

А.Н. ДАНИЛИН, В.В. КОМЯК

Национальный университет гражданской защиты Украины

К.Т.КЯЗИМОВ

Академия МЧС Азербайджанской республики

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ВЫБОРА ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ И ИХ МЕСТОПОЛОЖЕНИЙ ДЛЯ ЭВАКУАЦИИ ИЗ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ

В статье предложены математические модели оптимизации выбора технических средств и их местоположений в высотных зданиях для их применения при аварийной эвакуации в случае возникновения чрезвычайных ситуаций.

Ключевые слова: технические средства эвакуации, комбинаторная оптимизация, оптимизация размещения

О.М. ДАНИЛІН, В.В. КОМЯК

Національний університет цивільного захисту України

К.Т.КЯЗИМОВ

Академія МНС Азербайджанської республіки

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИБОРУ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ ТА ЇХ МІСЦЕЗНАХОДЖЕНЬ ДЛЯ ЕВАКУАЦІЇ З ВИСОТНИХ БУДІВЕЛЬ

В статті запропоновано математичні моделі оптимізації вибору технічних засобів та їх місцезнаходжень у висотних будівлях для їх застосування при аварійній евакуації у випадку надзвичайної ситуації

Ключові слова: технічні засоби евакуації, комбінаторна оптимізація, оптимізація розміщення

A.N. DANILIN, V.V. KOMYAK

National university of the civil protection of the Ukraine

K.T. KYAZIMOV

Academy of Ministry of Emergency Situations of Azerbaijan Republic

MATHEMATICAL MODELS OF OPTIMIZING THE CHOICE OF THE TECHNICAL FACILITIES AND THEIR LOCATIONS FOR EVACUATION FROM HIGH-RISE BUILDINGS

The paper presents mathematical model of optimization of choice of means and their locations in the high-rise buildings for their use in an emergency evacuation in case of emergency

Keywords: technical means of escape, combinatorial optimization, optimization of placement

Постановка проблемы

Развитие человечества на современном этапе определяется уровнем развития науки и технологий, возможностями эффективно решать новые сложные задачи. Современные научные подходы к решению проблем практически во всех областях опираются на достижения в области математического моделирования и компьютерных технологий.

Одной из проблем на сегодняшний день является безопасность жизнедеятельности людей в высотных зданиях. При пожарах люди остаются отрезанными от путей эвакуации, источников электроэнергии, лифтов, более того пожарная техника оборудована неэффективно с точки зрения проведения спасательных работ на этажах, выше 14 – 16 -ого.

В случае, когда пути к лестничным клеткам перекрыты, а лифты отключены, возможна эвакуация людей путем их выхода на лоджии для последующего перехода (если это возможно) в другой подъезд; либо для спуска с помощью стационарных спасательных средств индивидуального или коллективного использования на противопожарные карнизы, которые расположены по периметру здания на границе каждого из противопожарных отсеков и которые разбивают здание по высоте на отдельные противопожарные зоны. Спуск людей на граничные этажи противопожарных отсеков позволит им укрыться на этаже в специально оборудованном убежище отсека, либо с помощью пожарных осуществить

окончательную эвакуацию с противопожарных карнизов. Поэтому актуальной является задача рационального выбора стационарных спасательных средств и их местоположений, позволяющих за необходимое время, определяемое исходя из объемно-планировочных решений здания, покинуть здание при чрезвычайной ситуации.

Анализ последних достижений и публикаций

В работе [1] поставлена задача разбиения здания на этапе его проектирования на противопожарные отсеки плоскостями, параллельными xOy , позволяющая осуществить полную аварийную эвакуацию людей внутри каждого отсека с помощью стационарных средств за допустимое время. Решена задача размещения одного вида из набора средств в каждом из отсеков.

Формулирование цели исследования

Целью статьи является построение математических моделей оптимизации выбора технических средств и их местоположений в высотных зданиях для разработки эффективных методов решения.

Изложение основного материала исследования

Для защиты высотных зданий используются следующие средства: индивидуальные средства одноразового использования (веревочные, тросовые устройства, парашюты); индивидуальные средства многократного использования (веревочные, тросовые устройства); коллективные средства непрерывного действия многократного использования (эластичные рукава и т.д.); коллективные средства дискретного действия многократного использования (навесные лифты и другие специальные конструкции). Пусть количество средств защиты насчитывает l типов.

Рассмотрим высотное здание, его можно представить в виде геометрического объекта любой пространственной формы, в частном случае, в виде прямоугольного параллелепипеда S_0 . Рассматриваемое здание заполнено людьми, количество которых различно на этажах, в зависимости от его функционального назначения. Другими словами, область S_0 является неоднородной с точки зрения рассматриваемой характеристики. Неоднородная область S_0 по высоте на этапе проектирования разбивается резами на n подобластей (противопожарных отсеков с разной пожарной опасностью), т.е. $S_j, j = 1, 2, \dots, n,$

$$S_i \cap S_j = \emptyset; i > j = 1, 2, \dots, n; (R^3 \setminus S_0) \cap S_i = \emptyset, i = 1, 2, \dots, n; \quad S_0 = \bigcup_{j=1}^n S_j, \quad S_j = \bigcup_{k=1}^{n_j} S_j^k, \quad \text{где}$$

$S_j^1, S_j^2, \dots, S_j^{n_j}$ соответственно первый, второй, ..., n_j -тые этажи j -того отсека. Под пожарной опасностью понимается как разная пожарная опасность отсеков, так и разная возможность для эвакуации: например, с первых или последних этажей, которые могут быть отрезаны от выходов.

К местоположению вышеперечисленных средств защиты выдвигается ряд ограничений, которые определяют дискретную область допустимых размещений $D\{(x_c^i, y_c^i, z_c^i)\}, c = 1, 2, \dots, C_i, i = 1, 2, \dots, l,$ где C_i – количество возможных мест размещения для i -того средства. Каждое i -тое средство защиты может быть использовано n_i раз. ($n_i = 1$ – в случае одноразового использования; $n_i = \left\lfloor \frac{N_i}{k_i} \right\rfloor$ – для случая многократного использования, k_i – вместимость i -того средства, N_i – количество людей, использующих i -тое средство.

Возникает следующая задача.

Необходимо определить соответствующий разбиению здания на противопожарные отсеки набор средств защиты $T_m, m = 1, 2, \dots, mm, mm = \sum_{i=1}^l M_i$ (M_i – количество i -того средства защиты) и места их размещения $\sum_i (x_m^i, y_m^i, z_m^i), m = 1, 2, \dots, M_i \in \{(x_c^i, y_c^i, z_c^i)\}, c = 1, 2, \dots, C_i$, чтобы максимальное время t аварийной эвакуации людей из каждого этажа на крайние ряды (этажи) соответствующих отсеков не превышало допустимого времени с учетом разной пожарной опасности пожарных отсеков при ограничении на содержание средств эвакуации, либо была минимальной стоимостью C средств эвакуации оборудованных отсеков при выполнении ограничения на время эвакуации.

Другими словами, необходимо найти

$$Q(u) = \max_j t(x_1^j, y_1^j, z_1^j, \dots, x_{n_j}^j, y_{n_j}^j, z_{n_j}^j) \rightarrow \min_{u \in D}, \quad (1)$$

$D:$

$$\begin{cases} t_j \leq t_{\text{дон}}, j = 1, 2, \dots, n; \\ C \leq C_{\text{дон}}, \end{cases} \quad (2)$$

$$C \leq C_{\text{дон}}, \quad (3)$$

или найти

$$Q(u) = \max_j C(x_1^j, y_1^j, z_1^j, \dots, x_{n_j}^j, y_{n_j}^j, z_{n_j}^j) \rightarrow \min_{u \in D}, \quad (4)$$

$D:$

$$t_j \leq t_{\text{дон}}, j = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Рассмотрим особенности рассматриваемой задачи.

Рассмотрим случай, когда здание защищается одним видом средств. В рассматриваемом случае необходимо рассмотреть $C_l^1 = l$ вариантов выбора средства, количество элементов выбранного $i \in \{1, \dots, l\}$ -того вида определяется по формуле $n_i^k = \left\lfloor \frac{N_k}{k_i} \right\rfloor$, $K_i = \sum_k n_i^k$, где N_k, k_i – соответственно количество людей на k -том этаже и вместимость i -того средства. Таким образом, выбор необходимого количества средств можно осуществить $L_1 = C_l^1 \cdot \max_{i \in \{1, \dots, l\}} \left\{ \sum_k n_i^k \right\}$ способами.

В случае двух средств защиты необходимо рассмотреть C_l^2 вариантов выбора пары $(i, j), i, j \in \{1, 2, \dots, l\}$. Количество единиц каждого вида средств (кортеж определяемой длины n_i^k, n_j^k вычисляется из множеств $n_i^k \in \{1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{N_k}{k_i} \right\rfloor\}$, $n_j^k \in \{1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{N_k}{k_j} \right\rfloor\}$, где $n_i^k \cdot k_i + n_j^k \cdot k_j = N_k$. Таким образом, выбор необходимого количества пары средств можно осуществить $L_2 = C_l^2 \cdot \left(\max_{i, j \in \{1, \dots, l\}} \left\{ \prod_k \left\lfloor \frac{N_k}{k_i} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{N_k}{k_j} \right\rfloor \right\} \right)$ способами (верхняя оценка). Аналогично, выбор трех видов средств $(i, j, r), i, j, r \in \{1, 2, \dots, l\}$ можно осуществить $L_3 = C_l^3 \cdot \left(\max_{i, j, r \in \{1, \dots, l\}} \left\{ \prod_k \left\lfloor \frac{N_k}{k_i} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{N_k}{k_j} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{N_k}{k_r} \right\rfloor \right\} \right)$ способами, с учетом ограничения $n_i^k \cdot k_i + n_j^k \cdot k_j + n_r^k \cdot k_r = N_k$.

Таким образом, необходимое количество средств защиты $K = \sum_{i=1}^l \left(\sum_k n_i^k \right) = \sum_{i=1}^l K_i$ может быть определено, исходя из их свойств, следующим количеством способов (верхняя оценка)

$$NN = \sum_{i=2}^l C_l^i \cdot \left(\max_{i_1, \dots, i_{l-1} \in \{1, \dots, l\}} \left\{ \prod_k \left\lfloor \frac{N_k}{k_{i_1}} \right\rfloor \cdot \dots \cdot \left\lfloor \frac{N_k}{k_{i_{l-1}}} \right\rfloor \right\} \right) + L_1 = \sum_{i=1}^l L_i \quad (6)$$

способами, с учетом того, что $n_1^k \cdot k_1 + n_2^k \cdot k_2 + \dots + n_l^k \cdot k_l = N_k$, т.е. на комбинаторном множестве сочетания кортежей мощностью (6). Для каждого из NN вариантов необходимо K средств разместить на $M = \sum_{i=1}^l C_i$ фиксированных мест.

Свойство 1. Если $\sum_k n_i^k = C_i$, то каждый i -тый элемент $i \in \{1, \dots, l\}$, (средство эвакуации) назначается на $(x_c^i, y_c^i, z_c^i), c = 1, 2, \dots, C_i$ места размещения. Количество возможных вариантов назначения определяется следующим образом:

$$\bar{N} = C_M^{C_1} \cdot C_{M-C_1}^{C_2} \cdot \dots \cdot C_{M-C_1-\dots-C_{l-1}}^{C_l} = \frac{M!}{C_1! \cdot C_2! \cdot \dots \cdot C_l!}, \text{ где } M = \sum_{i=1}^l C_i. \quad (7)$$

Оценка (7) имеет место, когда места размещения для разных типов средств эвакуации обладают разными свойствами, а сами средства – однотипны с точки зрения мест их размещения.

Пусть места размещения для i -того средства эвакуации образуют дискретную, неоднородную, с точки зрения мест размещения, область допустимых размещений $D_i\{(x_c^i, y_c^i, z_c^i)\}, c = 1, 2, \dots, C_i$. Обозначим через $\bar{N} = \sum_k n_i^k$.

Свойство 2. Если $\bar{N} = M$, то каждый элемент (средство эвакуации) назначается на $\{(x_c^i, y_c^i, z_c^i)\}, c = 1, 2, \dots, C_i$ места размещения.

Введем перестановку $\pi = (i_1, i_2, \dots, i_N); i_q \neq i_p; \forall q \neq p; q, p, i_q, j_p \in I_{C_i}; I_{C_i} = \{1, 2, \dots, C_i\}$. Перестановка π определяет варианты назначения средств эвакуации на места размещения из области допустимых решений. При этом критерий эффективности (время эвакуации) рассматривается, как функционал, заданный на комбинаторном множестве Π перестановок, $\pi \in \Pi$. Мощность множества Π равна $\bar{N}_i = C_i!$, т.е. $N(\pi) = C_i!$. Если все средства эвакуации i -того вида однотипны с точки зрения мест их размещения, то оценка примет вид $N_i(\pi) = 1$.

Свойство 3. Если $\bar{N} > C_i$, т.е. число необходимых средств эвакуации больше, чем мест размещения, то комбинаторное множество в этом случае состоит из элементов $\pi = (i_1, i_2, \dots, i_{C_i}); i_q \neq i_p; \forall q \neq p; q, p, i_q \in I_{\bar{N}_i}; i_p \in I_{\bar{N}_i}$ размещений $A_N^{C_i}$, т.е. $\bar{N}_i = N(\pi) = A_N^{C_i}$. Если все средства эвакуации i -того вида однотипны с точки зрения мест их размещения, то оценка примет вид $\bar{N}_i = C_N^{C_i}$.

Свойство 4. Если $\bar{N} < C_i$, т.е. число необходимых средств эвакуации меньше, чем мест размещения, то комбинаторное множество - это размещения с повторениями \bar{A} . Мощность комбинаторного множества в этом случае $\bar{N} = N(\pi) = A_N^{C_i} = \bar{N}^{C_i}$. Если все средства эвакуации i -того вида однотипны с точки зрения мест их размещения, то оценка примет вид $\bar{N}_i = f_N^{C_i} = C_{N+C_i-1}^{\bar{N}-1} = \frac{(\bar{N} + C_i - 1)!}{C_i! (\bar{N} - 1)!}$.

Количество вариантов, которое необходимо рассмотреть при выборе средств эвакуации и назначения на их на фиксированные места составит $O(MN \cdot \bar{N})$, где \bar{N} определяется либо по (7), когда места размещения равнозначны для i -того средства, либо $\bar{N} = \prod_i \bar{N}_i$, когда неоднородны.

Таким образом, рассматриваемые критерии эффективности определяется на комбинаторном множестве, которое представляет собой 2-х уровневый композиционный образ [1], на первом уровне которого рассматривается перестановка кортежей, а на втором – перестановки с повторениями (свойство 1), перестановки (свойство 2), размещения (сочетания) (свойство 3), размещения с повторениями (сочетания с повторениями) (свойство 4).

Пусть определен набор средств аварийной эвакуации $T_m, m = 1, 2, \dots, mm, mm = \sum_{i=1}^l M_i$, время $t_{j, \text{дон}}, j = 1, 2, \dots, n$ аварийной эвакуации из отсеков, согласно их пожарной нагрузке, необходимое время $t_{\text{необ}}$ полной эвакуации, которое рассчитывается для каждого здания, исходя из его объемно-планировочных решений.

Необходимо определить места размещения средств $T_m, m = 1, 2, \dots, mm, mm = \sum_{i=1}^l M_i$, где $\sum_i (x_m^i, y_m^i, z_m^i), m = 1, 2, \dots, M_i \in \{(x_c^i, y_c^i, z_c^i)\}, c = 1, 2, \dots, C_i$, позволяющие повысить вероятность спасения людей при ограничениях на максимальное время аварийной эвакуации людей из каждого этажа на крайние ряды (этажи) соответствующих отсеков, не превышающее допустимого времени, и на время полной эвакуации людей из здания, не большее необходимого.

Другими словами, необходимо найти

$$Q(u) = p(x_1, y_1, z_1, \dots, x_{mm}, y_{mm}, z_{mm}) = \frac{N_{\text{спас}}}{N} \rightarrow \max_{u \in D}, \quad (8)$$

D :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_j t_j \leq t_{\text{дон}}, j = 1, 2, \dots, n; \\ t_{\text{полн}} \leq t_{\text{необ}}, \end{array} \right. \quad (9)$$

$$t_{\text{полн}} \leq t_{\text{необ}}, \quad (10)$$

где N - предполагаемое количество людей в здании, $N_{\text{спас}}$ - количество спасенных людей за необходимое время с помощью средств аварийной эвакуации.

Количество вариантов, которое необходимо рассмотреть при назначения средств эвакуации на фиксированные места составит $O(\bar{N})$, где $\bar{N} = \prod_i \bar{N}_i$.

Таким образом, рассматриваемый критерий эффективности (8) определяется на комбинаторном множестве, в качестве которого рассматриваются перестановки с повторениями (свойство 1), перестановки (свойство 2), размещения (сочетания) (свойство 3), размещения с повторениями (сочетания с повторениями) (свойство 4).

Выводы

В статье предложены математические модели оптимизации выбора технических средств эвакуации и стационарных мест их размещения в высотных зданиях и показано, что рассматриваемые задачи относятся к классу задач комбинаторной оптимизации.

Список использованной литературы

1. Комяк В.В. Моделі та методи розбиття і трасування для оцінки шляхів евакуації у висотних будівлях при проектуванні / В.В. Комяк: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи». – Харків, 2014. – 25 с.
2. Гребеннік І.В. Математичні моделі та методи комбінаторної оптимізації в геометричному проектуванні / І.В. Гребеннік: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 01.05.02. – Х., 2006. – 36 с.