

УДК 519.63:531.314.2

К.С. КРАСНИКОВ

Дніпродзержинський державний технічний університет

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРИВИМІРНОГО РУХУ ПОРОШКОВОГО ДРОТУ У РОЗПЛАВІ СТАЛІ ПІД ЧАС ПРОДУВАННЯ ІНЕРТНИМ ГАЗОМ НА УСТАНОВЦІ КІВШ-ПІЧ

Робота присвячена розвитку тривимірної математичної моделі руху порошкового дроту, що має місце при позапічній обробці сталі на установці ківш-піч. Математична модель ґрунтується на рівняннях Лагранжа другого роду і дозволяє визначати траєкторію руху дроту в розплаві.

Ключові слова: нелінійна система, тривимірний простір, порошковий дріт, ківш-піч.

К.С. КРАСНИКОВ

Днепродзержинский государственный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОРОШКОВОЙ ПРОВОЛОКИ В РАСПЛАВЕ СТАЛИ ВО ВРЕМЯ ПРОДУВАННЯ ИНЕРТНЫМ ГАЗОМ В АГРЕГАТЕ КОВШ-ПЕЧЬ

Робота посвящена развитию трехмерной математической модели движения порошковой проволоки, которое происходит при внепечной обработке стали в агрегате ковш-печь. Математическая модель основывается на уравнениях Лагранжа второго рода и позволяет определять траекторию движения проволоки в расплаве.

Ключевые слова: нелинейная система, трехмерное пространство, порошковая проволока, ковш-печь.

K.S. KRASNIKOV

Dniprodzerzhinsk state technical university

THE MATHEMATICAL MODEL OF THREE-DIMENSIONAL MOTION OF CORED WIRE IN MOLTEN STEEL DURING INERT GAS BLOWING ON FURNACE-LADLE

The article is devoted to the development of three-dimensional mathematical model of the cored wire's motion, which occurs during secondary steelmaking on furnace-ladle. The mathematical model is based on Lagrange equations of the second kind and allows us to define the trajectory of the wire's motion in the melt.

Keywords: nonlinear system, three-dimensional space, cored wire, furnace-ladle.

Актуальність

Введення порошкового дроту у розплав є сучасним методом позапічної обробки сталі. Встановлення раціональних технологічних параметрів цього процесу у промислових і лабораторних експериментах є коштовним. У даній роботі запропоновано математичну модель для чисельних досліджень на комп'ютері, які значно дешевше і широко використовуються у наш час.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Моделювання траєкторії руху порошкового дроту має багаторічну історію і свій розвиток. У роботі [1] надано двовимірну постановку задачі, дріт представлено ланцюгом стрижней, наведено рівняння Лагранжа другого роду, узагальненими координатами обрано zenітні кути сферичної системи координат для кожного стрижня, але не надано формули для енергії, дисипативних сил, координат центрів мас стрижней, виражених через узагальнені координати та ін. Надано інформацію про комп'ютерну реалізацію моделі, результати роботи якої наведено у вигляді рисунків та таблиць проведених досліджень. Декілька речень сказано про тривимірну модель руху, наведено рисунки тривимірної траєкторії, але саму тривимірну математичну модель не представлено.

У роботі [2] опис моделі руху дроту схожий на опис у роботі [1], надано декілька речень про розв'язання системи рівнянь (хоч і не сказано яким саме методом розв'язується система рівнянь), наведено формули для знаходження кутів і кутових швидкостей за методом Ейлера-Кромера, представлено графічні та чисельні результати досліджень, надано технологічні рекомендації. Робота не має повного математичного опису математичної моделі руху.

У роботі [3] було зроблено спробу побудувати тривимірну математичну модель руху дроту, використовуючи рівняння Лагранжа другого роду: узагальненими координатами обрано кути сферичної системи координат, представлено формулу для визначення сили опору рухові дроту з боку розплаву сталі, надано опис впливу температури матеріалу дроту на його пружність (хоча формули для цієї залежності не показано). У роботі [3] запропоновано формулу для потенціальної енергії:

$$P = \sum_{i=1}^N \left[g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_k}\right) m_i z_i + \frac{\kappa_i}{2} (\theta_i - \theta_{i-1} - \psi_{1i})^2 + \frac{\kappa_i}{2} (\varphi_i - \varphi_{i-1} - \psi_{2i})^2 \right],$$

де привертає увагу третій доданок, який є внеском у потенціальну енергію, зумовленим різницею кутів сусідніх стрижнів φ_i та φ_{i-1} (нехтуємо кутами залишкової деформації ψ_{1i} та ψ_{2i}). Очевидно з тексту роботи, що є спроба врахувати сили пружності поздовжнього вигину дроту, але якщо кути θ_i та θ_{i-1} дорівнюють нулю, тобто стрижні i та $i-1$ розташовані вертикально, тоді різниця кутів φ_i та φ_{i-1} дає зміну потенціальної енергії, що привносить інший фізичний зміст у модель і в даній формулі є помилкою (тобто враховується кручення дроту, що потребує інше формулювання). Також у роботі не сказано, що таке врахування пружності (очевидно, що ґрунтується на законі Гука) є реалістичним тільки при малому згині між двома стрижнями. Взагалі у роботі не має детального опису математичної моделі, а також опису припущень для задачі руху.

У роботі [4] опис тривимірної моделі руху дроту схожий з описом у попередній роботі, а з математичних формул є тільки декілька загальних рівнянь, включаючи рівняння Лагранжа другого роду.

У роботі [5] наведено модель руху, яка дозволяє тільки приблизно оцінити глибину занурення та траєкторію руху дроту з урахуванням плавлення. Модель враховує Архімедову силу, силу тяжіння та швидкість введення і не враховує пружні сили дроту, сили гідродинамічного опору з боку розплаву. Ця модель більш схожа на модель руху частинки у розплаві (вплив сусідніх ланок не враховано). Завдяки застосуванню моделі можна отримати наближену двовимірну траєкторію руху.

Вимагає уваги робота [6], у якій наведено детальний опис тривимірної математичної моделі, представлено формули координат центрів мас стрижнів, виражених узагальненими координатами, формули кінетичних, потенціальних енергій та дисипативних сил, показано шлях отримання системи рівнянь руху з урахуванням сил Архімеда, тяжіння, пружності (з урахуванням залишкової деформації), гідродинамічного опору з боку розплаву, а також враховано зміну довжини частини дроту зануреної у розплав. Незважаючи на декілька помилок комп'ютерного набору треба виділити важливу помилку – сила опору визначається як $\vec{f}_i = -C_x / d_i m_i \vec{w}_i^\perp \vec{w}_i^\perp$, хоча правильно $\vec{f}_i = -C_x \rho w_i^\perp \vec{w}_i^\perp / 2 A_i$ (тут C_x – безрозмірний коефіцієнт опору, d_i , m_i , \vec{w}_i^\perp і A_i – діаметр, маса, перпендикулярна стрижню складова швидкості і площа поздовжнього розрізу i -го стрижня; ρ – густина розплаву).

Автори роботи [7] пропонують інноваційний метод введення порошкового дроту, при якому дріт при введенні стискається спеціальним пристроєм через деякий визначений інтервал – таким чином потрапляючи у розплав, дріт може розпадатися на частини, що обумовлює врахування вільного руху таких частин.

Якщо не брати за основу рівняння Лагранжа, а спробувати створити модель сталевого дроту на основі простої бібліотеки фізики з Інтернету, в якій є такі компоненти як циліндричне тверде тіло та зв'язок між двома тілами, то можна отримати гіршу модель дроту, зокрема, з дуже малою міцністю – дріт більш схожий на розтягну мотузку. Але швидкість обчислень буде набагато вищою (часто в фізичних бібліотеках не розв'язується система рівнянь).

Використовуючи математичну модель з роботи [6], можна створити програмний засіб та уперше перевірити її адекватність, що і було зроблено у роботі [8]. Представлені у роботі [8] рисунки свідчать про вдалу побудову математичної моделі на основі рівнянь Лагранжа, зокрема реалістично проявляється жорсткість дроту. З метою вдосконалення цієї моделі можна врахувати самостійний рух дроту на випадок відплавлення, представити повніше граничні умови на випадок зіткнення дроту зі стінками та дном ковша, врахувати вплив температури на пружність дроту.

Постановка мети

Метою роботи є детальний опис тривимірної математичної моделі динаміки дроту в розплаві з урахуванням можливого вільного руху частин дроту, що відплавляються.

Виклад основного матеріалу дослідження

Порошковий дріт у розплаві може рухатися у багатьох напрямках і для визначення динаміки руху потрібно враховувати сили пружності, тяжіння, виштовхування, гідродинамічного опору з боку розплаву. Модель використовує механіку Лагранжа, яка дає можливість врахувати вищенаведені сили.

Дріт представлено нерозривним ланцюгом стрижней, який схематично показано на рис.1. Точкою відліку є центр ковшового дна. Пружність дроту на розтягування вважається нескінченно великою, і хоча у

розплави дріт розтягується очевидно краще, цим можна нехтувати і вважати, що стрижні мають постійну однакову довжину й зв'язки між ними – ідеальні. Значного кручення дроту не спостерігається, тому крученням, а також усіма пов'язаними з крученням явищами можна нехтувати.

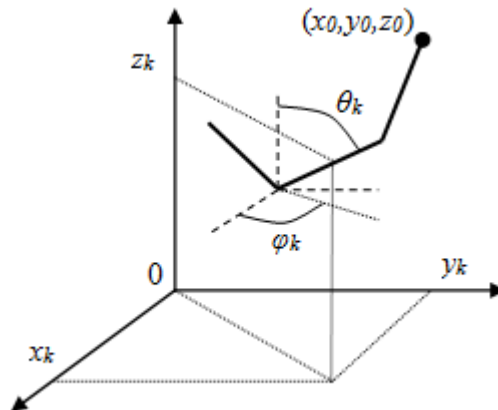


Рис. 1. Декартові й сферичні координати k -го стрижня

Динаміка системи стрижней визначається рівняннями Лагранжа другого роду [9] з урахуванням потенційних і дисипативних сил:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_b} - \frac{\partial K}{\partial q_b} = - \frac{\partial P}{\partial q_b} + \tilde{F}_b \quad b = \overline{1, S} \quad (1)$$

де K і P – відповідно кінетична і потенціальна енергії системи стрижней, \tilde{F}_b – узагальнені дисипативні сили опору, q_b – узагальнені координати. Кількість ступенів свободи S дорівнює подвійному числу стрижней (і додаткові три ступеня свободи на випадок самостійного руху). За узагальнені координати обрано (рис. 1): кути сферичної системи координат (зенітний – θ_k та азимутальний – φ_k), декартові координати початку ланцюга (x_0, y_0, z_0) на випадок самостійного руху дроту в розплаві.

Кінетична енергія K визначається за допомогою декартових координат центрів мас стрижнів і їх швидкостей, виражених через узагальнені координати θ_k і φ_k :

$$\begin{aligned} x_k &= x_0 + \sum_{j=1}^k l_{jk} \sin \theta_j \cos \varphi_j, \\ y_k &= y_0 + \sum_{j=1}^k l_{jk} \sin \theta_j \sin \varphi_j, \\ z_k &= z_0 + \sum_{j=1}^k l_{jk} \cos \theta_j, \end{aligned} \quad (2)$$

$$v_k^x = v_0^x + \sum_{j=1}^k l_{jk} (\omega_j \cos \theta_j \cos \varphi_j - \sigma_j \sin \theta_j \sin \varphi_j),$$

$$v_k^y = v_0^y + \sum_{j=1}^k l_{jk} (\omega_j \cos \theta_j \sin \varphi_j + \sigma_j \sin \theta_j \cos \varphi_j),$$

$$v_k^z = v_0^z - \sum_{j=1}^k l_{jk} \omega_j \sin \theta_j,$$

$$K = \sum_{k=1}^N \left[\frac{m_k}{2} (v_k^x{}^2 + v_k^y{}^2 + v_k^z{}^2) + \frac{I_k}{2} (\omega_k^2 + \sigma_k^2 \sin^2 \theta_k) \right], \quad (3)$$

де ω_k і σ_k – кутові швидкості, що відповідають кутам θ_k і φ_k , m_k – маса k -го стрижня, N – поточна кількість стрижнів у ланцюгу, I – момент інерції (відносно осі, що проходить через центр мас стрижня перпендикулярно напрямку стрижня), який дорівнює $I^2 m_k / 12$. Коефіцієнт l_{jk} має вигляд:

$$l_{jk} = \begin{cases} l, & j < k \\ \frac{l}{2}, & j = k \end{cases}$$

де l – довжина стрижня.

Прийнято, що поздовжнє згинання порошкового дроту спричиняє появу сили пружності в з'єднанні двох стрижней. Для врахування цієї сили можна використовувати закон Гука, при цьому кут між стрижнями повинен бути малим. Разом із силою пружності на стрижні діють потенціальні сили тяжіння та виштовхування. Таким чином, потенціальна енергія системи (1) визначається формулою:

$$P = \sum_{k=1}^N \left[g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_k} \right) m_k z_k + \frac{\kappa_k}{2} (\Delta_k - \psi_k)^2 \right],$$

де g – прискорення вільного падіння, ρ_0 і ρ_k – густина розплаву і середня густина k -го стрижня (ρ_0 залежить від місцезнаходження стрижню – сталь, шлак, повітря), κ_k – коефіцієнт пружності в з'єднанні $(k-1)$ -го та k -го стрижнів, Δ_k – кути між ними, ψ_k – кути залишкової деформації (дріт не ідеально рівний, а зігнутий після розмотування з котушки діаметром приблизно 1 метр). Припускаючи, що кути Δ_k малі, вони визначаються за формулою:

$$\Delta_k^2 = \Delta \theta_k^2 + \Delta \varphi_k^2 \sin^2 \theta_k,$$

де $\Delta \theta_k = \theta_k - \theta_{k-1}$, $\Delta \varphi_k = \varphi_k - \varphi_{k-1}$.

Коефіцієнт пружності κ_k лінійно залежить від середньої температури сусідніх стрижней з коефіцієнтом ξ і дорівнює $\kappa_k^0 (1 - \xi \Delta T)$ таким чином, аби при зростанні температури коефіцієнт κ_k прямував до нуля.

Сили гідродинамічного опору з боку розплаву, які діють на стрижні, визначаються так:

$$\tilde{F}_b = \sum_{k=1}^N \tilde{f}_k \cdot \frac{\partial \tilde{r}_k}{\partial q_i},$$

де \tilde{r}_k – радіус-вектори центрів мас стрижнів:

$$\tilde{r}_k = \tilde{r}_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \tilde{l}_j + \frac{1}{2} \tilde{l}_k,$$

де \tilde{l}_j – напрямки j -го стрижня:

$$\tilde{l}_j^x = l \sin \theta_j \cos \phi_j; \quad \tilde{l}_j^y = l \sin \theta_j \sin \phi_j; \quad \tilde{l}_j^z = l \cos \theta_j.$$

Нехай \tilde{w}_k – швидкість центру мас k -го стрижня відносно розплаву (рис. 2). Якщо напрямки швидкості \tilde{w}_k співпадає з напрямком стрижня \tilde{l}_k , то опором рухові k -го стрижня можна знехтувати. Таким чином, сила опору залежить від перпендикулярної стрижню складової швидкості:

$$\tilde{f}_k = -C_x \frac{\rho w_k^\perp \tilde{w}_k^\perp}{2} A, \\ \tilde{w}_k^\perp = \tilde{w}_k - (\tilde{l}_k \cdot \tilde{w}_k) \tilde{l}_k / l^2,$$

де C_x – безрозмірний коефіцієнт опору, ρ – густина розплаву, A – площа поздовжнього перерізу стрижня (діаметр помножений на довжину).

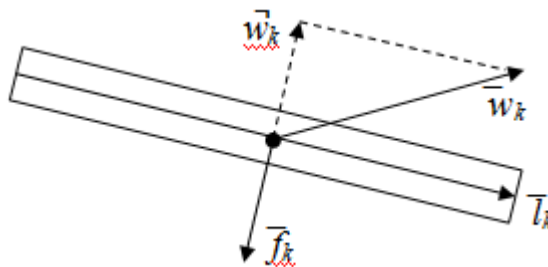


Рис. 2. Сила гідродинамічного опору з боку розплаву.

Система (1) в нашому випадку зводиться до системи лінійних рівнянь відносно прискорень α_k , β_k , \dot{v}_0^x , \dot{v}_0^y , \dot{v}_0^z ($Mx=b$, де M , x і b – матриця коефіцієнтів системи, вектор-стовпчик невідомих прискорень і вектор-стовпчик вільних членів), в якій кількість рівнянь дорівнює кількості невідомих прискорень. Дана система у роботі розв'язується чисельно. При цьому часову вісь поділено на часові кроки (які нумеруються індексом n), на яких всі змінні вважаються сталими. На кожному часовому кроці знаходиться матриця M , стовпчик b та отримуються невідомі прискорення x після розв'язання системи рівнянь класичним ітераційним методом Гаусса-Зейделя. Початкові узагальнені швидкості та координати потрібно задавати, а для наступного часового кроку ($n+1$) їх можна визначати за методом Ейлера-Кромера, використовуючи знайдені прискорення.

Вищенаведений розв'язок задачі враховує можливість зміни поточної кількості стрижнів N . Довжина частини дроту, що знаходиться у розплаві, збільшується із постійною швидкістю введення v_0 . Подовження цієї частини відбувається додаванням стрижня у точці вводу на часовому кроці, який визначається відношенням довжини стрижня l та швидкості вводу v_0 . Тоді компоненти x_0 , y_0 , z_0 у (2) залежать від кутів введення і відомої швидкості вводу дроту v_0 і визначаються за формулами:

$$x_0 = x_{start} + v_0^x \Delta t,$$

$$y_0 = y_{start} + v_0^y \Delta t,$$

$$z_0 = z_{start} + v_0^z \Delta t,$$

де x_{start} , y_{start} , z_{start} – координати точки введення порошкового дроту.

Висновки з проведеного дослідження

Перспективна модель руху порошкового дроту отримала розвиток: за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду побудовано тривимірну модель руху системи стрижнів з урахуванням вільного руху частин, що відплавляються. Модель можна вдосконалити у майбутньому, підключивши задачі плавлення дроту та гідродинаміки розплаву з метою відтворення процесу позапічної обробки сталі з початку введення порошкового дроту до усереднення порошку в сталевому розплаві.

Список використаної літератури

1. Болотов В.Ю. Комплексная задача движения, плавления и усвоения проволоки при продувке металла в сталеразливочном ковше / В.Ю. Болотов, С.Е. Самохвалов // Сб. науч. труд. ДГТУ. (Металлургия). – Дн-жинск, 1998. – С. 39 – 44.
2. Болотов В.Ю. Математическая модель комплексной задачи движения, плавления и усвоения проволоки при продувке металла в сталеразливочном ковше / В.Ю. Болотов, И.А. Павлюченков, С.Е. Самохвалов, Г.Н. Черномаз // Сб. науч. труд. Гос. мет. акад. Укр. (Энергетика, Metallurgy). – Дн-вск, 1999. – С. 113-116.
3. Болотов В.Ю. Розробка раціональної теплотехнології обробки розплавів дротом в сталерозливному ковші: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.14.06 "Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика" / В.Ю. Болотов– Дніпродзержинськ, 2001. – 20 с.
4. Пиптюк В.П. Математическое моделирование процессов доводки стали порошковыми и алюминиевой проволоками на установке ковш-печь переменного тока Сообщение 1. Математическая модель / В.П. Пиптюк, В.Ю. Болотов, И.А. Павлюченков, В.А. Вихлевшук, В.Г. Кнохин, И.Н. Логозинский, С.В. Греков // Научный журнал «Математическое моделирование». – Днепродзержинск: ДДТУ – 2007. – № 1. – С. 91-96.

5. Моделирование современных процессов внепечной обработки и непрерывной разливке стали / [О.Б. Исаев , Е.А. Чичкарев , В.В. Кислица , Д.А. Лившиц , О.В. Носоченко , Ю.И. Матросов] ; под. общ. ред. д.т.н., проф. Е.Х. Шапазова – М.: Металлургиздат, 2008. –73. С.
6. Піптюк В.П. Вивчення траєкторії руху дроту при введенні в металеву ванну під час продувки аргоном на установці ківш-піч. Частина 1. Математична модель / В.П. Піптюк , С.Є. Самохвалов , Р.Р. Гнип , С.М. Павлов , Т.М. Овчаренко // “Математичне моделювання”, Дніпродзержинськ: ДДТУ – 2010. – № 1. – С. 21-24.
7. Тарасюк Л.И. Способ введения проволоки, ленты в железоуглеродистый расплав / Л.И. Тарасюк, В.В. Морнева , Е.А. Казачков // Вісник приазовського державного технічного університету (серія “Технічні науки”), Маріуполь: – ПДТУ – 2013р. – Вип. 26. – С. 57-61.
8. Красніков К.С. Комп’ютерне моделювання тривимірного руху сталевго дроту в розплаві на установці ківш-піч / К.С. Красніков, С.Є. Самохвалов, В.П. Піптюк // “Математичне моделювання”, Дніпродзержинськ: – ДДТУ – 2013. – №2. – С. 95-98.
9. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике 3-е изд. / Под ред. Е. С. Пятницкого. – М.:Физматлит, 2005. – С. 37-57.