

ВИКОРИСТАННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЛІНІЙ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ШЛЯХУ ПЕРЕМІЩЕННЯ РОБОТА СЕРЕД ПЕРЕШКОД

Наведено метод визначення шляху переміщення мобільного робота по площині серед циліндричних перешкод, що виникають на шляху руху робота. Основою метода є побудова геодезичних ліній на допоміжній поверхні, пов'язаній з розташуванням перешкод.

Ключові слова: шлях руху робота, обхід перешкоди, геодезична лінія, унаочнення геодезичної лінії, система диференціальних рівнянь, пакет Maple.

І.С. ТАБАКОВА

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПУТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ РОБОТА СРЕДИ ПРЕПЯТСТВИЙ

Приведен метод определения пути перемещения мобильного робота по плоскости среди цилиндрических препятствий, которые возникают на пути движения робота. Основой метода является построение геодезических линий на вспомогательной поверхности, связанной с расположением препятствий.

Ключевые слова: путь движения робота, обход препятствия, геодезическая линия, визуализация геодезической линии, система дифференциальных уравнений, пакет Maple.

I.S. TABAKOVA

Kharkov national university of radioelectronics

USE OF GEODESIC LINES FOR DETERMINATION WAYS OF MOVING OF MOBILE ROBOT AMONG OBSTACLES

A method over of determination of way of moving of mobile robot on a plane among cylindrical obstacles that arise up on the way of motion of robot. Basis of method is a construction of geodesic lines on the auxiliary surface related to the location of obstacles.

Keywords: a way of motion of robot, round of obstacle, geodesic line, visualization of geodesic line, system of differential equalizations, package of Maple.

Постановка проблеми

Сучасна робототехніка спрямована на створення мобільних роботів, призначених для автономного переміщення з метою розв'язання комплексу завдань. Типові завдання пов'язаних із захистом і охороною навколишнього середовища, розвідкою місцевості в інтересах різних організацій, тощо. Крім того, мобільні роботи здатні інспектувати чи охороняти об'єкти у приміщеннях чи майданчиках, небезпечних для здоров'я людей. При цьому основні труднощі полягають у створенні програмного забезпечення, яке б дозволило автоматично (або автоматизовано) визначати шлях руху мобільних роботів серед можливих перешкод, розташування і кількість яких може змінюватися [1-3].

Аналіз останніх досліджень

За наявності значної кількості публікацій [1-5], де розглядаються як класичні, так і сучасні підходи до алгоритмів трасування, проблема розробки реальних програм керування роботом залишається ще не розв'язаною у повній мірі. Це пов'язане з бажанням авторів розв'язати погано формалізовану задачу керування на основі єдиного, досить складного, алгоритму при наявності великої кількості різномірної вхідної інформації.

У роботах [1-3] наведено огляд методів визначення траєкторії руху мобільних роботів, звідки слідує, що у деяких випадках доцільно пожертвувати універсальністю алгоритму завдяки можливості забезпечення його ексклюзивності, тобто спрямованості на проблемну орієнтацію.

Це стосується, у тому числі, і алгоритмів, призначених для трасування роботів-інспекторів чи роботів-охоронців. Такі пристрої призначені для нагляду за зберіганням на обмеженій території небезпечних для здоров'я людей речовин, розміщених у емностях – переважно у циліндричних.

Для складання ексклюзивного алгоритму необхідно використовувати і особливі математичні засоби, які мають спростити штучні “керуючі” навантаження, які має забезпечити алгоритм. Розв'язання поставленого завдання здійснено з використанням поняття геодезичної лінії [6]. У роботах [4, 5] наведено

спроби розв'язати аналогічну задачу також з використанням геодезичних ліній. Зазначену ідею робіт [4, 5] доцільно було б довести до програмної реалізації.

Постановка задачі

Розробити метод визначення шляху переміщення мобільного робота по площині серед циліндричних перешкод на шляху його руху. Основою метода слід обрати побудову геодезичних ліній на допоміжній поверхні, пов'язаній з розташуванням перешкод.

Основна частина

Поставлену задачу можна інтерпретувати так. Необхідно визначити шлях інспектування мобільним роботом стану небезпечних для здоров'я людей ємностей циліндричної форми, розташованих в закритому підвальному приміщенні. Кількість і розташування ємностей можуть періодично змінюватись. З метою економних витрат енергії акумулятора шлях має бути найкоротшим, що є виправданим для вибору методу геодезичних як основного математичного способу досліджень.

Запропонований алгоритм складається із таких кроків, пояснення яких одночасно здійснено на тривіальному тестовому прикладі.

Крок 1. На координатній площині 0ху задаємо координати центрів кіл – тобто проєкцій циліндрів: (-1,2); (2,2); (-2,0); (-1,2); (1,-2); (2,0). Радіуси кіл нехай дорівнюють 0,3 умовних одиниць.

Крок 2. Задаємо рівняння допоміжної поверхні, пов'язаної з розташуванням циліндричних перешкод:

$$z(u, v) = f(-1,2) + f(2,2) + f(-2,0) + f(-1,2) + f(1,-2) + f(2,0), \tag{1}$$

де $f(a, b) = 5 \exp(-(u - a)^2 - (v - b)^2)$.

Крок 3. За описом допоміжної поверхні формуємо систему диференціальних рівнянь геодезичних. Описати геодезичну лінію у координатних кривих (u(t), v(t)) можна за допомогою системи рівнянь (тут і далі для зручності збережено синтаксис мови Maple):

$$\left[\begin{aligned} & \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) + \frac{1}{2} \frac{(G E u - F (2 F u - E v)) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2}{W} + \frac{(G E v - F G u) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)}{W} \\ & + \frac{1}{2} \frac{(G (2 F v - G u) - F G v) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}{W} = 0 \end{aligned} \right. \tag{2}$$

$$\left[\begin{aligned} & \left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + \frac{1}{2} \frac{(E (2 F u - E v) - F E u) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2}{W} + \frac{(E G u - F E v) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)}{W} \\ & + \frac{1}{2} \frac{(E G v - F (2 F v - G u)) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}{W} = 0 \end{aligned} \right.$$

Коефіцієнти другої квадратичної форми та відповідні похідні мають вигляд:

$$\begin{aligned} E & := 1 + \left(\frac{\partial}{\partial u} z(u, v) \right)^2; & F & := \left(\frac{\partial}{\partial u} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial}{\partial v} z(u, v) \right); & G & := 1 + \left(\frac{\partial}{\partial v} z(u, v) \right)^2; \\ E u & := 2 \left(\frac{\partial}{\partial u} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} z(u, v) \right); & E v & := 2 \left(\frac{\partial}{\partial u} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial v \partial u} z(u, v) \right); \\ F u & := \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial}{\partial v} z(u, v) \right) + \left(\frac{\partial}{\partial u} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial v \partial u} z(u, v) \right); \\ F v & := \left(\frac{\partial^2}{\partial v \partial u} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial}{\partial v} z(u, v) \right) + \left(\frac{\partial}{\partial u} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial v^2} z(u, v) \right); \\ G u & := 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial v \partial u} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial}{\partial v} z(u, v) \right); & G v & := 2 \left(\frac{\partial}{\partial v} z(u, v) \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial v^2} z(u, v) \right); \end{aligned} \tag{3}$$

$$W := \left(1 + \left(\frac{\partial}{\partial u} z(u, v) \right)^2 \right) \left(1 + \left(\frac{\partial}{\partial v} z(u, v) \right)^2 \right) - \left(\frac{\partial}{\partial u} z(u, v) \right)^2 \left(\frac{\partial}{\partial v} z(u, v) \right)^2$$

Відомо [6], що з врахуванням початкових умов $u(0)=u_0, v(0)=v_0, u'(0)=du_0, v'(0)=dv_0$ система (2) має єдиний розв'язок. Це означає, що через кожну точку поверхні в заданому напрямку проходить тільки одна геодезична. Наша мета – виявити саме цю геодезичну криву.

Крок 4. Завдяки вибору параметра u' (тобто тангенса кута «виходу» геодезичної з точки старту) задаємо початковий напрямок геодезичної з точки $(-4, -4, z(4, -4))$.

Тут і далі другу початкову умову обраємо у вигляді $v'=1$.

Крок 5. Застосовуємо чисельне інтегрування системи рівнянь геодезичних при заданих початкових умовах:

$$\text{desys} := \text{dsolve}(\{\text{sys}, u(0)=u_0, v(0)=v_0, D(u)(0)=Du_0, D(v)(0)=Dv_0\}, \{u(t), v(t)\}, \text{type=numeric, output=listprocedure}).$$

Тут через sys позначено систему диференціальних рівнянь (2). Опції вказують на те, що розв'язок системи диференціальних рівнянь здійснюється чисельно, і що результати будуть виведені у вигляді процедур:

$$\text{desys} := \left[\begin{array}{l} t = (\text{proc}(t) \dots \text{end proc}), u(t) = (\text{proc}(t) \dots \text{end proc}), \frac{d}{dt} u(t) = (\text{proc}(t) \dots \text{end proc}), \\ v(t) = (\text{proc}(t) \dots \text{end proc}), \frac{d}{dt} v(t) = (\text{proc}(t) \dots \text{end proc}) \end{array} \right]$$

Вилучити шукані функції $u(t)$ і $v(t)$ з процедури можна за допомогою Maple-операторів підстановок:

$$U(t) := \text{subs}(\text{desys}, u(t)); \quad V(t) := \text{subs}(\text{desys}, v(t)); \quad (4)$$

При $t=t_p$ маємо координати конкретної точки на допоміжній поверхні $\{U(t_p), V(t_p), z(U(t_p), V(t_p))\}$.

Крок 6. Визначаємо наближений опис геодезичної у вигляді послідовності точок на допоміжній поверхні. Кількість точок на геодезичній обрано $N=550$. На рис.1 наведено приклади геодезичних на допоміжній поверхні залежно від параметра u' .

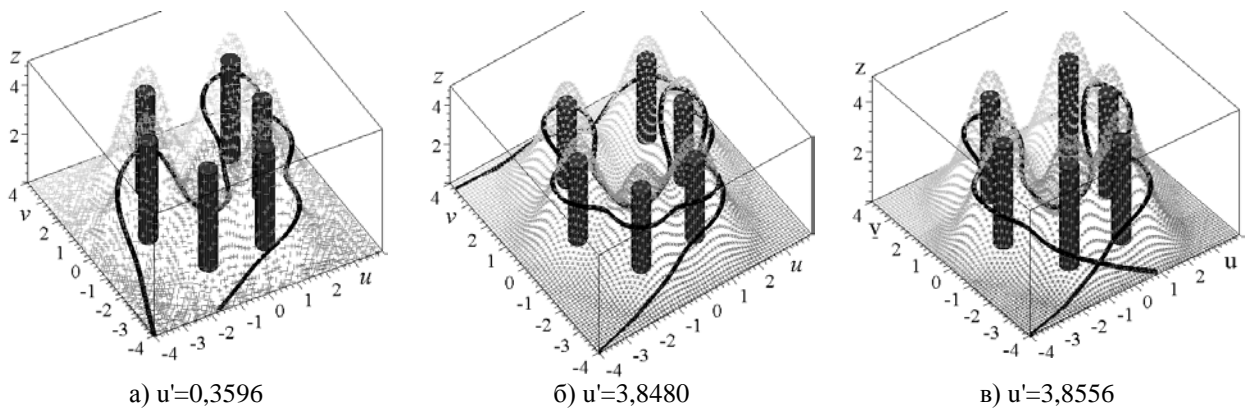


Рис 1. Приклади геодезичних на допоміжній поверхні залежно від параметра u' .

Крок 7. Будуємо зображення проєкції геодезичної на координатну площину. На рис. 2 наведено приклади проєкцій геодезичних залежно від параметра u' . Вони визначають траєкторію руху мобільного робота, починаючи з точки старту з координатами $(-4, -4)$.

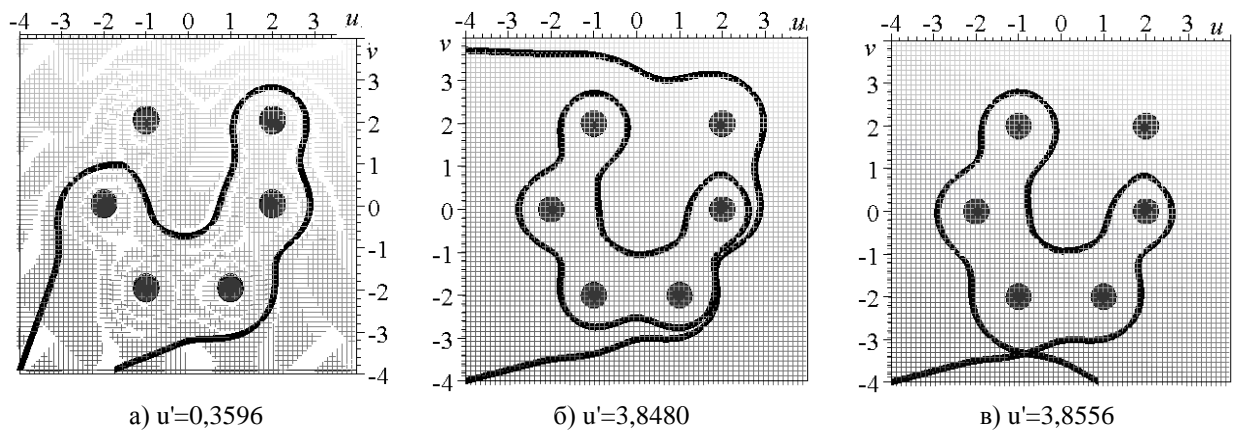
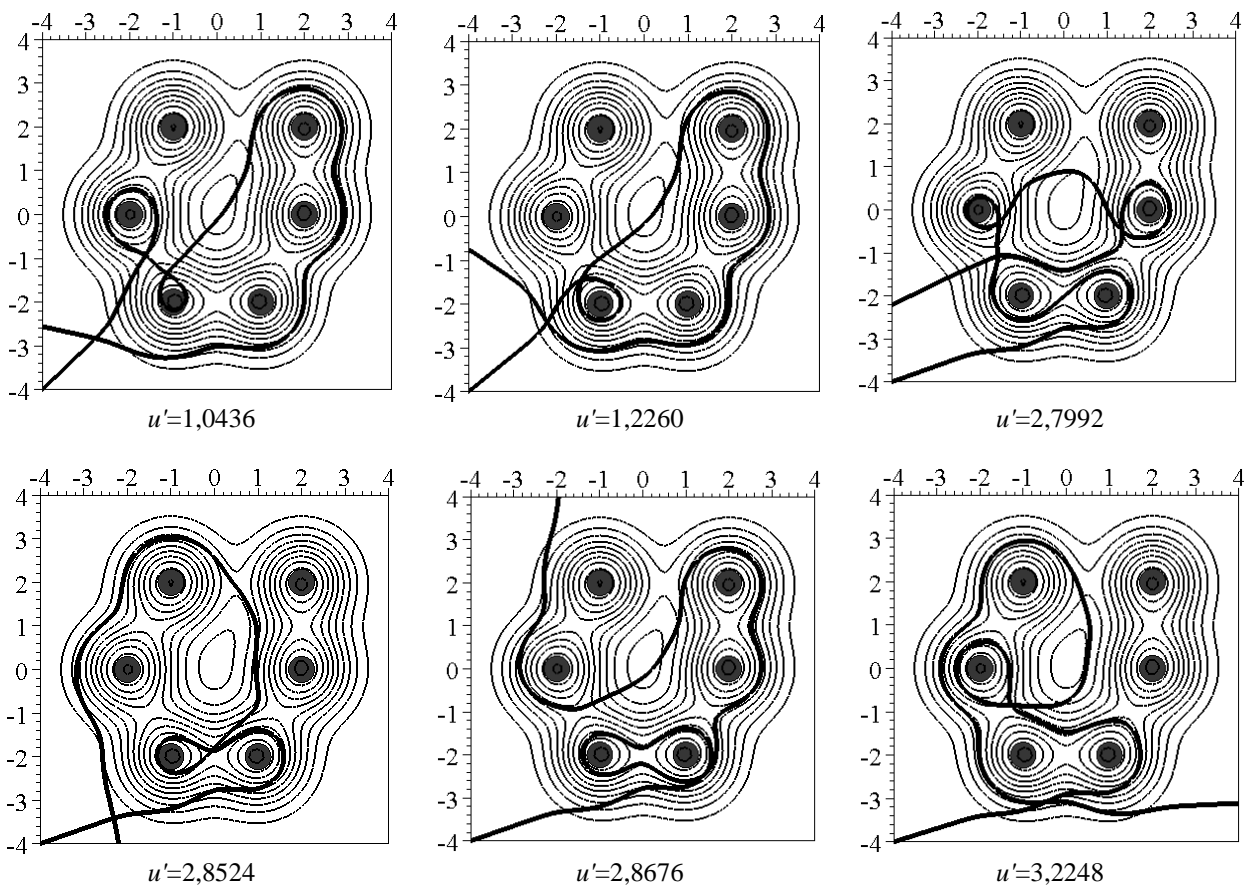


Рис. 2. Проекції геодезичних на координатну площину залежно від параметра u' .

Крок 8. Далі оператор-експерт аналізує зображення проекції геодезичної, і коли вона представляє інтерес, додає її до бібліотеки траєкторій, можливих для даного розташування циліндричних об'єктів. В разі необхідності коректування траєкторії перейти до кроку 4.

На рис. 3 наведено деякі запропоновані траєкторії мобільного робота зі складеної бібліотеки. Продовжуючи інтерпретувати поставлену задачу слід зазначити, що кінцеві точки переміщення робота по траєкторії (тобто по проекції на координатну площину побудованої геодезичної) можна пов'язати з місцями встановлених пунктів підзарядки акумулятора або обслуговування робота. Крім того, невизначеність можливих шляхів робота-охоронця ускладнює несанкційний доступ сторонніх осіб до об'єктів під охороною.



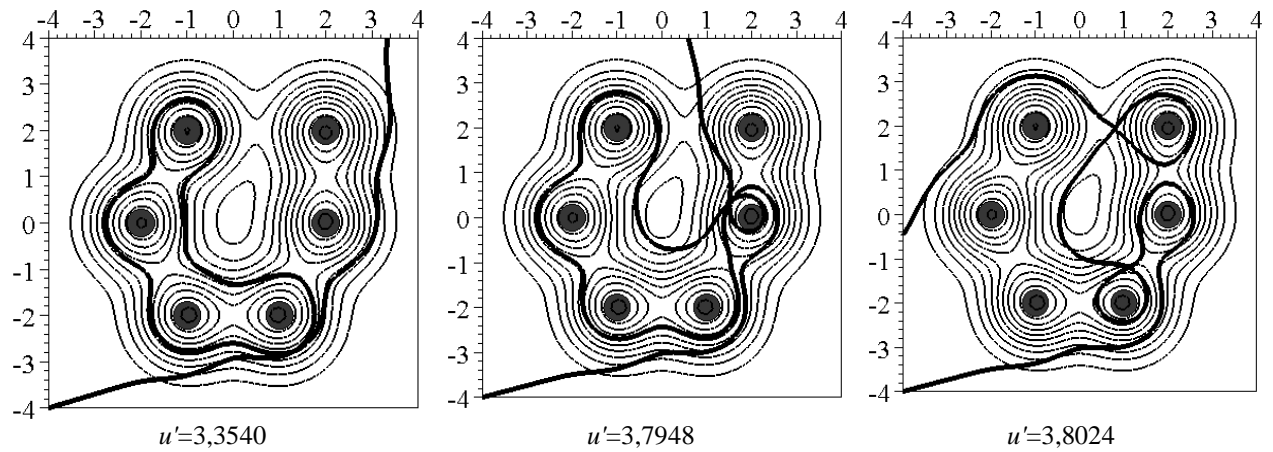


Рис. 3. Деякі траєкторії мобільного робота з точкою старту $(-4, -4)$.

Поповнювати бібліотеку траєкторіями мобільного робота доцільно за допомогою анімаційного фільму, створеного для їх «генерування». Позначимо N – кількість точок на геодезичній, M – кількість кадрів анімації.

Спочатку визначаємо межі зміни параметрів та початкові умови:

```
ustart:= 0: uend:= 5: vstart:= 0: vend:= 5:
u0:= 2.5: v0:= 0: Dv0:= 1:
```

Далі формуємо циклічні обчислення для заповнення окремих кадрів анімації. Тут a і b – межі зміни параметра u :

```
for i from 0 to M do
```

```
  Du0 := evalf(a + i*(b - a)/M):
```

Для контролю за відповідністю значення u і побудованою «картинкою» вводиться строкова змінна:

```
str:=cat("Du = ", convert(Du0, string), ".");
```

Вводиться та розв'язується система диференціальних рівнянь (2) опису геодезичної:

```
sys:=eq1, eq2:
```

```
desys:=dsolve({sys,u(0)=u0,v(0)=v0,D(u)(0)=Du0,D(v)(0)=Dv0},{u(t),v(t)},
               type=numeric, utput=listprocedure):
```

```
u1:=subs(desys,u(t)):
```

```
v1:=subs(desys,v(t)):
```

Далі виконуються побудови: а) допоміжної поверхні та б) поточної геодезичної на зазначеній поверхні, опис якої обрано у вигляді $X := [u, v, z(u, v)]$:

```
plotX:=plot3d(X, u=ustart..uend, v=vstart..vend, style=contour, grid=[70, 70], color=black, thickness=1):
```

```
geo:=spacecurve(subs(u=u1'(t), v=v1'(t), X), t=0..15, color=black, thickness=6, numpoints=N):
```

Здійснюється формування i -го кадру анімації, де зображується і відповідне значення u :

```
Gr[i] := display({geo,plotX},scaling=constrained, orientation=[-90, 0], axes=BOXED, title=str,
                 axesfont=[TIMES,ROMAN,16], view=[ustart.. uend, vstart.. vend, 0..1]);
```

```
end do:
```

Для створення gif-файлу з анімаційним фільмом необхідно скористатися Maple – операторами:

```
plotsetup(gif, plotoutput=`trassa_1.gif`);
```

```
display(seq(Gr[i], i=0..M), scaling=CONSTRAINED, insequence=true);
```

Розглянута в даній статті задача опису та побудови геодезичної на гладкій поверхні може служити базою для побудови алгоритму гладкого керування траєкторним рухом мобільного робота у середовищі з перешкодами, які апроксимуються гладкими поверхнями. Крім того, складання алгоритму руху по площині шляхом використання мнемонічного прийому розгляду руху по неплоскій поверхні має перевагу, адже при цьому можна врахувати різні коефіцієнти прохідності. Тобто плоску топографічну карту з наявністю перешкод можна представити як поверхню, замінюючи перешкоди гладкими умовними “пагорбами”. При цьому можна врахувати різні витрати ресурсів при русі по вільним від перешкод зонам, що характеризують, наприклад, асфальт, ґрунт, пісок, траву, заболочені місцевості, тощо. Для цього на цій “неплоскій” топографічній карті згадані зони необхідно задати додатковими “пагорбами” й “западинами”.

Висновки

Наведено метод розрахунку маршруту руху мобільного робота по координатній площині за умови обходу циліндричних перешкод. Особливістю такого підходу є моделювання перешкоди за допомогою спеціально побудованої допоміжної гладкої поверхні. На зазначеній поверхні здійснюється опис та

побудова геодезичної лінії, яка виходить із точки старту у наперед заданому напрямку. Тоді проекція на координатну площину одержаної геодезичної визначатиме траєкторію руху мобільного робота.

Подальші дослідження будуть спрямовані на побудову траєкторії переміщення робота серед перешкод, яка має сполучити дві задані точки площини.

Список використаної літератури

1. Springer handbook of robotics / Под ред. Bruno Siciliano, Oussama Khatib, «Springer» - 2008. – 230 p.
2. Computation of Medial Curves on Surfaces [Электронный ресурс]. – Режим доступа <ftp://ftp.gdv.uni-hannover.de/papers/WLR1.pdf>
3. Ресурс. Режим доступа http://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-158j-computational-geometry-spring-2003/lecture-notes/lecnotes20_fixed.pdf
4. Построение траекторий движения для мобильного робота [Электронный ресурс]. – С.-Петербург: ЦНИИ РТК. – Режим доступа : [www/ URL: http://www.rusnauka.com/5_SWMN_2012/Tecnic/11_99991.doc.htm](http://www.rusnauka.com/5_SWMN_2012/Tecnic/11_99991.doc.htm)
5. Vasilyev I.A., Lashin A.M. Control System of Mobile Vehicle Developed for Cross-Country Motion. // Proc. «International Symposium on Industrial Electronics 2005», Dubrovnic – Croatia. P. 173-175.
6. Жукова, Н. И Геодезические линии на поверхностях [Текст] : учеб. пособие / Н. И. Жукова, А.В Багаев. - Н. Новгород : Издательство Нижегородского госуниверситета, - 2008. - 54 с.
7. Табакова І.С. Визначення траєкторії обходу перешкод роботом за допомогою геодезичної лінії / І.С.Табакова // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць. / МДПУ– Вип. 3. – Мелітополь: МДПУ, 2014 р. С. 131 – 138.
8. Табакова І.С. Побудова геодезичної лінії гладкої поверхні, що виходить із даної точки у даному напрямку / І.С.Табакова // Науковий вісник МДПУ «Математика, геометрія, інформатика» . – Том 1. – Мелітополь: МДПУ, 2014 р. С. 217 – 224.