

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ДИССИПАТИВНОГО РАЗОГРЕВА СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Построена математическая модель определения температуры диссипативного разогрева прямолинейных стержневых элементов технических систем вследствие механического циклического нагружения при различных условиях теплообмена с окружающей средой. Представленная математическая модель учитывает зависимость теплофизических и механических характеристик материала и источника тепла от температуры.

Ключевые слова: диссипативный разогрев, температурное поле, циклическое нагружение.

В. Ю. КЛИМ, А. В. СЯСЕВ

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ДИСИПАТИВНОГО РОЗІГРІВУ СТЕРЖНЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Побудована математична модель визначення температури дисипативного розігріву прямолінійних стержневих елементів технічних систем внаслідок механічного циклічного навантаження із різними умовами теплообміну з навколишнім середовищем. Математична модель, що представлена, дозволяє врахувати залежність теплофізичних, механічних характеристик матеріалу і джерела тепла від температури.

Ключові слова: дисипативний розігрів, температурне поле, циклічне навантаження.

V. Y. KLYM, A. V. SIASIEV

Oles Honchar Dnipropetrovsk National University

THE MATHEMATICAL MODEL OF A DISSIPATIVE HEATING PROCESS IN THE ROD'S ELEMENTS OF THE TECHNICAL SYSTEMS

The mathematical model of dissipative heating process in the rod's elements of technical constructions due to cyclic loading with different conditions of heat exchange with an environment is proposed. The mathematical model allows to taking into account the temperature dependences for thermomechanical properties of material and internal heat generation.

Key words: dissipative heating process, field of temperature, cyclic loading.

Постановка проблемы

В последние годы с развитием современных промышленных технологий наблюдается повышенный интерес к исследованиям, посвященным изучению поведения конструкционных материалов при механическом циклическом нагружении в широком диапазоне чисел циклов, начиная от 10^9 циклов нагружения. Это связано в первую очередь с тем, что требуемая долговечность элементов конструкций различных отраслей техники превышает долговечность, принятую в стандартах (10^6 циклов). Для такого многоциклового нагружения характерны невысокие переменные напряжения, которые существенно ниже предела текучести, высокие частоты нагружения, большое число циклов нагружения одновременно с нестационарным теплообменом с окружающей средой. В режиме многоциклового нагружения с низкими эксплуатационными циклическими напряжениями связана работа компрессоров, вращающихся элементов оборудования химических заводов, предприятий атомной энергетики, компонентов двигателей авиационной техники и различных транспортных систем [1–7].

Для обеспечения повышенных требований к надежной работе деталей машин и элементов конструкций с увеличением срока их эксплуатации необходимо еще на этапе проектирования иметь возможность моделирования поведения механических систем с учетом проявления физических явлений и эффектов, протекающих в конструкционных материалах при многоциклового нагружении. Интенсивное изучение проблемы разрушения элементов технических систем при ультравысоком числе циклов показывает определяющее значение факторов, влиянием которых пренебрегалось ранее. Для распространенных конструкционных материалов – металлов – при некоторых величинах и комбинациях параметров циклического нагружения: частоты, амплитуды, вида и т.д. – рассеяние энергии вызывает

значительное повышение температуры, т.е. диссипативный разогрев элемента конструкции. Нестационарность теплового процесса усложняется зависимостью теплофизических и механических характеристик материала от температуры. Контроль диссипативного разогрева при циклическом нагружении необходим, чтобы не «списать» на усталость потерю несущей способности элементов конструкций (разрушение) [1, 3].

Таким образом, задача определения температуры диссипативного разогрева элементов технических систем, работающих в режиме многоциклового нагружения, является актуальной.

Анализ последних исследований и публикаций

В ряде работ результаты исследований наглядно показывают существенное снижение предела усталости разных конструкционных материалов в области гигациклового нагружения, которое может составлять 100...200 МПа. При этом обнаружено, что кривая гигацикловой усталости имеет ступеньку (разрыв) в области обычного предела усталости и одной из главных особенностей усталостного разрушения в области разрыва кривой является повышение температуры [1, 2]. В области разрыва кривых усталости резко увеличивается влияние амплитуды циклического нагружения на долговечность, что вызвано локальным повышением температуры в результате изменения скорости диссипации энергии вследствие сосуществования двух механизмов развития усталостного процесса [3]. Современные эксперименты, выполненные с применением высокочувствительных инфракрасных камер, позволили зарегистрировать повышение температуры при циклическом нагружении в наноматериалах и исследовать диссипацию энергии [4]. Анализ последних публикаций по изучению диссипативного разогрева материала при многоцикловом нагружении подтверждает необходимость дальнейших исследований в этом направлении.

Учет температуры диссипативного разогрева конструкционных материалов при циклическом нагружении относится к решению сложных задач термоупругости, где предварительно нужно решить задачу определения температурного поля в элементах конструкций с внутренним источником тепла. Для большинства задач такого типа используются численные методы [5 – 6], которые, однако, не могут в полной мере унифицировать граничные и начальные условия для краевой задачи. Поэтому качественный анализ тепловых режимов работы элементов конструкций для практического решения инженерных задач нестационарной теплопроводности возможен при использовании приближенных аналитических методов.

Формулирование цели исследования

Цель работы заключается в построении математической модели диссипативного разогрева в прямолинейных стержнях при циклическом нагружении с нестационарными условиями теплообмена с окружающей средой и зависимостью от температуры теплофизических, механических характеристик материала и источника тепла.

Изложение основного материала исследования

В работе рассматриваются такие элементы конструкций, которые можно представить в виде однородных и кусочно-однородных стержней (Рис.1, а, б), подвергающихся циклическому нагружению одновременно с нестационарными условиями теплообмена с окружающей средой.

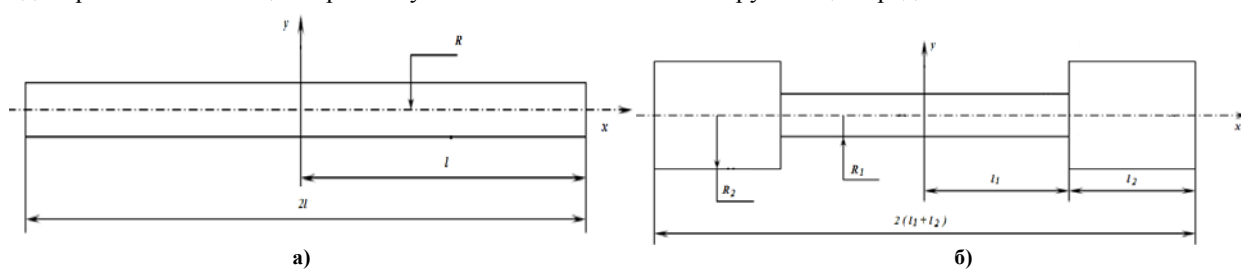


Рис. 1. Стержневые элементы конструкций: а – однородный стержень; б – кусочно-однородный стержень

Размеры поперечного сечения стержня считаются малыми по сравнению с длиной. Такое допущение дает основание предполагать, что перепад температуры в процессе циклического нагружения происходит только по длине стержня (вдоль оси x). Предполагается, что теплообмен между боковой поверхностью стержня и окружающей средой происходит по закону Ньютона и учтен в дифференциальном уравнении теплопроводности в виде отрицательного источника тепла. Теплообмен с другими элементами конструкции учитывается введением на торцах стержня граничных условий 1, 2 или 3 рода. Тепловыделение в процессе циклического нагружения учитывается введением распределенных источников тепла, наличие которых является результатом превращения части энергии деформирования в теплоту. Интенсивность внутренних источников тепла при циклическом нагружении в дифференциальном уравнении теплопроводности для одномерного случая может быть представлена выражениями [7 – 8]:

$$vq(x, \sigma_a, T, \tau) = \begin{cases} vD(\sigma_a, T), \\ v\sigma_a^2 \psi(\sigma_a, T) / (2E(T)), \\ v\sigma_a^2 \delta(\sigma_a, T) / (E(T)), \end{cases} \quad (1)$$

где v – частота циклического нагружения; $D(\sigma_a, T)$ – площадь петли гистерезиса, определяемая из эксперимента; $\sigma_a(x, \tau)$ – амплитуда напряжений, полученная из решения задачи о вынужденных колебаниях; T – температура; $\psi(\sigma_a, T)$ – относительное рассеяние энергии, равное отношению площади петли гистерезиса $D(\sigma_a, T)$ к амплитудному значению потенциальной энергии упругой системы; $E(T)$ – модуль упругости при температуре T ; $\delta(\sigma_a, T)$ – декремент колебаний. При определении количественной связи между величиной рассеиваемой энергии за цикл колебаний, равной площади петли гистерезиса, и амплитудами колебаний, используются известные решения задачи о вынужденных моногармонических колебаниях системы в первом приближении, в резонансной зоне, в предположении о том, что силы неупругого сопротивления не искажают формы колебаний [9].

Нелинейная задача нестационарной теплопроводности для однородного стержня длиной l в физических переменных имеет вид:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] - \frac{\alpha(T)}{h} [T(x, \tau) - T_c] + q(T), \quad 0 \leq x \leq l, \quad \tau > 0; \quad (1)$$

$$T(x, 0) = \varphi(x); \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad (3)$$

$$\left. \varepsilon_1 \lambda(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=l} = \varepsilon_2 \alpha_2(T) [f(\tau) - \varepsilon_3 T(x, \tau)];$$

где $T(x, \tau)$ – температура стержня, зависящая от координаты x и времени τ ; T_c – температура окружающей среды; $c(T)$, $\lambda(T)$ и $\rho(T)$ – коэффициенты удельной теплоемкости, теплопроводности и плотность материала стержня; $\alpha(T)$, $\alpha_2(T)$ – коэффициенты теплоотдачи с боковой поверхности и торцов внешних (граничных) частей стержня; $\varphi(x)$ – начальное распределение температуры; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – коэффициенты, принимающие значения $\pm 1, 0$ (в зависимости от сочетания значений ε_i на торце стержня задаются граничные условия 1, 2 и 3 рода, а функция $f(\tau)$ при этом принимает значения температуры поверхности торца стержня, теплового потока или температуры окружающей среды); h – отношение площади сечения стержня к периметру сечения.

Нелинейная задача в соответствии с методом последовательных интервалов и пространственно-временных квадрантов сводится к последовательности решения линейных задач [7 – 8]. При разбиении на интервалы всего времени циклического нагружения t и длины стержня l следующим образом:

$$0 \leq \tau \leq \Delta \tau_j, \quad \sum_{j=1}^M \Delta \tau_j = t, \quad j = 1, 2, \dots, M; \quad 0 \leq x_i \leq \Delta l_i, \quad \sum_{i=1}^N \Delta l_i = l, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

линейные задачи теплопроводности позволяют перейти к безразмерным переменным: $z_i = x_i / \Delta l_i$;

$$Fo_i^j = \frac{a_0^i}{(\Delta l_0^i)^2} \tau_j, \quad \text{где } a_0^i, \quad \Delta l_0^i - \text{некоторые характерные параметры: коэффициент температуропроводности, линейный размер (длина интервала по координате).}$$

В качестве характерных параметров можно взять конкретные параметры, соответствующие любой части стержня.

В предположении о том, что количество разбиений на интервалы не ограничено ($M, N \in [1, \infty)$), сами интервалы могут быть сколь угодно малыми. Тогда нелинейная задача (1) – (3) сводится к совокупности $M \times N$ линейных задач. Между интервалами по координате выполняются условия идеального теплового контакта на стыках частей, функции температуры и тепловых потоков считаются непрерывными. Связь между интервалами по времени выполняется со следующим условием: $\varphi_i^{j+1}(z_i) = T_i^j(z_i, \Delta Fo_i^j)$.

Тогда решение $M \times N$ линейных задач нестационарной теплопроводности сводится к решению задачи для кусочно-однородного стержня при циклическом нагружении в унифицированной постановке [7, 8]:

Предложена методика определения температурных полей стержневых элементов конструкций при циклическом нагружении. Стержневые элементы конструкций могут быть представлены в виде однородных и кусочно-однородных стержней, с различными видами теплового контакта в местах стыка и условиями теплообмена с окружающей средой.

Температура диссипативного разогрева стержня при циклическом нагружении определяется по следующему алгоритму.

Все время циклического нагружения t разбивается на M конечных временных интервалов

$$[\tau_{j-1}, \tau_j], \quad j = 1, 2, \dots, M.$$

По длине l стержень разбивается на N конечных интервалов по координате $[x_{i-1}, x_i], \quad i = 1, 2, \dots, N.$

Для интервала времени $[\tau_{j-1}, \tau_j]$ на каждом интервале по координате $[x_{i-1}, x_i]$ выполняется последовательность действий:

1. Для получения значений теплофизических и механических характеристик материала ($c(T), \lambda(T), a(T), \rho(T), E(T), \sigma_T(T)$ – теплоемкость, теплопроводность и температуропроводность, плотность, модуль упругости и предел текучести соответственно) принята зависимость: $char(T) = (char(T(x_{i-1}, \tau_{j-1})) + char(T(x_i, \tau_{j-1}))) / 2.$

2. Решается задача вынужденных колебаний. При этом рассматриваются моногармонические колебания в резонансной зоне, в предположении выполнения правила Видлера: рассеяние механической энергии не влияет на форму колебаний системы. Определяются формы колебаний, деформации и напряжения по длине стержня для любого момента времени $\tau \in [\tau_{j-1}, \tau_j].$

3. Проверяется условие для амплитудных напряжений в опасном сечении, то есть максимальное значение амплитудных напряжений по длине стержня сравнивается с заданным значением предела текучести $\sigma_{max}^a(x, \tau) < \sigma_T(T).$

4. Определяется количество циклов нагружения $N^*.$

5. Определяется распределение интенсивности внутренних источников тепла по длине стержня по приведенным выше зависимостям.

6. Решается линейная задача теплопроводности для определения температурного поля $T(x, \tau).$

7. Распределение температуры по длине стержня в конце текущего интервала времени $T(x, \tau_j)$ является начальным для следующего интервала времени.

Для последующего интервала времени на каждом интервале по координате повторяются предыдущие шаги алгоритма.

На рис. 2 изображены экспериментальные (exp 1, exp 2) и расчетные (sol1, sol2) значения температуры диссипативного разогрева T при разных амплитудах колебаний A_0 в центральном сечении образца с увеличением числа циклов N , начиная от 10^4 .

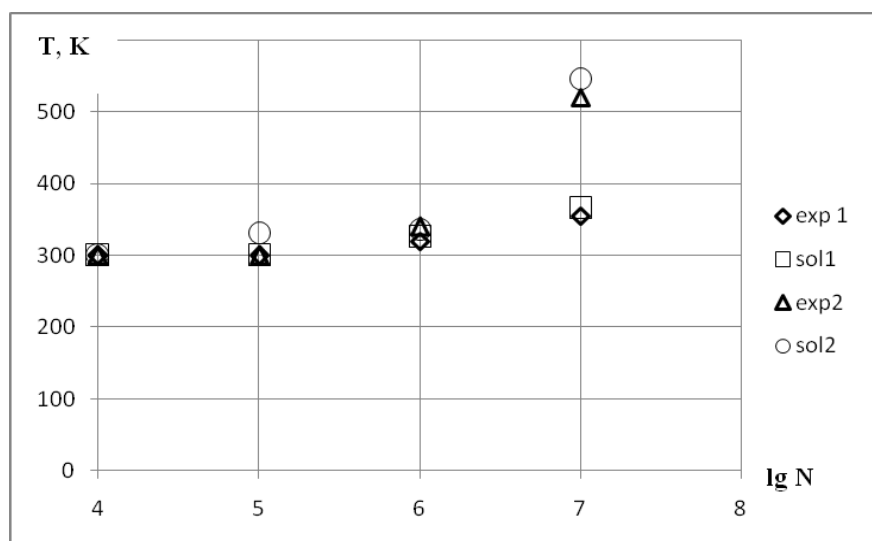


Рис. 2. Значения температуры диссипативного разогрева T с увеличением значения N :
exp 1, sol1 – $A_0 = 2,25$ мкм; exp 2, sol2 – $A_0 = 3,75$ мкм

Для проведения вычислительного эксперимента в качестве расчетной модели образца взят сплошной стержень круглого поперечного сечения. Для анализа результатов расчета были использованы данные экспериментальных усталостных испытаний образцов из аустенитной хромоникелевой стали X18H10T с диапазоном амплитуд напряжений при испытаниях 70 – 190 МПа и температурные зависимости теплофизических и механических свойств материала, принятые из работ [10, 11]. Анализ полученных результатов наглядно показывает возможность использования расчетного метода для оценки диссипативного разогрева циклически нагружаемого элемента конструкции.

Выводы

Предложенная математическая модель дает возможность исследования и прогнозирования влияния параметров циклического нагружения, диссипативных свойств конструкционного материала, условий теплообмена с окружающей средой и на стыках составных частей на распределение температурного поля конкретных элементов конструкций, выбора рациональных эксплуатационных и технологических режимов работы при дальнейшем создании адаптивных моделей механических колебательных систем, имеющих важное практическое значение во многих областях горнодобывающей, металлургической промышленности, машиностроении и приборостроении.

Список использованной литературы

1. Ботвина Л. Р. Разрушение: кинетика, механизмы, общие закономерности / Л.Р. Ботвина. – М.: Наука, 2008. – 334с.
2. Xue H.Q. Fatigue behaviour and energy dissipation of a nodular cast iron in ultrasonic fatigue loading/ H. Q. Xue, E. Bayraktar, C. Bathias // Journal of achievements in materials and manufacturing engineering. Issue 1–2. September –October 2006. – Vol. 18. – P. 251–254.
3. Трощенко В. Т. Рассеянное усталостное повреждение металлов и сплавов. Сообщение 1. Неупругость, методы и результаты исследования / В. Т. Трощенко // Пробл. прочности, 2005. – №4. – С. 5 – 32.
4. Плехов О. Экспериментальное исследование закономерностей диссипации энергии при динамическом деформировании нанокристаллического титана / О. Плехов, В. Чудинов, В. Леонтьев и др. // Письма в ЖТФ, 2009. – Т. 35. – Вып. 2. – С. 82 – 89.
5. Сенченков И. К. Моделирование термомеханического поведения физически нелинейных материалов при моногармоническом поведении / И. К. Сенченков, Я. А. Жук, В. Г. Карнаухов // Прикл. механика, 2004. – Т.40. – №9. – С. 3 – 33.
6. Веселовский В. Б. Методы расчета и исследования теплофизических процессов в промышленных аппаратах и технологиях / В. Б. Веселовский. – Днепропетровск: Изд. ДНУ, 2002. – 436 с.
7. Веселовский В. Б. Математичне моделювання дисипативного розігріву і визначення температурних полів елементів конструкцій при циклічному навантаженні / В. Б. Веселовский, В. Ю. Клим, О. В. Берлов // Вестник Национального технического университета «ХПИ», 2011. – № 6 – С.113-120.
8. Клим В. Ю. Математическая модель диссипативного разогрева стержней при циклическом деформировании/ В. Ю. Клим // Системні технології. Регіональний міжвузівський зб. наук. праць. – Дніпропетровськ, 2010.– Вип.2 (67). – С. 100–106.
9. Абакумов В. Г. О проектировании акустических концентраторов с учетом внутреннего рассеяния энергии / В. Г. Абакумов, К.А. Трапезон // Акустичний вісник, 2007. – Т.10. – № 1. – С. 3 – 16.
10. Писаренко Г. С. Протекание пластических деформаций в сталях 12Х18Н10Т при циклическом симметричном изгибе образцов различной длины/ Г. С. Писаренко, В. А. Леоненц, Н. Д. Бега // Пробл. прочности, 1983. –№8. – С. 20 – 23.
11. Писаренко Г. С. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: Справочник/ Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев – К.: Наук. думка, 1971. – 375 с.