

**ОЦІНЮВАННЯ ПЛОЩІ ПОВЕРХНЕВОЇ ТРІЩИНИ  
В ОРТОТРОПНОМУ КОМПОЗИТІ  
ЗА ДОПОМОГОЮ ГРАНИЧНО-ЕЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

*Методом граничних елементів у змішаних безрозмірних координатах промодельоване становлення нормованої електричної напруженості лінійно-зростаючого збурення в повітрі – над тріщиною в плоскій поверхні ортотропного композита. У разі оберненої пропорційності його провідностям як сторін прямокутного осердя, так і масштабів за осями абсцис, ординат й аплікату та часу обґрунтована можливість ізотропного підходу до електромагнітної дефектоскопії ортотропних композитів. Як міра конструкційної загрози тріщини оцінена її площа за допомогою просторово-часового аналізу даних на перетині таких площин: симетрії тріщини та паралельної поверхні композита.*

*Ключові слова: електромагнітна дефектоскопія, ортотропні композити, тріщина, безрозмірні координати, метод граничних елементів.*

В.А. ПАЩЕНКО

Дніпропетровський національний університет

**ОЦЕНИВАНИЕ ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ  
В ОРТОТРОПНОМ КОМПОЗИТЕ  
С ПОМОЩЬЮ ГРАНИЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

*Методом граничных элементов в смешанных безразмерных координатах моделируется становление нормированной электрической напряженности линейно-нарастающего возбуждения в воздухе – над трещиной в плоской поверхности ортотропного композита. В случае обратной пропорциональности его проводимостям как сторон прямоугольного сердечника, так и масштабов по осям абсцисс, ординат, аппликату и времени обоснована целесообразность изотропного подхода к электромагнитной дефектоскопии ортотропных композитов. Как мера конструкционной угрозы трещины оценена ее площадь с помощью пространственно-временного анализа данных на пересечении таких плоскостей: симметрии трещины и параллельной поверхности композита.*

*Ключевые слова: электромагнитная дефектоскопия, ортотропные композиты, трещина, безразмерные координаты, метод граничных элементов.*

V. O. PASHCHENKO

Dnepropetrovsk national university

**AN ESTIMATION OF SURFACE CRACK SQUARE  
IN THE ORTHOTROPIC COMPOSITE  
WITH THE HELP OF THE BOUNDARY ELEMENTS MODELLING**

*By the boundary elements method in mixed dimensionless coordinates the becoming of reduced electrical intensity of linearly-increasing excitation has been modeled in the air – above the crack in a plane surface of the orthotropic composite. In case of inverse proportionality to its conductivities both rectangular core sides and scales of abscissa, ordinate, applicate and time it has based an expediency of the isotropic approach to the electromagnetic defectoscopy of orthotropic composites. As a measure of the constructions danger of crack its square has been estimated by the spatial-temporary analysis of data located on intersection of such planes: crack symmetry one and one that is parallel to the composite surface.*

*Keywords: electromagnetic defectoscopy, orthotropic composites, crack, dimensionless coordinates, boundary elements method.*

**Постановка проблеми**

По відношенню до орієнтації односпрямованого армування композити володіють симетрією характеристик і властивостей, зокрема, електропровідності, а тому називаються ортотропними

(ортогонально-анізотропними) [1]. Провідності вздовж і поперек (джгутів) волокнин вуглецевих композитів ( $\sim 10 \div 10^4 \text{ См/м}$ ) відрізняються не більше ніж у декілька разів [1, 2].

Основні дефекти структури ортотропних композитів – розриви (джгутів) волокнин, які уявляють найбільшу загрозу цілісності виробу в разі розташування на його поверхні при досягненні критичних розмірів. Вимоги до надійності обумовлюють регулярне проведення неруйнівного контролю[3], який при зберіганні й експлуатації доцільніше здійснювати електромагнітним методом, що забезпечує простоту й локальність процедури, оперативність і реалізованість у важкодоступних місцях. Розриви волокнин погіршують уздовжню провідність, що й ідентифікує поперечну тріщину.

Зондувальне поле в діапазоні до  $0.5 \text{ ГГц}$  збуджується прямокутним осердям, напівсторони якого (рис.1) зворотно-пропорційні провідностям композита вздовж і поперек напрямку армування:

$$a = k/\sigma_x, \quad b = k/\sigma_y. \quad (k - \text{константа}) \quad (1)$$

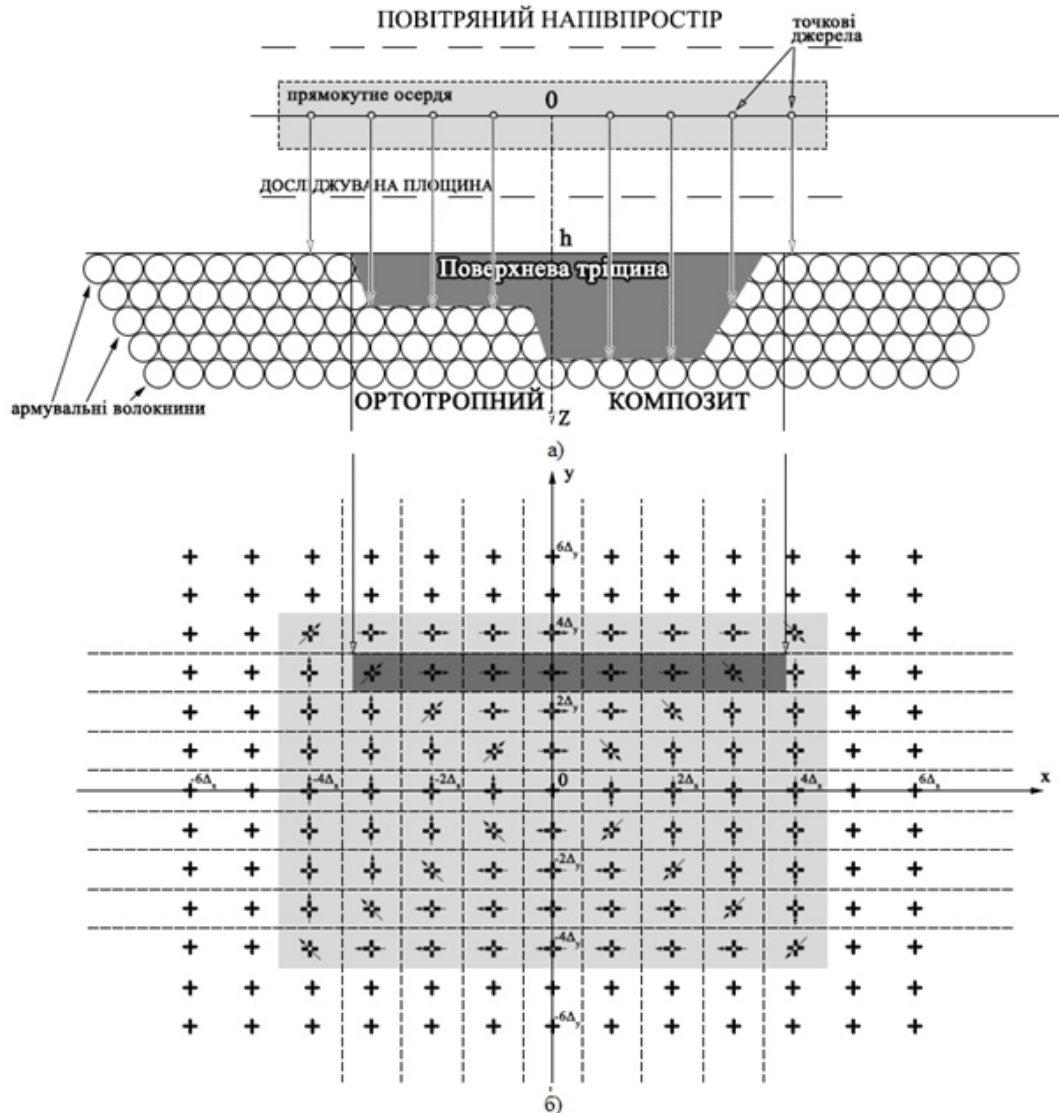


Рис.1 Електромагнітна дефектоскопія ортотропного композита з поверхневою тріщиною (зачернена) котушкою з прямокутним осердям (підтінена) в декартових координатах:  
 а) поперечний переріз через тріщину, вигляд збоку;  
 б) вигляд зверху на точкові джерела (°) стороннього струму (→) та на вузли дискретизації (+) й граничні елементи (- - -), розташовані на досліджуваній площині в повітрі

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Серед підходів до математичного моделювання часово-просторових розподілень електромагнітних полів [4] чільне місце займає метод *граничних елементів* (МГЕ) [5-6], який використовує вимірність розв'язуваної задачі, меншу на одиницю, коли обчислення виконується лише на частині границі, а не в усій області дослідження, зокрема, безконечній, – як у разі метода скінчених елементів [7]. Необхідна умова застосування МГЕ – перехід від змішаної крайової задачі для диференціальних рівнянь до відповідних граничних інтегральних розв'язків. Тому на відміну від методів скінчених різниць і елементів МГЕ використовує інтегрування замість чисельного диференціювання, що зменшує інтенсивність шуму округлення, підвищує точність і ефективність обчислень.

Непрямий варіант МГЕ використовує інтегральний вираз щодо фундаментального розв'язку відповідного диференціального рівняння [6]. Для хвильового рівняння такий інтегральний вираз є потенціалом поодинокого шару [8], який відмінний від нуля в області, що розширюється з часом, і задається густиною стороннього струму прямокутного осердя та його місцеположенням. Фундаментальний розв'язок – це функція Гріна для необмеженої області, тому початкові й граничні умови можна замінити системою точкових джерел [9], для яких розв'язується вихідна задача; її загальний розв'язок є суперпозицією елементарних розв'язків.

Для розширеної з часом області присутності нестационарного електромагнітного поля в повітрі, над плоскою поверхнею ортотропного композита, отримані в [10] аналітичні просторово-часові розподілення  $x$ - і  $y$ -проекцій векторного потенціалу точкового джерела стороннього струму. Виходячи з них, в [11] знайдено аналітичний вираз для просторово-часового розподілення  $x$ -,  $y$ -проекцій електричної напруженості над плоскою поверхнею ортотропного композита.

Перехід до змішаних безрозмірних координат дозволяє приховати фізичні константи в виразах для кроків дискретизації, а тому створити умови для зведення ортотропної задачі до ізотропної, а також коректно здійснити дискретизацію процесу моделювання та співмірити подання просторово-часових даних. До того ж виникають підстави для подання прямокутного осердя адекватною кількістю точкових джерел.

**Формулювання цілі дослідження.** Вдосконалити непрямий варіант МГЕ для застосування в змішаних безрозмірних координатах ізотропного підходу до моделювання процесу оцінювання площі тріщини ортотропного композита за допомогою аналізу значень приведеної електричної напруженості в повітрі.

**Викладення основного матеріалу дослідження.**

*Просторо-часові розподілення* подібних  $x$ ,  $y$ -проекцій електричної напруженості, збурюваної точковим  $(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)} = 0)$  – джерелом стороннього струму (рис.1) в  $(x, y, z)$ -точці повітряного напівпростору (при  $z < h$ ), над плоскою поверхнею ортотропного композита, задаються різницею членів для первинного й відбитого елементарних полів:

$$E_{x,y}(x, y, z, t) = -\frac{\partial a_{x,y}(x,y,z,t)}{\partial t} = -\frac{\mu_0 J_0 F_{x,y}(x^{(0)}, y^{(0)})}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r^{(1)}} \cdot \frac{df(t-r^{(1)}/c)}{dt} - \frac{h^R_{x,y}(t-r^{(2)}/c)}{r^{(2)}} \cdot \frac{df(t-r^{(2)}/c)}{dt} \right\}, \quad (2)$$

де  $a_{x,y}$  – компонента елементарного векторного потенціалу;  $\mu_0$  – магнітна проникність повітря;  $J_0$  й  $f(t)$  – амплітуда й обвідна густини стороннього струму;  $c$  – швидкість поля в повітрі;

$$F_x(x^{(0)}, y^{(0)}) = \cos\gamma(x^{(0)}, y^{(0)}), \quad F_y(x^{(0)}, y^{(0)}) = \sin\gamma(x^{(0)}, y^{(0)}), \quad (3)$$

причому  $\gamma$  – кут між віссю абсцис і стороннім струмом в  $(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)} = 0)$ -точці;

$$r^{(1)} = \sqrt{(x - x^{(0)})^2 + (y - y^{(0)})^2 + z^2} \geq 0, \quad (4)$$

$$r^{(2)} = \sqrt{(x - x^{(0)})^2 + (y - y^{(0)})^2 + (2h - z)^2} \geq h, \quad (5)$$

$r^{(1)}, r^{(2)}$  – віддаленості  $(x, y, z)$ -точки повітряного напівпростору від точкових джерел: фактичного й фіктивного з координатами  $(x^{(0)}, y^{(0)}, 0)$  й  $(x^{(0)}, y^{(0)}, 2h)$ , відповідно, причому  $h$  – зазор між точковим джерелом і поверхнею композита.

Характеристика відбиття поверхнею ортотропного композита задається виразом для її подібних  $x, y$ -проекцій [11]:

$$h^R_{x,y}(t - r^{(2)}/c) = U(t - r^{(2)}/c) \left\{ 1 - \frac{2}{J_0 \left[ 2\sqrt{-i\sigma_{x,y}(t-r^{(2)}/c)/4\pi\epsilon_0} \right]} \right\}, \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (6)$$

де  $U(\tau)$  – симетрична ступінчаста функція,  $\sigma_{x,y}$  – електрична провідність уздовж  $x, y$ -координати,  $\epsilon_0$  – діелектрична проникність повітря, а модифікована функція Беселя 0-го порядку має в якості дійсної й уявної частини функції Кельвіна 0-го порядку (позначення якого прийнято пропускати)

$$J_0 \left[ 2\sqrt{-i\frac{\sigma_{x,y}(t-r^{(2)}/c)}{4\pi c}} \right] = \text{ber} \left[ 2\sqrt{\frac{\sigma_{x,y}(t-r^{(2)}/c)}{4\pi c}} \right] - i \cdot \text{ber} \left[ 2\sqrt{\frac{\sigma_{x,y}(t-r^{(2)}/c)}{4\pi c}} \right].$$

Якщо при  $t=0$  до  $(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)} = 0)$ -джерела прикладається лінійно-зростаюче збурення з амплітудою  $J_0 = 1$  та обвідною  $f(t) = U(t - r/c)x(t - r/c)$ , то  $x, y$ -проекції електричної напруженості в повітряному напівпросторі задаються виразом:

$$E_{x,y}^{nz}(x, y, z, t) = -\frac{\mu_0 J_0 F_{x,y}(x^{(0)}, y^{(0)})}{4\pi} \left\{ \frac{U(t-r^{(1)}/c)}{r^{(1)}} - \left[ 1 - \frac{2}{J_0 \left[ 2\sqrt{-i\sigma_{x,y}(t-r^{(2)}/c)/4\pi\epsilon_0} \right]} \right] \frac{U(t-r^{(2)}/c)}{r^{(2)}} \right\}. \quad (7)$$

Таким чином, вирази (2) (або (7)) для  $x$ - й  $y$ -проекцій електричної напруженості над поверхнею ортотропного композита повністю ідентичні, охоплюючи фізичні константи, але виключаючи кутові

коефіцієнти  $F_{x,y}(x^{(0)}, y^{(0)})$  та провідності  $\sigma_{x,y}$ . Тому обчислення проєкцій здійснюється єдиною процедурою, яка використовує вхідні параметри – електричну провідність і  $F_{x,y}(x^{(0)}, y^{(0)})$ .

Перехід до безрозмірних координат досягається діленням просторових і часових змінних на погоджені між собою кроки:  $\Delta = c\Delta^t$  [9], причому окремо для  $x$ - й  $y$ -проєкцій електричної напруженості. В (6) і (7) досягається суттєве спрощення уявного аргументу модифікованої функції Беселя в разі таких величин часових кроків:

$$\Delta_x^t = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\sigma_x} = \frac{1.113}{\sigma_x} \cdot 10^{-10} \text{ с}, \quad \Delta_y^t = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\sigma_y} = \frac{1.113}{\sigma_y} \cdot 10^{-10} \text{ с}, \quad (8)$$

Погоджені з ними просторові кроки визначаються виразами:

$$\Delta_x = \frac{4\pi}{\rho\sigma_x} = \frac{0.0333}{\sigma_x} \text{ м}, \quad \Delta_y = \frac{4\pi}{\rho\sigma_y} = \frac{0.0333}{\sigma_y} \text{ м}. \quad (9)$$

де  $\rho = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$  – хвильовий опір повітря.

З метою подання ортотропного композиту за допомогою ізотропного провідного напівпростору застосуємо змішані безрозмірні  $(X_x = x/\Delta_x, Y_y = y/\Delta_y, Z_x = z/\Delta_x, T_x = t/\Delta_x^t)$ - або  $(X_x, Y_y, Z_y = z/\Delta_y, T_y = t/\Delta_y^t)$ -координати, в яких обидві напівсторони прямокутного осердя (рис. 1б) виявляються однаковими:  $a/\Delta_x = b/\Delta_y = k\rho/4\pi$  в разі справедливості рівностей (1). Зведення ортотропної задачі до ізотропної в змішаних безрозмірних координатах компенсується внесенням відмінних відстаней у вирази для  $x$ - й  $y$ -проєкцій електричної напруженості при індивідуальній заміні просторово-часових змінних їхніми аналогами. Ділення обох частин (2) на  $4\pi\Delta_{x,y}/\mu_0 J_0 F_{x,y}(x^{(0)}, y^{(0)})$  приводить до таких виразів для  $x$ - і  $y$ -проєкцій нормованої електричної напруженості:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{4\pi E_x(x,y,z,t)\Delta_x}{\mu_0 J_0 \cos\gamma(x^{(0)}, y^{(0)})} = \frac{4\pi E\Delta_x}{\mu_0 J_0} = \\ &= -\frac{1}{R_x^{(1)}} \cdot \frac{df[\Delta_x^t(T_x - R_x^{(1)})]}{dt} + \left\{ 1 - \frac{2}{J_0 [2\sqrt{-i(T_x - R_x^{(2)})}]} \right\} \frac{1}{R_x^{(2)}} \cdot \frac{df[\Delta_x^t(T_x - R_x^{(2)})]}{dt}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_y &= \frac{4\pi E_y(x,y,z,t)\Delta_y}{\mu_0 J_0 \sin\gamma(x^{(0)}, y^{(0)})} = \frac{4\pi E\Delta_y}{\mu_0 J_0} = \\ &= -\frac{1}{R_y^{(1)}} \cdot \frac{df[\Delta_y^t(T_y - R_y^{(1)})]}{dt} + \left\{ 1 - \frac{2}{J_0 [2\sqrt{-i(T_y - R_y^{(2)})}]} \right\} \frac{1}{R_y^{(2)}} \cdot \frac{df[\Delta_y^t(T_y - R_y^{(2)})]}{dt}, \end{aligned} \quad (11)$$

де  $R_x^{(1)} = \sqrt{(X_x - X_x^{(0)})^2 + (Y_y - Y_y^{(0)})^2 \cdot (\Delta_y/\Delta_x)^2 + Z_x^2}, \quad (12)$

$$R_x^{(2)} = \sqrt{(X_x - X_x^{(0)})^2 + (Y_y - Y_y^{(0)})^2 \cdot (\Delta_y/\Delta_x)^2 + (2H_x - Z_x)^2}, \quad (13)$$

$$R_y^{(1)} = \sqrt{(X_x - X_x^{(0)})^2 \cdot (\Delta_x/\Delta_y)^2 + (Y_y - Y_y^{(0)})^2 + Z_y^2}, \quad (14)$$

$$R_y^{(2)} = \sqrt{(X_x - X_x^{(0)})^2 \cdot (\Delta_x/\Delta_y)^2 + (Y_y - Y_y^{(0)})^2 + (2H_y - Z_y)^2}, \quad (15)$$

– відстані до фактичного й фіктивного точкових джерел у  $\Delta_x$ - і  $\Delta_y$ -масштабах, відповідно, а

$$X_x^{(0)} = x^{(0)}/\Delta_x, \quad Y_y^{(0)} = y^{(0)}/\Delta_y, \quad H_x = \frac{h}{\Delta_x} \left( H_y = \frac{h}{\Delta_y} \right) \quad (16)$$

– безрозмірні константи й зазор.

Відповідний вираз для  $x$ ,  $y$ -проєкцій нормованої електричної напруженості лінійно-зростаючого збурення має вигляд:

$$\varepsilon^{лз} = \frac{4\pi E^{лз}\Delta}{\mu_0 J_0} = -\frac{U(T-R^{(1)})}{R^{(1)}} + \left[ 1 - \frac{2}{J_0 [2\sqrt{-i(T-R^{(2)})}]} \right] \cdot \frac{U(T-R^{(2)})}{R^{(2)}}, \quad (17)$$

де нижній індекс “ $x$ ,  $y$ ” пропущено, підкреслюючи можливість використання спільної обчислювальної процедури для обох проєкцій.

Дійсна й уявна частини рівності (17) подаються виразами:

$$\text{Re}\{\varepsilon^{лз}\} = -\frac{U(T-R^{(1)})}{R^{(1)}} + \left[ 1 - \frac{2\text{ber}[2(\sqrt{T-R^{(2)}})]}{\text{ber}^2[2(\sqrt{T-R^{(2)}})] + \text{bei}^2[2(\sqrt{T-R^{(2)}})]} \right] \cdot \frac{U(T-R^{(2)})}{R^{(2)}}, \quad (18)$$

$$Im\{\varepsilon^{л3}\} = -\frac{U(T-R^{(2)})}{R^{(2)}} \cdot \frac{2bei[2(\sqrt{T-R^{(2)}})]}{ber^2[2(\sqrt{T-R^{(2)}})] + bei^2[2(\sqrt{T-R^{(2)}})]} \quad (19)$$

Таким чином, вирази (10) і (11) для, відповідно,  $x, y$ -проекцій нормованої електричної напруженості над поверхнею ізотропного провідного напівпростору ідентичні, охоплюючи фізичні змінні, але виключаючи відстані до фактичного й фіктивного точкових джерел. Тому обчислення проекцій здійснюються спільною процедурою, котра використовує зазначені відстані в якості вхідних параметрів.

Гранично-елементне моделювання в змішаних безрозмірних координатах становлення дійсної й уявної частини  $x$ -проекції нормованої електричної напруженості лінійно-зростаючого збурення здійснене в 2-вимірному  $E_x(X, Y = 3, Z = 1, T)$ -перерізі просторово-часової області над поверхнею ортотропного композита [13]. Такий переріз містить значення, локалізовані на перетині  $(X, Y, Z = 1)$ -площини й  $(X, Y = 3, Z)$ -площини симетрії  $(X_x = -3 \div 3, Y_y = 3, Z_x = 3, 3, 3, 4, 4, 4, 3)$ -тріщини (рис. 1) в моменти часу  $T = 0, 1, \dots, 8$ . У табл.1 відображена частина перерізу через тріщину, причому її подвоєна площа підтінена.

Таблиця 1

Становлення дійсної й уявної частини  $x$ -проекції нормованої електричної напруги над  $(X_x = -3 \div 3, Y_y = 3, Z_x = 3, 3, 3, 4, 4, 4, 3)$ -тріщиною в разі лінійно-зростаючого збурення при зазорі  $H_x = 2$

$Re\{\varepsilon^{л3}\}$ $Im\{\varepsilon^{л3}\}$	$x$	$-4\Delta_x$	$-3\Delta_x$	$-2\Delta_x$	$-\Delta_x$	0	$\Delta_x$	$2\Delta_x$	$3\Delta_x$	$4\Delta_x$
$t$	$X_x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	$T_x$									
0	0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
$\Delta_x^t$	1	-0.5 0.0	-0.5 0.0	-0.5 0.0	-0.5 0.0	-0.5 0.0	-0.5 0.0	-0.5 0.0	-0.5 0.0	-0.5 0.0
$2\Delta_x^t$	2	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0
$3\Delta_x^t$	3	-1.166 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.166 0.0
$4\Delta_x^t$	4	-0.530 -0.128	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-0.530 -0.128
$5\Delta_x^t$	5	-0.602 0.031	-1.1 0.0	-1.1 0.0	-1.1 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.1 0.0	-0.602 0.031
$6\Delta_x^t$	6	-0.660 0.031	-0.713 -0.077	-0.713 -0.077	-0.713 -0.077	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-1.0 0.0	-0.713 -0.077	-0.660 0.031
$7\Delta_x^t$	7	-0.675 0.014	-0.761 0.019	-0.761 0.019	-0.761 0.019	-1.071 0.0	-1.071 0.0	-1.071 0.0	-0.761 0.019	-0.675 0.014
$8\Delta_x^t$	8	-0.682 0.007	-0.796 0.019	-0.796 0.019	-0.796 0.019	-0.795 -0.055	-0.795 -0.055	-0.795 -0.055	-0.796 0.019	-0.682 0.007

Відмітимо, що точкові джерела стороннього струму розміщені в  $(Z = 0)$ -площині з зазором  $H_x = 2$  відносно плоскої поверхні композита (рис. 1), довжина тріщини складає  $\sim 7\Delta_x$ , а її розкриття  $\sim \Delta_y$ . Обчислення виконані у відповідності до рівностей (18, 19) за допомогою виразів (12, 13).

Мета просторово-часового аналізу значень – оцінювання для поверхневої тріщини її площі, яка являє собою інтегральну кількісну міру загрози конструкційній цілісності композитного виробу.

Оцінювання площі тріщини здійснюється за формулою прямокутників: крок дискретизації  $(\Delta_x)$  вздовж її довжини множиться на суму локальних глибин. Безпосередній аналіз стовпців табл. 1 дозволяє встановити кількості  $N_i$  часових кроків  $\Delta_x^t$ , які необхідні для долання полем подвійних відстаней  $N_i\Delta_x$  від досліджуваної  $(X, Y, Z = 1)$ -площини до відповідних ділянок дна тріщини чи поверхні композита. Аналіз потрібно починати від моменту часу, коли вперше стають рівними “1” значення дійсної частини (підкреслені в табл. 1 суцільною лінією при  $T = 2$ ), а завершувати – при реєстрації перших ненульових значень уявної частини (підкреслені в табл. 1 пунктирною лінією) приведеної електричної напруженості.

Для отримання значень локальних глибин тріщини слід подвійні відстані поділити на “2” та зменшити на величину зазору  $H_x$ . Формула прямокутників приймає вигляд:

$$S_x \approx \Delta_x^2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{N_i}{2} - H_x \right), \quad (20)$$

який дає значення  $S \approx 10 \cdot \Delta_x^2$  для приклада з табл. 1.

Аналогічним чином можна оцінювати в 2-вимірних  $E_y(X = A, Y, Z = C, T)$ -перерізах площини тріщин, уздовжних щодо напрямку армування (типу “розшарування волокнин”) за допомогою методу граничних елементів у змішаних безрозмірних координатах.

Таким чином, гранично-елементне моделювання в змішаних безрозмірних координатах 2-вимірних  $E_x(X, Y = B, Z = C, T)$ - й  $E_y(X = A, Y, Z = C, T)$ -перерізів просторово-часовій області над поверхнею ортотропного композита, які перетинають площини симетрії вздовжних і поперечних тріщин, відповідно, дозволяє чисельно оцінювати їхні площі як інтегральну кількісну міру конструкційної загрози виробам.

### **Висновки**

У разі оберненої пропорційності провідностями ортотропного композита як сторін прямокутного осердя, так і масштабів за осями абсцис, ординат, аплікат і часу в змішаних безрозмірних координатах, обґрунтована доцільність ізотропного підходу до гранично-елементного моделювання при розв’язанні задач електромагнітної дефектоскопії.

Моделюване становлення нормованої електричної напруженості лінійно-зростаючого збурення в повітрі – над тріщиною в плоскій поверхні ортотропного композита. Показано, що  $x$ - й  $y$ -проекції нормованої електричної напруженості над поверхнею ізотропного провідного напівпростору ідентичні, охоплюючи фізичні змінні, але виключаючи відстані до фактичного та фіктивного точкових джерел стороннього струму. Тому обчислення проекцій здійснюються спільною процедурою, котра використовує зазначені відстані як вхідні параметри.

Аналіз 2-вимірних  $E_x(X, Y = B, Z = C, T)$ - й  $E_y(X = A, Y, Z = C, T)$ -перерізів просторово-часовій області, які перетинають площини симетрії вздовжних і поперечних тріщин, відповідно, дозволяє чисельно оцінювати їхні площі як інтегральну кількісну міру конструкційної загрози виробам.

### **Список використаної літератури**

1. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса. – К.: Наукова думка, 1985. – 592 с.
2. Кербер М.Л. Полимерные композиционные материалы. Структура. Свойства. Технологии / М.Л. Кербер. – СПб.: Профессия, 2008. – 560 с.
3. Неразрушающий контроль и диагностика / Под ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 2003. – 656 с.
4. Жданов М.С. Математическое моделирование электромагнитных полей в трехмерно-неоднородных средах / М.С. Жданов, В.В. Спичак. – М.: Наука, 1992. – 187 с.
5. Бреббия К. Применение метода граничных элементов в технике / К. Бреббия, С. Уокер. – М.: Мир, 1982. – 248 с.
6. Бенерджи П. Методы граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, П. Баттерфилд. – М.: Мир, 1984. – 498 с.
7. Сильвестр П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестр, Р. Феррари. – М.: Мир, 1986. – 230 с.
8. Тихонов А.Н. уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
9. Фарлоу С. Уравнение с частными производными для научных работников и инженеров. – М.: Мир, 1985. – 384 с.
10. Pashchenko V.A. Questions of the Theory of Electromagnetic Testing of Orthotropic Composites Using Nonstationary Fields. 1. The Elementary Vector Potential of Primary and Reflected Fields in the Air above the Flat Surface of a Composite / V.A. Pashchenko, V.S. Khandetskii // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2012. – V. 48. – № 6. – PP. 357–372.
11. Pashchenko V.A. The subsurface sounding analytical description of orthotropic composite in dimensionless coordinates / V.A. Pashchenko // Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. – Kharkiv, 2012. – PP. 176–179.
12. Pashchenko V.A. Parallel tabulating method of passage and reflection characteristics of orthotropic paramagnetic composite // V.A. Pashchenko // International Conference "Parallel and Distributed Computing Systems", PDCS-2013. – Kharkiv, 2013. – PP. 236–240.
13. Пащенко В.О. Гранично-елементне моделювання становлення електричної напруженості над поверхнею ортотропного композита / В.О. Пащенко // Вестник ХНТУ. – Херсон. –2014. – № 3 (50). – С. 81–87.