

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ
АЕРОДИНАМІЧНОГО КОМПОНУВАННЯ ТРАНСПОРТНОГО АПАРАТА НА
НАДПРОВІДНИХ МАГНІТАХ**

Розроблено методику формування аеродинамічного компоновання транспортного апарату на надпровідних магнітах. Пропонується розв'язати багатокритеріальну задачу оптимізації- вибору деякого рішення із множини припустимих рішень з урахуванням ряду критеріїв оптимальності. Формування раціональних параметрів транспортного апарату проводиться на основі методів багатопараметричної оптимізації та ідей прямих варіаційних методів.

Ключові слова: аеродинамічні компоновання, математичне моделювання, рівняння Нав'є-Стокса

А.В. СОХАЦЬКИЙ

Інститут транспортних систем та технологій НАН України

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ
АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ КОМПОНОВКИ ТРАНСПОРТНОГО АППАРАТА НА
СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТАХ**

Разработана методика формирования аэродинамической компоновки транспортного аппарата на сверхпроводящих магнитах. Предлагается решать многокритериальную задачу оптимизации- выбора некоторого решения из множественного числа допустимых решений с учетом ряда критериев оптимума. Формирование рациональных параметров транспортного аппарата проводится на основе методов многопараметрической оптимизации и идей прямых вариационных методов.

Ключевые слова: аэродинамические компоновки, математическое моделирование, уравнения Навье-Стокса.

A.V. SOKHATSKY

Institute of Transport Systems and Technologies of Ukrainian National Academy of Science

**MATHEMATICAL MODELING OF PROCESS FORMING THE AERODYNAMIC CONFIGURATIONS
OF TRANSPORT VEHICLE ON SUPERCONDUCTORS**

The method of forming of aerodynamic configurations of a transport vehicle is developed on superconductors. It is suggested to decide the multicriterion task of optimization- choice of some decision from the plural of feasible solutions taking into account the row of criteria of optimum. Forming of rational parameters of a transport vehicle is conducted on the basis of methods of mnogoparametricheskoy optimization and ideas of direct variation methods.

Keywords: aerodynamic configurations, mathematical modeling, Navier-Stokes equations.

Постановка проблеми

Формування раціонального аеродинамічного компоновання транспортного апарату вимагає розв'язування математичної задачі векторної оптимізації – визначення таких геометричних, вагових та інерційних характеристик, які б забезпечили найкращі показники цілого ряду критеріїв аеродинамічної досконалості. Таким чином, необхідно розв'язати багатокритеріальну задачу оптимізації – вибору деякого розв'язку із множини припустимих розв'язків з урахуванням ряду критеріїв оптимальності.

Формально така багатокритеріальна задача задається у вигляді:

$$\begin{cases} F(x) \rightarrow \max, \\ x \in D, \end{cases} \quad (1)$$

де D – множина припустимих розв'язків, $F(x) = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)\}$ – векторна функція векторного аргументу x , $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ – скалярні функції векторного аргументу x , кожна із яких є математичним співвідношенням.

До характеристик транспортного апарата, які оптимізуються, необхідно віднести:

- аеродинамічну якість $c_y/c_x \geq K_{prog}$;
- мінімальний лобовий опір $c_x \leq c_{x\,prog}$;
- максимальний коефіцієнт піднімальної сили $c_{y\,prog\,a} \leq c_y \leq c_{y\,prog\,b}$;
- критерії статичної стійкості $m_z^\alpha < 0, m_y^\beta < 0, m_x^\gamma < 0$;

- критерії поздовжньої динамічної стійкості короткоперіодичного руху $\mu_{\min a} \leq \mu \leq \mu_{\max b}$ та довгоперіодичного руху $\mu_{V \min a} \leq \mu_V \leq \mu_{V \max b}$;
- критерії бокової динамічної стійкості $p_{1,2a} \leq p_{1,2} \leq p_{1,2b}$, $\xi_{1,2a} \leq \xi_{1,2} \leq \xi_{1,2b}$;
- співвідношення максимальних амплітуд кутових швидкостей крену та рискання

$$\frac{|\omega_x|_{\max}}{|\omega_y|_{\max}} \leq K_b, K = \frac{|\omega_x|_{\max}}{|\omega_y|_{\max}} = \frac{\overline{M}_x^\beta}{\overline{M}_y^\beta} \left[1 - \frac{\left(-\overline{M}_x^{\omega_x}\right)^2}{\overline{M}_y^\beta} \left(1 - \frac{\overline{M}_y^{\omega_y} + \overline{M}_y^\beta}{\overline{M}_x^{\omega_x}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Аналіз останніх досліджень

Суперечливість багатьох вимог, що ставляться до аеродинамічного компоунвання транспортного апарата, не дозволяє виробити однозначний критерій оцінки його досконалості. Проте досягнення теоретичної та експериментальної аеродинаміки, розвиток методів математичного моделювання, аеродинамічного розрахунку та обробки результатів експерименту зможуть надати можливість розробляти раціональні форми транспортних апаратів залежно від його призначення й режимів руху.

Однією із фундаментальних проблем при розробці транспортних апаратів на надпровідних магнітах є вибір оптимального аеродинамічного компоунвання [1-3]. На сьогодні в аеродинамічному проектуванні розвинутий еволюційний підхід, коли систематично досліджуються можливі зміни і малими кроками удосконалюють аеродинамічне компоунвання транспортного апарата. Так розвиваються аеродинамічні компоунвання в авіації, кораблебудуванні, автомобілебудуванні та інших галузях [2-7]. Сюди відноситься і дослідження систематичних серій геометричних форм [5, 6]. Накопичення даних статистичного характеру в аеродинамічних тубах та теоретичний аналіз з використанням обчислювальних машин домагають вибрати раціональне аеродинамічне компоунвання транспортного засобу [5, 6].

Мета дослідження

Задача формування аеродинамічного компоунвання транспортного засобу формується наступним чином: знайти такий вектор параметрів, що характеризує форму, конструктивні особливості та розміри, які б забезпечували задоволення вимог та обмежень, що висуваються до транспортного апарата, та досягнення оптимального значення цільової функції.

Результати дослідження

Структура формування аеродинамічного компоунвання перспективного транспортного апарата на надпровідних магнітах включає: експериментальні дослідження та розрахунки з використанням математичних моделей різного рівня складності (рис. 1). Вхідними даними повинні бути проектні параметри транспортного засобу з урахуванням технічних, енергетичних, екологічних вимог (рис. 2). Процес моделювання необхідно починати з використання найбільш простої моделі досліджуваного процесу, що з однієї сторони відбиває основні якісні явища, з іншого боку допускає досить простий математичний опис. В залежності від мети етапу дослідження той самий фактор може вважатися основним або другорядним (рис. 3). На першому етапі використовується наближено-аналітична модель, яка дозволяє провести розрахунки з малими часовими та матеріальними затратами. Фактори, які вважаються другорядними на даному етапі, відкидаються. Однак на наступному етапі дослідження, у міру ускладнення моделі, вони включаються в розгляд.



Рис. 1. Структура формування аеродинамічного компоунвання перспективного транспортного апарата

У міру поглиблення досліджень будуються нові досконаліші моделі, що більш детально описують явища. Тому на другому етапі раціонально використати такий підхід, який би будувався на моделі ідеальної рідини, але відтворював фізику відривного обтікання транспортного апарата. Таким методом є метод

дискретних вихорів (МДВ). Він ґрунтується на рівняннях для потенціалу швидкості, які приводяться до системи інтегральних сингулярних рівнянь.

На третьому етапі використовується модель течії, що описується рівняннями Нав'є-Стокса.

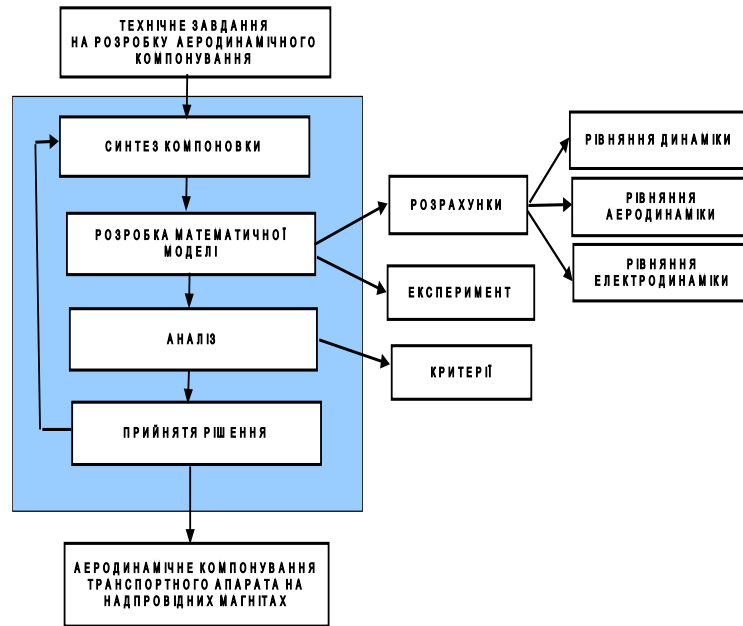


Рис. 2. Структура формування аеродинамічного компонента перспективного транспортного апарата на надпровідних магнітах

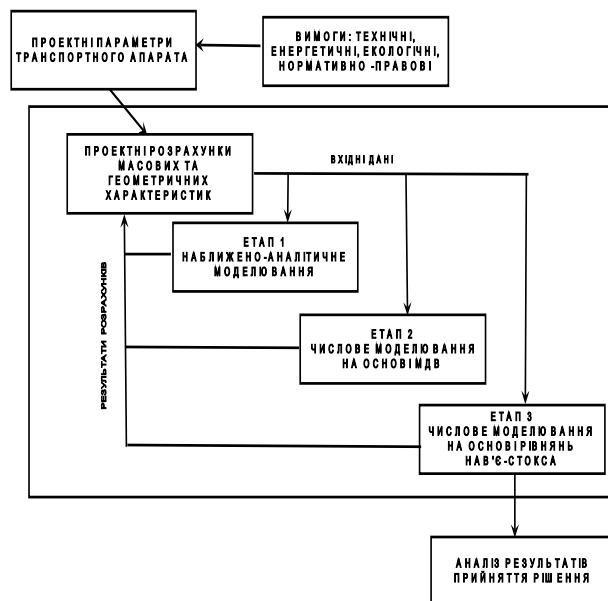


Рис. 3. Етапи методології формування аеродинамічного компонента транспортного апарата на надпровідних магнітах

Для оцінки впливу вектору параметрів на цільову функцію, яка відображає основну мету транспортного апарата, необхідно використати метод, оснований на лінеаризації малих приростів критерію оцінки

$$da = \frac{\partial a}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial a}{\partial i_2} di_2 + \dots + \frac{\partial a}{\partial i_n} di_n \quad (2)$$

де a – критерій оцінки, i_1, i_2, \dots, i_n – параметри.

Вважаючи, що диференціали і скінченні прирости еквівалентні, вираз (2) можна записати

$$\Delta a = \frac{\partial a}{\partial i_1} \Delta i_1 + \frac{\partial a}{\partial i_2} \Delta i_2 + \dots + \frac{\partial a}{\partial i_n} \Delta i_n. \quad (3)$$

Приймаємо як критерії оцінки аеродинамічного компоунання стартову масу транспортного апарата та енергетичні витрати на переміщення транспортного апарата на одиницю шляху за одиницю часу. Вважаючи, що величина корисного навантаження задана і є незмінною умовою задачі, розраховуємо вплив зміни параметрів аеродинамічного компоунання на приріст стартової маси та енергетичних затрат на переміщення транспортного апарата

$$\begin{aligned} \Delta m_0 = & \frac{\partial m_0}{\partial m_{add}} \Delta m_{add} + \frac{\partial m_0}{\partial c_x} \Delta c_x + \frac{\partial m_0}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial m_0}{\partial m_x^\gamma} \Delta m_x^\gamma + \frac{\partial m_0}{\partial m_y^\beta} \Delta m_y^\beta + \\ & + \frac{\partial m_0}{\partial m_z^\alpha} \Delta m_z^\alpha + \frac{\partial m_0}{\partial \mu} \Delta \mu + \dots + \frac{\partial m_0}{\partial i_n} \Delta i_n, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_0 = & \frac{\partial E_0}{\partial m_{add}} \Delta m_{add} + \frac{\partial E_0}{\partial c_x} \Delta c_x + \frac{\partial E_0}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial E_0}{\partial m_x^\gamma} \Delta m_x^\gamma + \frac{\partial E_0}{\partial m_y^\beta} \Delta m_y^\beta + \\ & + \frac{\partial E_0}{\partial m_z^\alpha} \Delta m_z^\alpha + \frac{\partial E_0}{\partial \mu} \Delta \mu + \dots + \frac{\partial E_0}{\partial i_n} \Delta i_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Складовими правої частини рівнянь (9), (10) є градієнти стартової маси та енергетичних витрат на переміщення транспортного апарата:

$$\frac{\partial m_0}{\partial m_{add}} \Delta m_{add} = grad m_{0,add} \quad - \text{градієнт у зв'язку з появою додаткової маси;}$$

$$\frac{\partial m_0}{\partial c_x} \Delta c_x = grad m_{0,c_x} \quad - \text{градієнт у зв'язку з появою додаткового коефіцієнту опору.}$$

Для визначення похідних $\partial m_0 / \partial K$, $\partial m_0 / \partial c_x$, $\partial m_0 / \partial m_x^\gamma$, $\partial m_0 / \partial m_y^\beta$, $\partial m_0 / \partial m_z^\alpha$, $\partial E_0 / \partial K$, $\partial E_0 / \partial c_x$, $\partial E_0 / \partial m_x^\gamma$, $\partial E_0 / \partial m_y^\beta$, $\partial E_0 / \partial m_z^\alpha$ необхідно використовувати аналітичні, числові та експериментальні методи.

Повну стартову масу транспортного апарата розраховуємо за формулою

$$m_0 = m_{пуст} + m_{ком.нав.} + m_{сис.маг.лев.} + m_{служ.} + m_{одод.}, \quad (6)$$

де m_0 – повна стартова маса транспортного апарата, $m_{пуст}$ – маса пустого транспортного апарата без системи магнітної левітації, $m_{ком.нав.}$ – маса корисного навантаження, $m_{сис.маг.лев.}$ – маса системи магнітної левітації, $m_{служ.}$ – маса службового навантаження, $m_{одод.}$ – маса додаткового обладнання.

Енергетичні затрати визначаємо, виходячи з виконаної роботи

$$E_0 = \frac{dA}{dt} = (R + F) \frac{ds}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m V^2 \right). \quad (7)$$

Відомо, що покращення одних технічних характеристик транспортного апарата може відбуватися за рахунок погіршення інших [2]. Тому дві величини будемо вважати еквівалентними за дією, якщо одночасна їх зміна приводить до рівного по величині, але протилежного за знаком зміни критерію оцінки досконалості аеродинамічної якості

$$\sum_{i \geq 2} \Delta a_i = 0. \quad (8)$$

При проведенні проектних робіт, щодо покращення аеродинамічних характеристик може зростати маса конструкції транспортного апарата. Вагові та енергетичні еквіваленти аеродинамічних параметрів запишуться таким чином:

$$\begin{aligned}
 \Delta a_m + \Delta a_K &= 0; \\
 \Delta a_m + \Delta a_{x_0} &= 0; \\
 \Delta a_m + \Delta a_{c_{x0}} &= 0; \\
 \Delta a_m + \Delta a_{m_x^z} &= 0; \\
 \Delta a_m + \Delta a_{m_y^\beta} &= 0; \\
 \Delta a_m + \Delta a_{m_z^\alpha} &= 0; \\
 \dots\dots\dots \\
 \Delta a_m + \Delta a_{i_n} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Задача визначення вагового або енергетичного еквівалента аеродинамічного параметра полягає в знаходженні раціональної зміни аеродинамічного параметра, за якої величина критерію транспортного апарата залишається незмінною.

$$\begin{cases}
 (\Delta m_0)_m + (\Delta m_0)_i = 0, \\
 (\Delta E_0)_m + (\Delta E_0)_i = 0.
 \end{cases}
 \tag{10}$$

Співвідношення (10) можна записати у вигляді

$$\begin{cases}
 \Delta m_0 = \kappa_m \Delta m_{\text{одом}} + \kappa_i \Delta i, \\
 \Delta E_0 = \kappa_m \Delta E_{\text{одом}} + \kappa_i \Delta i.
 \end{cases}
 \tag{11}$$

Припустимо, що $(\Delta m_0)_m = \kappa_E \Delta m_{\text{одом}}$, $(\Delta E_0)_m = \kappa_m \Delta E_{\text{одом}}$; $(\Delta m_0)_i = \kappa_i \Delta i$, $(\Delta E_0)_i = \kappa_i \Delta i$.

Тоді еквівалент покращення аеродинамічного параметра запишеться

$$\begin{cases}
 (\Delta m_0)_{\text{одом}} = -(\kappa_i / \kappa_m) \Delta i, \\
 (\Delta E_0)_{\text{одом}} = -(\kappa_i / \kappa_E) \Delta i.
 \end{cases}
 \tag{12}$$

Умова доцільності покращення аеродинамічного параметра за рахунок збільшення маси вузлів та деталей

$$\begin{cases}
 (\Delta m_0)_{\text{одом}} \leq -(\kappa_i / \kappa_m) \Delta i, \\
 (\Delta E_0)_{\text{одом}} \leq -(\kappa_i / \kappa_E) \Delta i.
 \end{cases}
 \tag{13}$$

Висновки

Формування раціональних параметрів транспортного апарата проводиться на основі методів багатопараметричної оптимізації та ідей прямих варіаційних методів. Прорахунок певної кількості варіантів дозволить одержати масиви стартових мас транспортного апарата та енергетичних затрат на його переміщення. У відповідності з технічним завданням вибирається раціональний варіант аеродинамічного конструювання.

Виконані дослідження показують, що при створенні транспортного апарата на надпроточних магнітах доцільно застосувати кількох палубне широкофюзеляжне аеродинамічне конструювання. Такий транспортний апарат буде мати раціональне видовження для мінімізації лобового опору та прийнятні могово-міщності характеристики.

Список використаної літератури

1. Zay Yar Myo Myint. Aerothermodynamics Investigation for Future Hypersonic Aerospace Systems [Електронний ресурс] / Myint Myo Yar Zay, Yu.I. Khlopkov, A.Yu. Khlopkov // Conf. proc. 4th International Conference on Science and Engineering. – Yangon, Myanmar, 9–10 December, 2013 (CD-ROM).
2. Проектирование самолетов / Под. ред. С.М. Егера. – М: Машиностроение, 1983. – 616 с.
3. Богданов О.К. Разработка аэродинамической компоновки тяжелого дальнего транспортного самолета Ан-124 / О.К. Богданов // Авиационно-космическая техника и технологии. – 2006. – №2(28). – С. 21–26.
4. Гил Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гил, У. Мюрей, М. Райт. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
5. Аубакиров Т.О. Нелинейная теория крыла и ее приложения / Т.О. Аубакиров, С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ. – Алматы: Гылым, 1997. – 448 с.
6. Белоцерковский, С.М. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью / С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
7. Khlopkov Yu.I. Monte-Carlo Methods in Applied Mathematics and Computational Aerodynamics [Електронний ресурс] / Yu.I. Khlopkov, A.Yu. Khlopkov, Myint Myo Yar Zay, Van Vyong Tian // Proceeding of 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (7–12 of September 2014, St. Petersburg) . – Режим доступа: http://www.icas.org/ICAS_ARCHIVE/ICAS2014/data/papers/2014_0472_paper.pdf