2$ – момент інерції тіла обертання у вигляді суцільного циліндра відносно його центру маси, поєднаного з віссю обертання. Цей момент сили інерції може бути реалізований при відхиленні

повної сили реакції ($\bar{P}_{12}^{(II)} = \bar{N}_{12} + \bar{T}_{12}^{(II)}$) у точці K на кут тертя спокою ($\theta^{(II)} = \text{arctg}(f^{(II)})$) виходячи з умови

$$M_1^{(II)} = R_{12}^{(II)} \ell_{II} = R_{12}^{(II)} R_1 \text{tg} \theta^{(II)} \approx R_{12}^{(II)} f^{(II)}, \quad (8)$$

де ℓ_{II} – плече повної сили реакції відносно осі обертання циліндра при його коченні без ковзання.

Таким чином, для розрахункової схеми процесу кочення (рис. 1,а) система рівнянь (7) буде представлена у вигляді:

$$\begin{cases} \Sigma \bar{O} = \dot{O}_{12}^{(I)} - Q_1^{(E)} = 0 \\ \Sigma \dot{O} = N_1 - N_{12} = 0 \\ \Sigma \dot{I} = \dot{I}_1 - \dot{I}_1^{(E)} - \dot{O}_{12}^{(I)} R_1 = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

де $N_1 = G_1 = m_1 g$.

Із системи рівнянь (9) слідує

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \frac{M_1}{R_1} = f^{(II)} N_{12} \\ a_1 = \frac{T_{12}^{(II)}}{m} = g f^{(II)} \end{cases}. \quad (10)$$

Зі збільшенням зовнішнього моменту M_1 до величини $M_{1\text{max}}$, (рис. 1,б), при якому в точці K відсутнє ковзання поверхні циліндра відносно основи, отримаємо

$$M_{1\text{max}} = \frac{3}{2} f_{\text{max}}^{(II)} G_1 R_1 = \frac{3}{2} f m_1 g R_1. \quad (11)$$

У цьому випадку на циліндр 1 діятиме максимальна величина сили тертя спокою $T_{12}^{(II)\text{max}} = f_{\text{max}}^{(II)} N_{12} = f N_{12}$, яка визначає граничні умови процесу кочення без ковзання і обумовлює максимальні значення:

- повної сили реакції $\bar{P}_{12}^{(II)\text{max}} = \bar{P}_{12} = \bar{T}_{12} + \bar{N}_{12}$ при її повороті на кут $\theta_{\text{max}}^{(II)} = \theta = \text{arctg}(f)$;
- плеча сили реакції відносно осі обертання циліндра $\ell_{(II)\text{max}} = \ell = R_1 f$;
- сили інерції $Q_{1\text{max}}^{(II)} = -m a_{1\text{max}}$ і моменту сили інерції $M_{1\text{max}}^{(II)} = -\varepsilon_{1\text{max}} I_{O1}$ при поступальному русі циліндра з максимальним прискоренням $a_{1\text{max}}$ і його обертання з кутовим прискоренням $\varepsilon_{1\text{max}} = \frac{a_{1\text{max}}}{R_1} = \frac{3fg}{2R_1}$ в процесі кочення без ковзання.

Приймаючи

$$M_{1\text{max}} = f_{cu} N_{12} R_1 = f_{cu} m_1 g R_1, \quad (12)$$

де f_{cu} – коефіцієнт зчеплення при коченні тіла обертання, який визначає величину максимального моменту сил руху у вигляді пари сил, при якому кочення важкого циліндра по горизонтальній площині здійснюється без ковзання, з рівнянь (11) - (12) отримаємо

$$f_{cu} = \frac{3}{2} f, \quad (13)$$

Якщо до тіла 1 прикласти момент сил обертання (рис. 1,в), то кутове прискорення, яке визначає прискорений рух (ковзання) зовнішньої поверхні циліндра 1 по нерухомій основі 2, визначається рівнянням

$$\varepsilon_{1ck} = \frac{M_1 - M_{1\text{max}}}{I_{O1}} = \varepsilon_1 - \varepsilon_{1\text{max}}, \quad (14)$$

де $\varepsilon_1 > \varepsilon_{1\text{max}}$ – кутове прискорення тіла 1 під дією моменту сили M_1 .

Прискорення ковзання поверхні циліндра тіла 1 по поверхні тіла 2 в точці контакту K складе

$$\Delta a_{12} = \varepsilon_{1ck} R_1. \quad (15)$$

Відповідно прискорення поступального руху циліндра 1 (його центру обертання) при коченні з ковзанням буде дорівнювати

$$a_{1ck} = a_{1\text{max}} - \Delta a_{12} = (2\varepsilon_{1\text{max}} - \varepsilon_1 R_1) < a_{1\text{max}}. \quad (16)$$

У цьому випадку зовнішній момент M_1 долатиме як момент сил інерції $M_{1ck}^{(II)} = -\varepsilon_{1ck} I_{O1}$, обумовлений прискоренням обертанням циліндра при його коченні з ковзанням, так і момент сил тертя $M_{1ck} = T_{12} R_1$, який в умовах кочення з ковзанням

$$v_n = R_1 \omega_{1ck} = R_1 \varepsilon_1 t > v_{1\text{max}} = R_1 \omega_{\text{max}} = R_1 \varepsilon_{1\text{max}} t \quad (17)$$

є можливість представити у вигляді

$$M_{1ck} = T_{12}R_1 = (T_{12}^{(D)} + T_{12}^{(M)})R_1, \quad (18)$$

де $T_{12}^{(D)} = T_{12} \frac{v_n - v_{1max}}{v_n} = T_{12} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{1max}}{\varepsilon_1}$ – складова сили тертя T_{12} , яка забезпечує дисипацію частини

механічної енергії джерела енергії моменту сил руху M_I і не робить вплив на умови рівноваги потенційних сил, що діють на циліндр при його коченні по нерухомій основі;

$T_{12}^{(M)} = T_{12} \frac{\varepsilon_{1max}}{\varepsilon_1} < T_{12}^{(II)max}$ – складова сили тертя T_{12} , яка при коченні циліндра 1 з ковзанням відносно

основи 2 забезпечує перехід частини механічної енергії джерела енергії моменту сил руху M_I в кінетичну енергію циліндра, врівноважуючи силу $Q_{1ck}^{(II)}$.

Умова $T_{12}^{(M)} = Q_{1ck}^{(II)} = -m_1 a_{1ck} < Q_{1max}^{(II)} = -m_1 a_{1max}$ (рис. 1,в) задовольняє розв'язанню системи рівнянь (7) при переміщенні тіла 1 з прискоренням $a_{1ck} < a_{1max}$, коли $a_{1ck} < a_{1max}$. У цьому випадку $\theta^{(M)} < \theta_{max}^{(II)} = 0$ і плече сили реакції $\bar{P}_{12}^{(M)} = \bar{N}_{12} + \bar{T}_{12}^{(M)}$ відносно осі обертання циліндра при коченні з ковзанням складе $\ell_{kc} = R_1 \operatorname{tg} \theta^{(M)} < \ell = R_1 \operatorname{tg} \theta$.

З рівняння (14) можна визначити умову (рис. 1, г)

$$M_{1max} = 2fm_1gR_1 \quad (19)$$

при якій настає буксування тіла 1, тобто обертання циліндра у відсутності поступального переміщення ($v_{1ck} = 0$) по горизонтальній поверхні.

Аналіз отриманих рішень для різних умов кочення абсолютно твердого циліндра показує, що рух абсолютно твердого циліндра по абсолютно твердій горизонтальній основі в умовах сухого тертя за відсутності зовнішнього моменту потенційних сил опору руху обумовлений прискореним обертанням циліндра:

- при русі циліндра 1 по основі 2, має місце кочення циліндра без ковзання при поступальному переміщенні осі циліндра із швидкістю, що дорівнює лінійній швидкості зовнішньої поверхні циліндра (аналог поступального переміщення повзуна без тертя в поступальній кінематичній парі);
- при русі циліндра 1 по основі 2, має місце кочення циліндра при ковзанні;
- при русі циліндра 1 по основі 2, має місце процес буксування (ковзання циліндра по площині в зоні контакту без його поступального переміщення) – аналог обертання циліндра у втулці (плоский шарнір) при прагненні радіусу втулки до нескінченності.

Висновки

Процес кочення абсолютно твердого циліндра по абсолютно твердій горизонтальній основі представляє процес:

- прискореного руху циліндра у вищій кінематичній парі, який може бути реалізований або у вигляді прискореного плоско паралельного руху без ковзання при одній ступені рухливості кінематичної пари;
- прискореного плоско паралельного руху з ковзанням при двох ступенях рухливості вищої кінематичної пари;
- прискореного обертання відносно нерухомої осі (буксування) при одній ступені рухливості вищої кінематичної пари.

Список використаної літератури

1. ГОСТ 27674. Трение, изнашивание и смазка. Термины и определения. – [Действует от 1988-03-31]. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 20 с.
2. Тимофеев Г.А. Теория механизмов и машин: курс лекций / Г.А.Тимофеев. – М.: Высшее образование, 2009. – 352 с.
3. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие / [М.З. Коловский, А.Н. Евграфов, Ю.А. Семёнов, А.В. Слоущ]. – 3-е изд., испр. – М.: Издательский центр "Академия", 2008. – 560 с.
4. А.А. Романцев. К вопросу создания единой системы подвижных соединений // Теория механизмов и машин, 2012. – №2(20). – Том 10. – С.72-76.
5. И.В. Добров. Физические основы процессов внешнего трения при решении задач прикладной механики // Трение и смазка в машинах и механизмах, 2007. – № 7. – С.3–10.
7. В.А. Кохановский. Аксиоматика трения // Трение и смазка в машинах и механизмах, 2010. – №11. – С.46–48.
8. Зависимости коэффициента сцепления пары колесо—рельс от параметров контакта / И.А. Жаров, О.Г. Сааме, С.Б. Курцев, И.Н. Воронин // Трение и износ, 2002. – Том 23. – №6. – С.611-618.