

УДК 621.9.06

В.Б. СТРУТИНСЬКИЙ, О.В. КОЛОТ  
Національний технічний університет України „КПІ“  
В.М. ЧУПРИНА

Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ ВЕРСТАТА ДЛЯ  
ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧНОСТІ ОБРОБКИ**

*Розроблена математична модель пружної системи верстата, яка враховує просторову жорсткість окремих підсистем верстата. Складені диференціальні рівняння парціальних динамічних підсистем та розроблені їх структурні математичні моделі. Проведено математичне моделювання окремих підсистем при циркуляційному навантаженні. Виконано аналіз впливу співвідношень жорсткісних параметрів на деформацію пружної системи. Визначено траєкторії взаємного переміщення інструменту і деталі для динамічної системи верстата, яка включає шість мас. Побудована загальна структурна математична модель верстата і проведено розрахунки його частотних характеристик. Виконано аналіз перехідних і частотних характеристик верстата. Визначено динамічні похибки верстата при детермінованих гармонічних та стохастичних навантаженнях. По результатам математичного моделювання зроблено висновки про вплив параметрів жорсткості верстата на його динамічну точність.*

*Ключові слова: пружна система верстата, частотні характеристики, циркуляційне навантаження, динамічна точність.*

В.Б. СТРУТИНСКИЙ, А.В. КОЛОТ  
Национальный технический университет Украины "КПИ"  
В.М. ЧУПРИНА

Государственный научно-испытательный центр Вооруженных Сил Украины

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ СТАНКА ДЛЯ  
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ**

*Разработана математическая модель упругой системы станка, учитывающая пространственную жесткость отдельных подсистем станка. Составлены дифференциальные уравнения парциальных динамических подсистем и разработаны их структурные математические модели. Проведено математическое моделирование отдельных подсистем при циркуляционной нагрузке на динамическую систему станка. Выполнен анализ влияния соотношений жесткостных параметров на деформации упругой системы. Определены траектории взаимного перемещения инструмента и детали для динамической системы станка, которая включает шесть масс. Построена структурная математическая модель станка в целом и проведены расчеты его частотных характеристик. Выполнен анализ переходных и частотных характеристик станка. Определены динамические погрешности станка при детерминированных гармонических и стохастических нагрузках. По результатам математического моделирования сделаны выводы о влиянии параметров жесткости станка на его динамическую точность.*

*Ключевые слова: упругая система станка, частотные характеристики, циркуляционное нагружение, динамическая точность.*

V.B. STRUTINSKIY, O.V. KOLOT  
National Technical University of Ukraine "KPI"  
V.M. CHUPRINA

State Research and Test Center of the Armed Forces of Ukraine

**MATHEMATICAL MODELLING OF ELASTIC MACHINE TO DETERMINE THE ACCURACY  
PROCESSING**

*The mathematical model of elastic system of the machine, which takes into account the spatial rigidity of certain subsystems of the machine. Compound dynamic partial differential equations developed subsystems and their structural mathematical models. Mathematical modeling of individual subsystems in the circulation system of dynamic load on the machine. The analysis of the impact of correlations stiffness parameters on deformation of elastic system. Defined trajectories relative movement of the tool and parts for machine dynamic system that includes six masses. Built structural mathematical model of the machine as a whole and*

made his calculations of the frequency characteristics. Analysis of transient and frequency characteristics of the machine. Detected machine dynamic errors in deterministic and stochastic harmonic load. The results of mathematical modeling conclusions on the effect of the rigidity of the machine parameters for its dynamic accuracy.

*Keywords:* flexibility machinetools system, frequency characteristics, circular loading, dynamic accuracy.

### Постановка проблеми

На основі тензорно-геометричного опису жорсткості основних підсистем складено просторову динамічну модель пружної системи верстату. Виконано математичне моделювання пружної системи верстату для знаходження траєкторії відносних переміщень інструменту і деталі, яка визначає точність і форму оброблюваної деталі.

При обробці деталей на металорізальних верстатах виникають макро- і мікропохибки обробки, які є відхиленнями від ідеальних геометричних кінематично-розрахованих траєкторій інструменту і безпосередньо залежать від жорсткості пружної системи верстату. Для підвищення точності обробки на верстаті необхідно забезпечити високу жорсткість його ПС в зоні різання, зокрема просторову жорсткість. Проблема в загальному вигляді полягає у підвищенні точності верстатів шляхом збільшення жорсткості пружної системи.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

В останніх дослідженнях і публікаціях викладені результати визначення жорсткості пружної системи верстата [1]. З чисельних досліджень різних авторів [2-4] відомо, що металорізальний верстат в робочій зоні має певну анізотропію жорсткості (або податливості). Тобто, жорсткість пружної системи верстату може суттєво змінюватись в різних напрямках робочого простору (іноді більш ніж на порядок).

Жорсткість ПС верстату, як збірної одиниці, забезпечується жорсткістю складових основних вузлів. В роботі [3] на основі тензорно-геометричного підходу показано, що при приведенні жорсткості вузла в зону різання, вона може бути описана еліпсоїдом жорсткості 5. Тоді у верстаті повинні бути мінімум дві (іноді більше) підсистеми, які тримають інструмент і заготовку і, відповідно, два еліпсоїди жорсткості, які формують просторову жорсткість всього верстату в зоні різання [6]

До невирішених раніше частин загальної проблеми відноситься врахування просторового характеру деформативності і жорсткості верстата. Одним із ефективних методів вирішення даної проблеми є математичне моделювання пружної системи верстата.

### Формування мети досліджень

Метою статті є математичне моделювання пружної системи верстату для знаходження траєкторії руху різального інструменту при обробці на верстаті з урахуванням його просторової жорсткості.

Задачами досліджень поставлено аналіз пружної системи верстата при просторових деформаціях, розробка математичної моделі та моделювання динамічних траєкторій переміщення інструменту.

### Викладення основного матеріалу досліджень

Динамічні похибки обробки визначаються деформативними характеристиками супортної та шпиндельної груп верстата. Вони являють собою складні динамічні системи із прецизійними спряженнями (рис. 1).

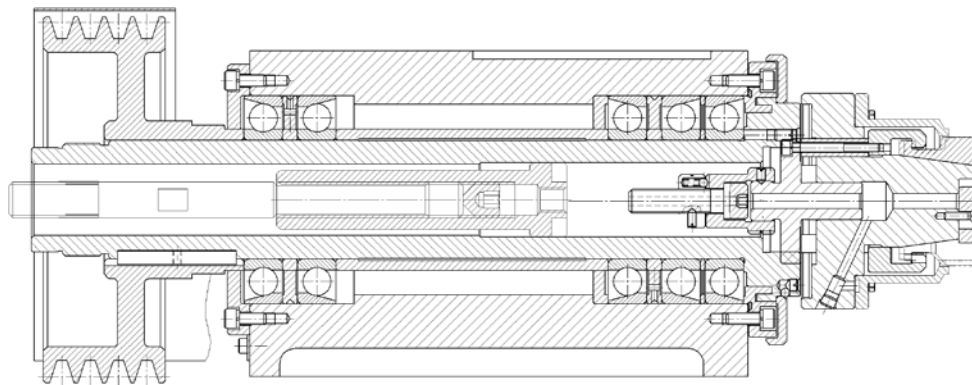


Рис. 1. Шпиндельний вузол верстата із прецизійними спряженнями деталей

На основі аналізу конструктивної схеми розроблена спрощена динамічна модель верстата. Математичне моделювання податливості ПС верстата виконується в системі MatLab-Simulink. При моделюванні і аналізі будемо розділяти статичний і динамічний режими обробки.

Для аналізу динаміки складної технічної системи верстата скористаємось діакоптичним підходом, зокрема поділом ПС на підсистеми [7].

Схема динамічної моделі повної ПС верстата показана на рис. 2а. В загальному випадку її можна представити у вигляді багатьох парціальних коливальних підсистем (систем мас), пов'язаних пружно-демпфуючими в'язями. В даному розділі динамічну модель будемо розглядати у вигляді трьох парціальних підсистем: інструмента (підсистема 1), деталі (підсистема 2) і несучої системи (підсистема 3).

Підсистема 3 практично не впливає на відносні коливання між точками підсистем 1 і 2. Тому для моделювання траєкторії руху інструмента відносно деталі будемо використовувати спрощену ідеалізовану динамічну модель ПС верстата, схема якої показана на рис. 2б.

Прийнята динамічна модель складається тільки з двох незалежних коливальних підсистем: інструмента (підсистема 1) і деталі (підсистема 2). Не зважаючи на таке спрощення, ця модель відображає основні закономірності формування траєкторії руху інструмента відносно деталі в процесі різання.

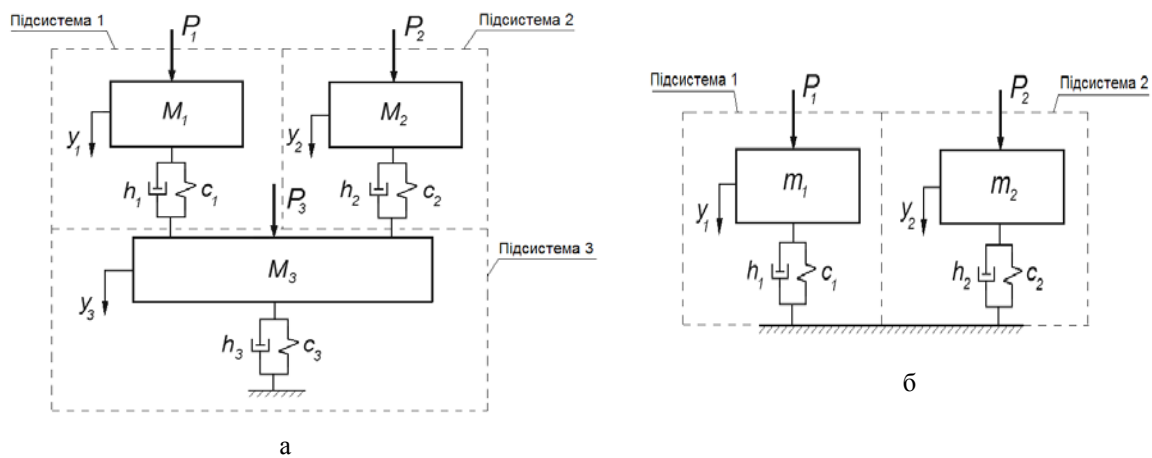


Рис. 2. Схеми динамічних моделей ПС верстата:  
а - повної ПС; б - спрощеної ПС

Більш детально ця модель подана на рис. 3а. Тут параметри підсистеми 1 позначені одним штрихом, а підсистеми 2 – двома штрихами.

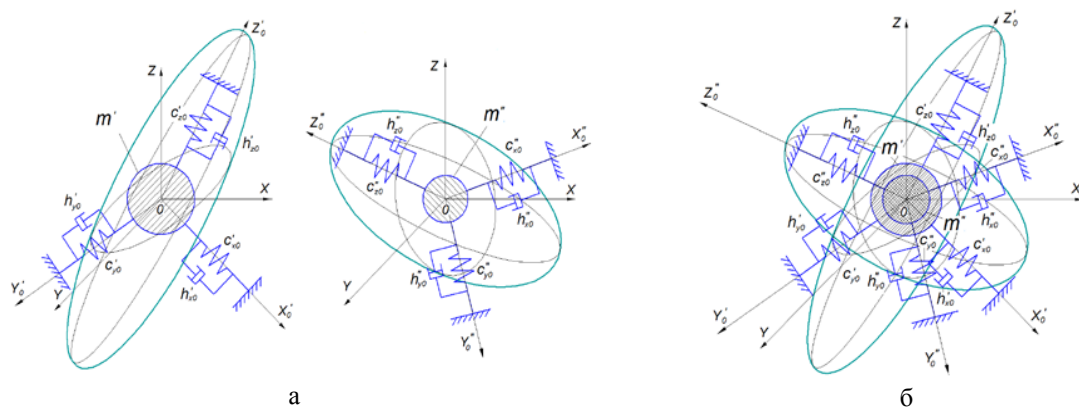


Рис. 3. Динамічна модель ПС верстата:  
а - окремі підсистеми деталі і інструмента; б - збіг підсистем (при різанні)

Кожна двох підсистем має по одній приведеній до зони різання масі, яка розміщена в центрі еліпсоїда податливості відповідної підсистеми. В загальному випадку приведені маси вздовж головних

осей податливості мають різні значення (тобто  $m_{1x} \neq m_{1y} \neq m_{1z}$ ), хоча тут це не принципово. При цьому кожна маса утримується пружно-демпфіруючими зв'язками, розташованими вздовж головних осей податливості відповідних підсистем.

Під час роботи на верстаті сила різання  $P$  діє на одну підсистему, а на іншу – її реакція, тобто  $P_1 = -P_2$ . При цьому центри приведених мас і еліпсоїдів податливості збігаються в одну точку – точку  $O$  (зону різання), як це показано на рис.3б.

З представленої динамічної моделі верстата видно, що кожна з двох її підсистем складається з трьох ортогональних незалежних одномасових коливальних систем, які рухаються вздовж трьох головних осей еліпсоїда жорсткості (податливості). В загальному випадку головні осі двох еліпсоїдів не колінеарні. Під дією сил різання парціальні системи рухаються незалежно. Між ними існує тільки координатний зв'язок.

Рівняння руху динамічної моделі з двох незалежних коливальних підсистем [8] можна записати у матричному вигляді як:

$$\begin{cases} [M_1][\ddot{q}_1] + [H_1][\dot{q}_1] + [C_1][q_1] = [P_1] \\ [M_2][\ddot{q}_2] + [H_2][\dot{q}_2] + [C_2][q_2] = [P_2] \end{cases}, \quad (1)$$

де  $[M]$ ,  $[H]$  і  $[C]$  – квадратні матриці постійних коефіцієнтів повної моделі (інерційних, демпфірування і жорсткості відповідно);

$[q]$  – матриця (вектор) узагальнених координат системи (невдомих);

$[P]$  – матриця (вектор) зовнішніх навантажень системи;

Перший індекс 1 відноситься до підсистеми інструменту (точка  $n$ ), а другий 2 - до підсистеми деталі (точка  $m$ ). Або у такому вигляді:

$$\begin{cases} [D_1][M_1][\ddot{q}_1] + [D_1][H_1][\dot{q}_1] + [q_1] = [D_1][P_1] \\ [D_2][M_2][\ddot{q}_2] + [D_2][H_2][\dot{q}_2] + [q_2] = [D_2][P_2] \end{cases}, \quad (2)$$

де  $[D_i]$  – квадратна матриця податливості, причому  $[D_i] = I/[C_i]$ .

При цьому діюча сила різання і її реакція направлені в протилежні боки.

В загальному випадку головні осі податливості підсистем не колінеарні. Однак, завдяки конструкціям більшості верстатів, вони часто співпадають, причому як між собою, так і з осями системи координат верстата.

Під час різання нас насамперед цікавлять переміщення в заданому напрямку  $[q]$  інструмента відносно деталі (точки  $n$  відносно точки  $m$ ) Зазвичай цим напрямком є нормаль до оброблювальної поверхні.

Тому для векторів  $[q_1]$  і  $[q_2]$  необхідно визначити їх проекції на завданий напрямок, тобто:

$$[q] = [M_2^P][q_2] - [M_1^P][q_1], \quad (3)$$

де  $[M_1^P]$ ,  $[M_2^P]$  - матриці відповідних поворотів векторів  $[q_1]$  і  $[q_2]$ .

Тоді систему рівнянь (2) можна записати як:

$$\begin{cases} [M_1][\ddot{q}_1] + [H_1][\dot{q}_1] + [C_1][q_1] = [P_1] \\ [M_2][\ddot{q}_2] + [H_2][\dot{q}_2] + [C_2][q_2] = [P_2] \\ [q] = [M_2^P][q_2] - [M_1^P][q_1] \end{cases}. \quad (4)$$

або у такому вигляді:

$$\begin{cases} [D_1][M_1][\ddot{q}_1] + [D_1][H_1][\dot{q}_1] + [q_1] = [D_1][P_1] \\ [D_2][M_2][\ddot{q}_2] + [D_2][H_2][\dot{q}_2] + [q_2] = [D_2][P_2] \\ [q] = [M_2^P][q_2] - [M_1^P][q_1] \end{cases} \quad (5)$$

З системи (4) або (5) необхідно знайти невідомі переміщення  $[q]$ .

На основі проведеного математичного опису представленої динамічної моделі верстата виконаємо її математичне моделювання в системі MatLab-Simulink при різних режимах і силових навантаженнях.

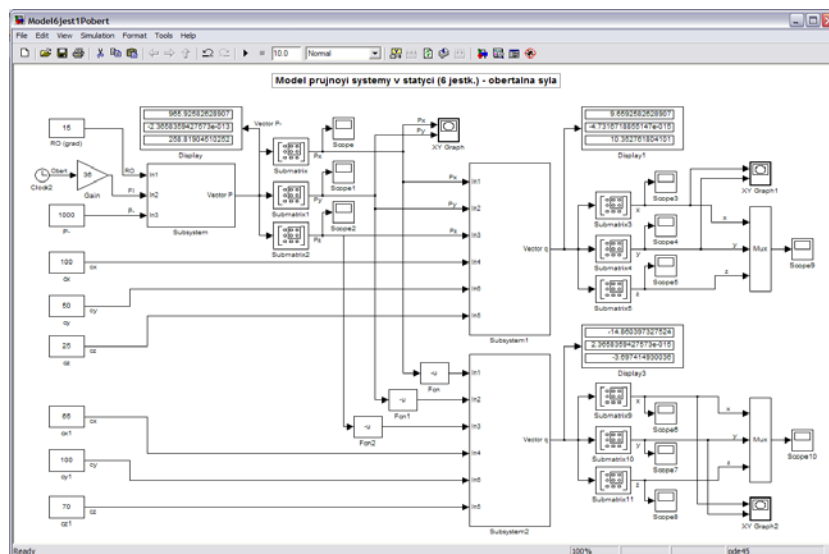
Виконаємо моделювання статичного стану повної системи верстата. Згідно прийнятої моделі повна ПС верстата містить дві незалежні пружні підсистеми, які в статичі описуються системою рівнянь:

$$\begin{cases} [C_1][q_1] = [P_1] \\ [C_2][q_2] = [P_2] \end{cases} \quad (6)$$

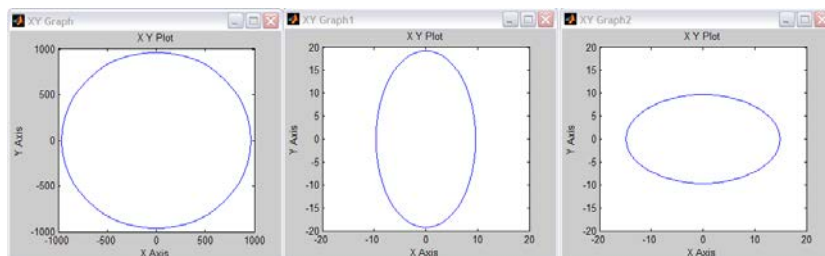
На рис. 4 показано моделювання цієї системи.

Система навантажена двома обертальними силами  $P_1$  і  $P_2$ , які рівні по модулю і направлені в протилежні сторони. Кожна з підсистем під дією обертальних сил переміщується незалежно і вектори їх переміщень описують кожний свою еліптичну траєкторію.

Однак, при обробці на верстаті нас більше цікавлять не абсолютні, а відносні переміщення інструмента і деталі. Тому при моделюванні будемо знаходити відтиснення інструменту від деталі згідно виразу 3.



а



б

в

г

**Рис. 4. Моделювання двох окремих підсистем з обертальною силою: а - математична модель; б - графік траєкторії вектора обертальної сили; в- графік траєкторії вектора переміщень першої підсистеми; г - графік траєкторії вектора переміщень другої підсистеми**

Математична модель для варіанту моделювання за виразом (5) (при уведенні головних податливостей) показана на рис. 5, а результати моделювання приведені на рис. 6.

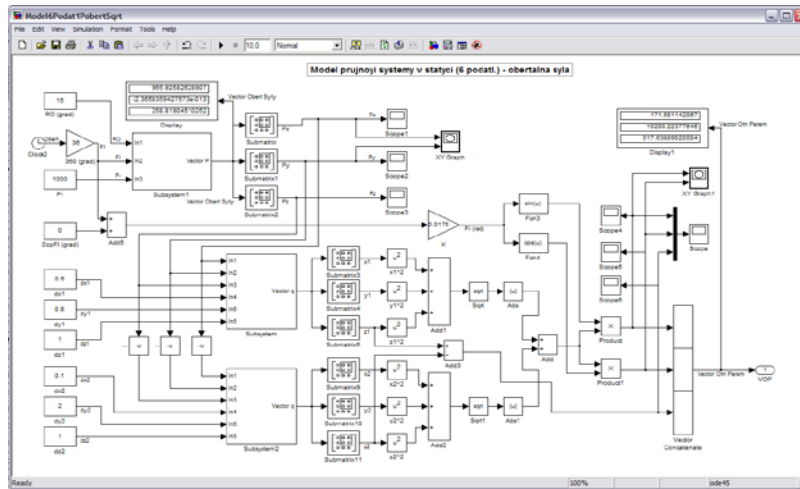


Рис. 5. Математична модель ПС (при уведенні головних податливостей)

Фігура на рис. 6в відображає траєкторію вектора додаткових обертальних переміщень (в мкм), які викликані податливістю ПС верстата.

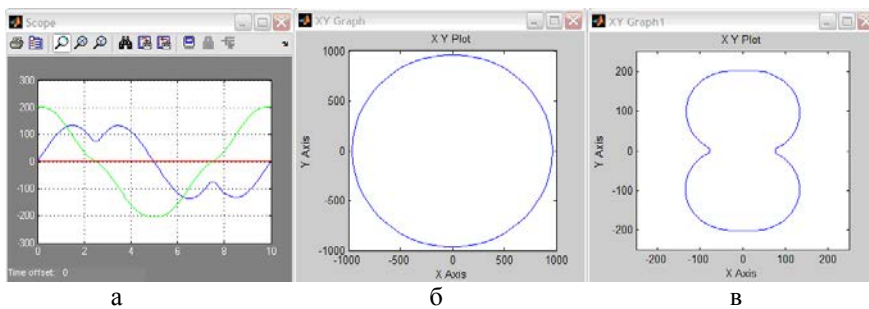


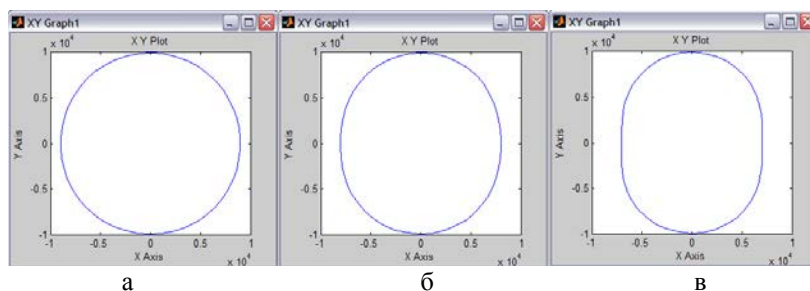
Рис.6. Результати моделювання ПС верстата з обертальною силою

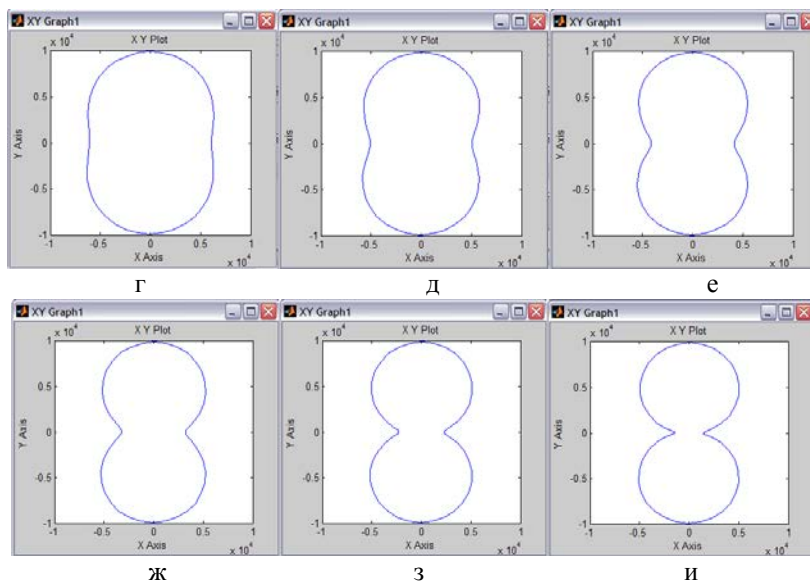
а - осцилограми компоненті в вектора переміщень; б - графік траєкторії вектора обертальної сили; в - графік траєкторії вектора обертальних переміщень

Зміна форми цієї траєкторії в залежності від співвідношення податливостей ( $\delta_{y0}/\delta_{x0}$ ) однієї з підсистем верстата показані на рис. 7.

На початку моделювання податливості по осях  $OX$  і  $OY$  приймалися рівними 10 мкм/Н, а по осі  $OZ$  - на порядок менше (1 мкм/Н). В такому варіанті відтиснення в площині  $XOY$  для будь-якого напрямку однакові і вектор відносних переміщень описує ідеальне коло (рис. 7а).

В процесі моделювання зменшувалась податливість  $\delta_{y0}$  з кроком 10%, що змінювало співвідношення податливостей по ряду від 10:10 до 1:10. При цьому форма траєкторії відтиску змінювалась в такій послідовності “коло – овал – вісімка”.





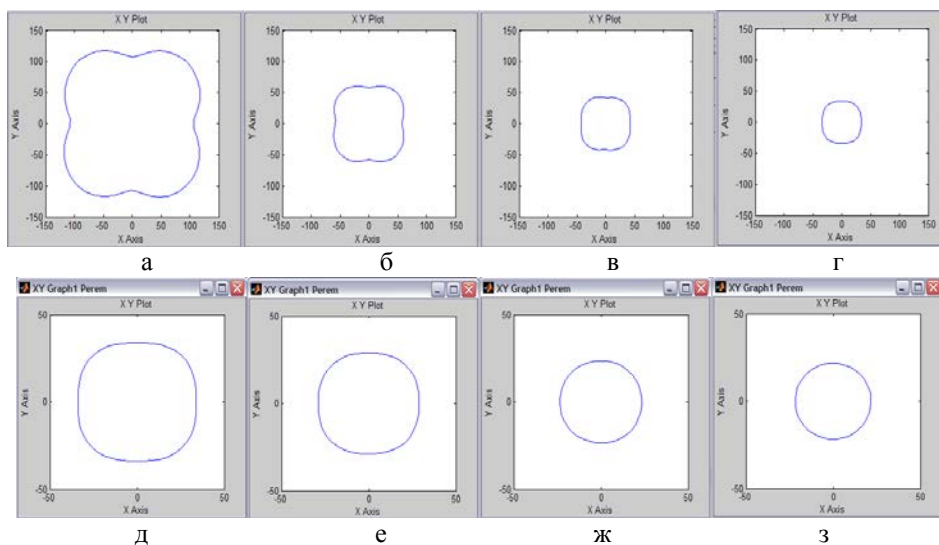
**Рис. 7.** Вплив співвідношення податливостей  $\delta_{y0}/\delta_{x0}$  на відтиснення інструмента від деталі (форму траєкторій): а - 9:10; б - 8:10; в - 7:10; г - 6:10; д - 5:10; е - 4:10; ж - 3:10; з - 2:10; и - 1:10

При збільшенні податливість  $\delta_{y0}$  з кроком 10% співвідношення податливостей змінювалось по такому ряду 11:10, 12:10, ..., 19:10. При цьому деформації також зростають, а траєкторія перетворюється з кола на лежачу вісімку. Якщо замість  $\delta_{y0}$  змінювати податливість по іншій осі  $\delta_{x0}$ , то картина буде аналогічною.

Представлені графіки траєкторій відтиснення інструмента від деталі отримані за умови змінення податливості тільки для однієї з головних осей одного з еліпсоїдів податливості.

При зміні податливостей по інших осях форми траєкторій можуть суттєво змінюватись. На рис. 8 показано формування траєкторій при синхронній зміні в кожній з підсистем податливості однієї з головних осей еліпсоїду жорсткості. При цьому варіативні осі між собою ортогональні.

Як видно з графіків зі збільшенням нерівножорсткості одночасно для двох еліпсоїдів форма траєкторії поступово змінюється від кола до “огранки” (“чотиригранки”). Крім того величина відтиснень зростає значно інтенсивніше.



**Рис. 8.** Вплив співвідношення податливостей двох еліпсоїдів на відтиснення інструмента від деталі (форму траєкторій): а - 1:10; б - 2:10; в - 3:10; г - 4:10; д - 5:10; е - 6:10; ж - 7:10; з - 8:10

При різанні напрямки вектора сили різання і нормалі до оброблюваної поверхні не співпадають. Зазвичай кут між ними складає приблизно  $60^\circ$  ( $45^\circ$ -  $75^\circ$ ). Для моделювання значення цього кута враховувалось. На рис. 9 показані повороти траєкторії на різні кути відносно діючої сили.

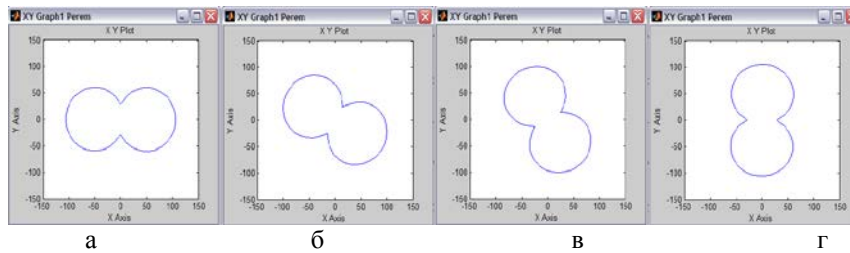


Рис. 9. Повороти траєкторії відносно діючої сили при: а -  $0^\circ$ ; б -  $30^\circ$ ; в -  $60^\circ$ ; г -  $90^\circ$

Слід особливо підкреслити, що отримані форми (траєкторії) відтиснень інструменту від деталі не є траєкторією інструменту. Це лише додаткові відхилення від номінального діаметру, які зумовлюють похибки обробки на верстаті. Реальна траєкторія інструмента формується такою, яка показана, наприклад, на рис. 10.

Для визначення модуля радіус-вектора реальної траєкторії інструменту в завданому напрямку до номінального діаметру слід додати модуль радіус-вектора траєкторії відхилення інструменту від деталі.

Виконаємо математичне моделювання динамічної податливості ПС верстата.

Згідно прийнятої динамічної моделі (рис. 3) повна ПС верстата складається з двох підсистем: інструмента і деталі. Математичний опис системи заданий системою матричних рівнянь (4) (або (5)).

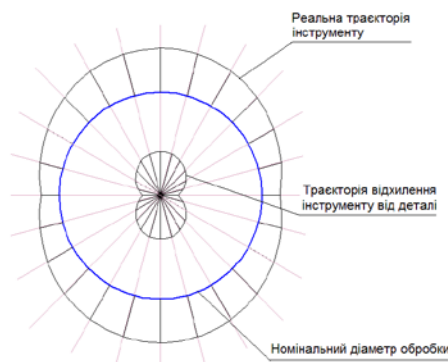
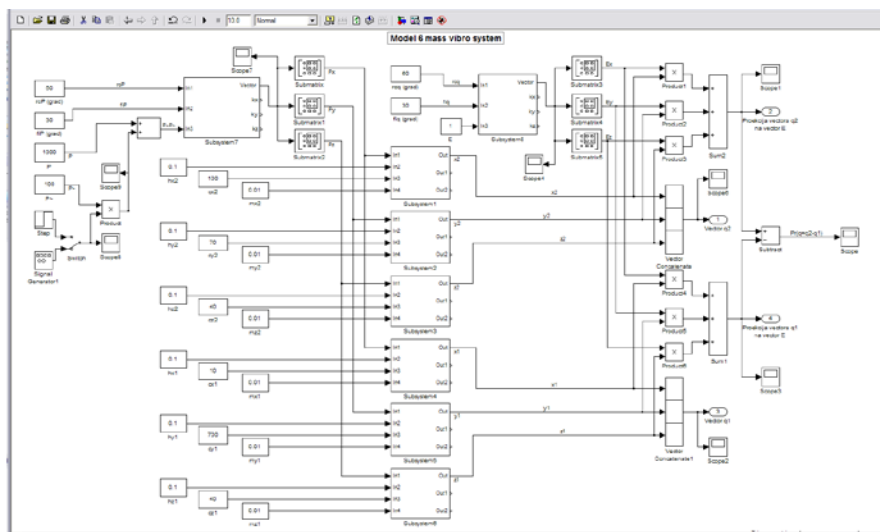
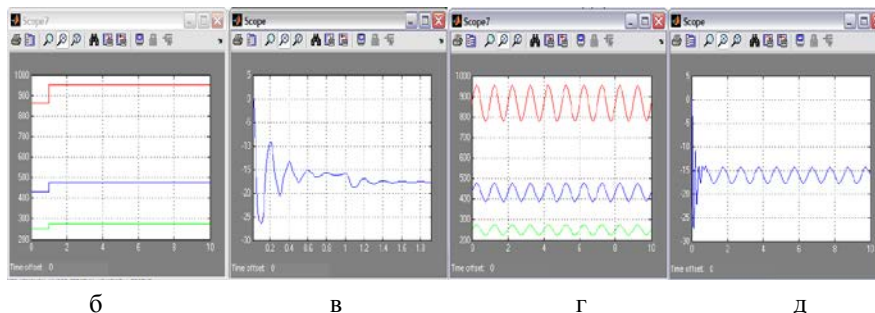


Рис. 10. Схема побудови реальної траєкторії інструменту



а





**Рис. 11. Моделювання шестимасової коливальної системи:**  
**а - модель системи; б - зміна проєкцій сил; в - перехідна характеристика;**  
**г - зміна проєкцій сил; д - частотна характеристика**

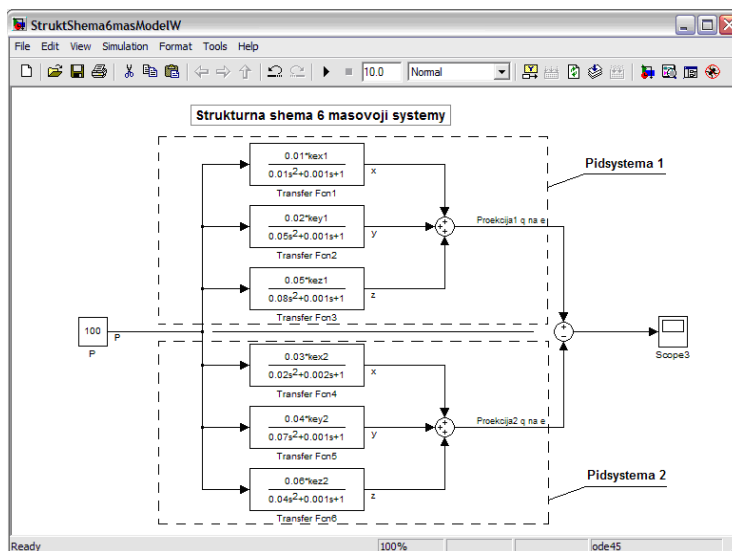
На рис. 11а представлена математична модель повної ПС верстата.

Шестимасова коливальна система складена з двох трьохмасових коливальних підсистем, причому на виході моделюються відносні коливання між інструментом і деталлю [10]. Моделі кожної з підсистем мають різні значення жорсткостей (податливостей), відповідно до їх еліпсоїдів жорсткості (податливості). Для визначення перехідних характеристик в моделі використовується блок STEP, а для частотних – Signal Generator.

Для отримання частотних динамічних характеристик моделі (в формі АФЧХ і інших) складемо структурну схему шестимасової коливальної системи. Ця схема показана на рис. 12.

Запишемо передавану функцію системи  $W(p)$  :

$$W(p) = \frac{s(p)}{P(p)} = \frac{k_{x1} \cdot ke_{x1}}{T_{2x1}^2 p^2 + T_{1x1} p + 1} + \frac{k_{y1} \cdot ke_{y1}}{T_{2y1}^2 p^2 + T_{1y1} p + 1} + \frac{k_{z1} \cdot ke_{z1}}{T_{2z1}^2 p^2 + T_{1z1} p + 1} - \frac{k_{x2} \cdot ke_{x2}}{T_{2x2}^2 p^2 + T_{1x2} p + 1} - \frac{k_{y2} \cdot ke_{y2}}{T_{2y2}^2 p^2 + T_{1y2} p + 1} - \frac{k_{z2} \cdot ke_{z2}}{T_{2z2}^2 p^2 + T_{1z2} p + 1} \quad (7)$$



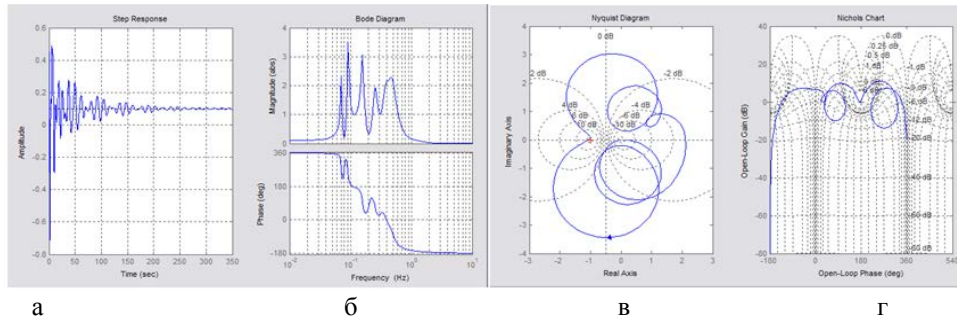
**Рис. 12. Структурна схема шестимасової коливальної системи**

Для побудови частотних характеристик у командному вікні програми MatLab задаємо ПФ  $W(p)$  з вибраними параметрами і команду LTIVIEW:

$$W = TF([0.1], [5 \ 0.1 \ 1]) + TF([0.2], [3 \ 0.1 \ 1]) + TF([0.7], [0.1 \ 0.1 \ 1]) - TF([0.3], [0.4 \ 0.1 \ 1]) - TF([0.3], [0.2 \ 0.1 \ 1]) - TF([0.3], [1 \ 0.1 \ 1]); LTIVIEW(W)$$

Основні характеристики системи показані на рис. 13. Аналіз цих характеристик показує, що система має шість резонансних частот відповідно до кількості приведених мас.

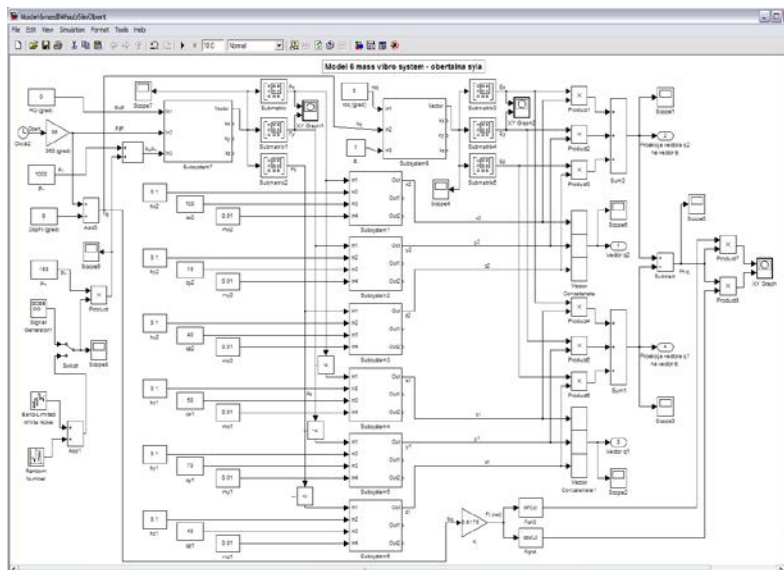
Проте, тут вектор сили діє тільки в одному напрямку, як, наприклад, при токарній операції. При розточувальній операції вектор сили обертається навколо осі Z.



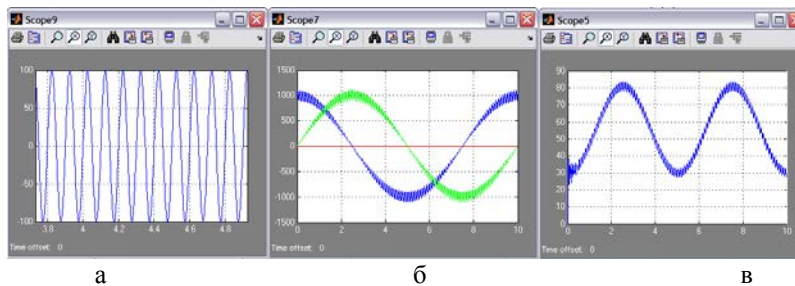
**Рис. 13. Вихідні характеристики шестимасової коливальної системи: а - перехідна; б - діаграма Бode; в - діаграма Найквіста; г - діаграма Ніколса**

Математична модель шестимасової системи з обертальним вектором сили показана на рис. 14. Модель дозволяє здійснити збурення системи гармонійною (синусоїдальною) або випадковою силою.

При збуренні гармонійною обертальною силою відбувається накладення додаткових вимушених коливальних на траєкторію відносних переміщень. На рис. 15 і 16 приведений приклад дії на систему обертальної сили  $P=100\text{H}$  з частотою 10Гц. При цьому система сильно задемпфирована, тобто моделюється майже статичний режим.



**Рис. 14. Модель шестимасової коливальної системи з обертальною силою**



**Рис. 15. Осцилограми формування обертальної сили і відносних переміщень: а - гармонічна сила; б - складові обертальної сили; в - відносні переміщення**

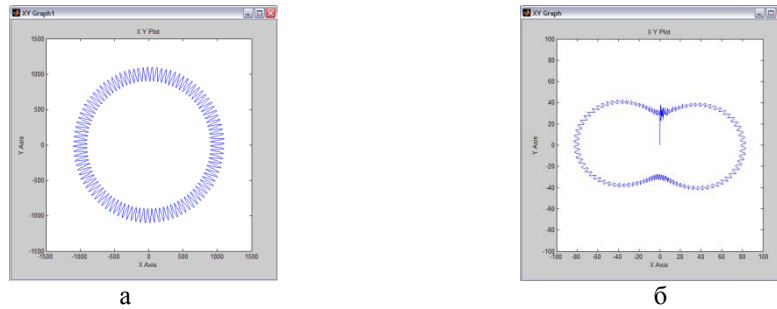


Рис. 16. Траєкторії обертальної сили (а) і відносних переміщень (б)

При зменшенні демпфірування (на порядок) в системі на траєкторіях проявляються її динамічні властивості. Приклади траєкторій для різних частот наведені на рис. 17.

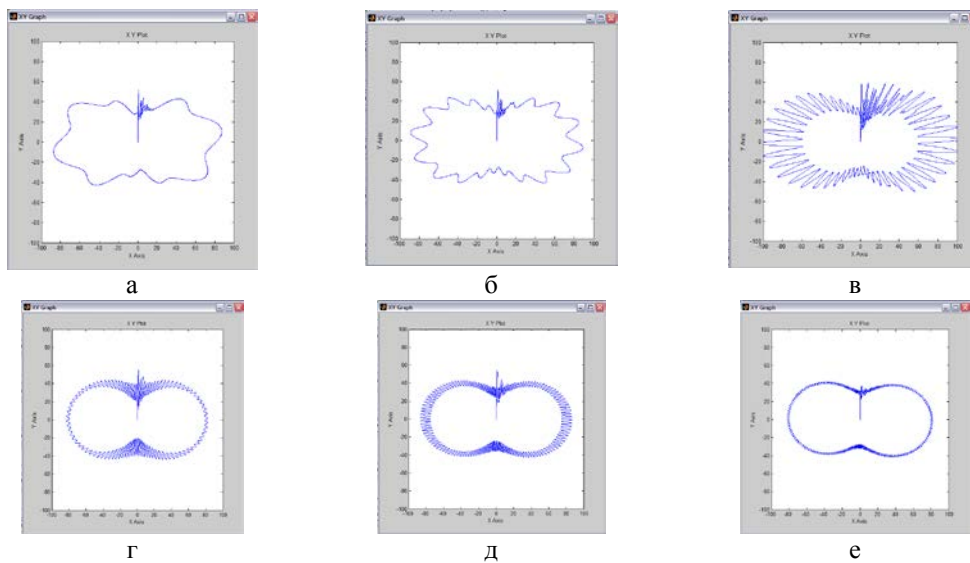


Рис. 17. Траєкторії відносних переміщень при різних значеннях частоти: а - 1Гц; б - 2Гц; в - 5Гц г - 10Гц; д - 15Гц; е - 20Гц

З цих досліджень видно, що на частоті 5 Гц амплітуда збільшується більш ніж в два рази. Тобто, тут присутній резонанс для однієї з парціальних систем.

При подальшому зменшенні демпфірування амплітуди коливань ще більше зростають і можуть значно перевищувати (більш ніж на порядок) величини статичних переміщень (відтиснень).

При обробці на верстаті динамічна складова діючої сили змінюється в часі випадково. Моделювання додаткових переміщень від випадкової сили виконується аналогічно попереднім (рис. 14), тільки на вході застосовуються блоки Random Number та Band-Limited White Noise.

Випадкова складова сили змінюється в діапазоні  $P = \pm 300\text{H}$ . На рис. 18 показані осцилограми формування випадкової сили і відносних переміщень, а на рис. 19 відповідні траєкторії при обертанні навколо осі Z.

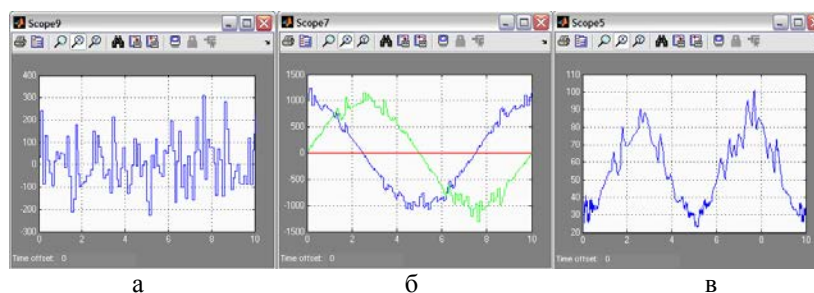


Рис. 18. Осцилограми формування випадкової обертальної сили і відносних переміщень: а - випадкова сила; б - складові обертальної сили; в - відносні переміщення

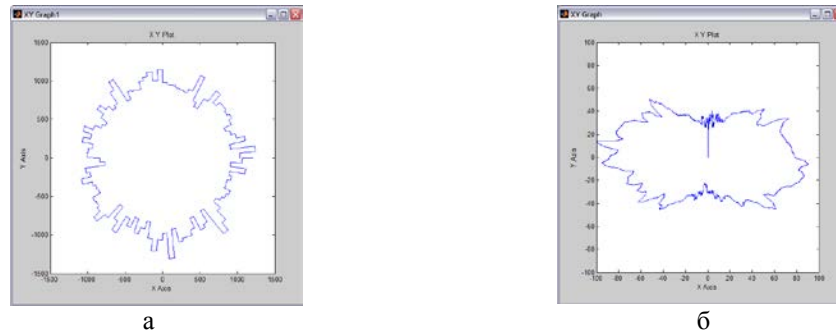


Рис. 19. Траєкторії випадкової обертальної сили (а) і відносних переміщень (б)

На рис. 20 показані побудови реальних траєкторій різального інструменту відносно деталі (номінального діаметру обробки) при гармонійних (рис. 20а) і випадкових (рис. 20б) коливаннях (переміщеннях) під дією відповідної сили (змінної складової). При наявності резонансів в системі ці траєкторії мають ще більш виражені відхилення, що безпосередньо впливає на точність обробки на верстаті.

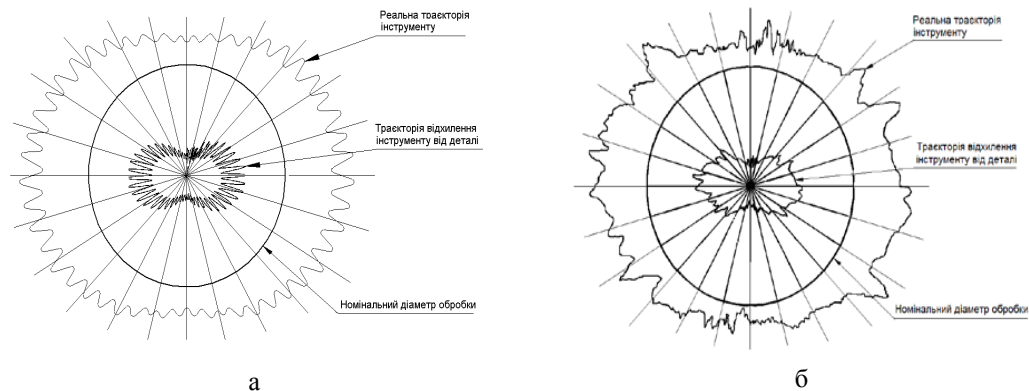


Рис. 20. Реальні траєкторії різального інструменту відносно деталі при: гармонійних (а) і випадкових (б) коливаннях (переміщеннях)

Експериментальні дослідження, проведені на верстаті ІР320ПМФ4, при розточці отворів, підтвердили наявність статичної і динамічної анізотропії жорсткісних характеристик ПС (до 14-20%), що обумовило появу похибок обробки поверхонь тестових деталей (зокрема, овальності) в межах 0.007-0.015 мм.

#### Висновки

1. Відтиснення інструмента від деталі в процесі обробки зумовлюють похибки обробки на верстаті. При цьому їх величини визначають відхилення від ідеальної траєкторії різального інструменту і форму оброблюваних деталей, їх макро- і мікрогеометрію.

2. Макро-похибки обробки суттєво залежать від жорсткісних параметрів ПС верстата, зокрема від еліпсоїдів жорсткості (податливості) підсистем інструмента і деталі.

3. При незначних відхиленнях від рівножорсткості в площині ХОУ однієї з підсистем (до 30-40%) траєкторія має форму овала, а при більших значеннях – “вісімки”. Із збільшенням податливості відповідно збільшуються і величини відтиснень.

4. При наявності значної різножорсткості в обох підсистемах форма траєкторій відтиснення інструменту може змінюватись від кола до “чотиригранки”. При різних комбінаціях параметрів еліпсоїдів жорсткості можливі й інші форми траєкторій.

5. При обробці деталі на верстаті на статичні відхилення, які формують макропохибки обробки (овальність, огранення і інші), накладаються додаткові динамічні відхилення, які формують мікрогеометрію обробної поверхні (хвилястість, шорсткість і інші).

6. Величини динамічних відхилень суттєво залежать від дисипативних властивостей ПС верстата. Зі зменшенням демпфіруючої здатності ПС верстата ці відхилення зростають, особливо це суттєво при наближенні до резонансних зон. При цьому величини динамічних відхилень в цілому визначаються коефіцієнтом динамічності ПС верстата.

7. Як напрямок подальших досліджень рекомендується враховувати зміни пружно-дисипативних характеристик жорсткості як нечіткі (розмиті) множини.

#### Список використаної літератури

1. Кириченко А.М. Наукові основи створення мехатронних систем просторового переміщення шпинделя багатокординатних верстатів: Дис. докт. техн. наук. – К., 2012. – 380 с.
2. Bishop R. Mechatronics: an introduction / Edited by R. Bishop. – NY: CRC Press Taylor & Francis Group, 2006. – 285 p.
3. Струтинський В.Б. Тензорні математичні моделі процесів та систем: Підручник. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 635 с.
4. Саленко А.Ф., Струтинский С.В., Фомовская Е.В. Об опыте применения функционального подхода к получению гидроабразивным методом глухих резов в сверхтвердых спеченных материалах / Вісник СевНТУ: зб. наук. пр.. Вип. 129/2012. Серія: Машиноприладобудування та транспорт. – Севастополь, 2012. – С.188-193.
5. Бушуев В.В. Практика конструирования машин: Справочник. – М.: Машиностроение, 2006. – 448с. ISBN 5-217-003341-х.
6. Подураев Ю.В. Мехатроника: основы, методы, применение: учебн. пос. для вузов. / Ю.В. Подураев – М.: Машиностроение, 2006. – 256 с.
7. Кудинов В.А. Динамика станков. / В.А.Кудинов – М.: Машиностроение, 1967 – 360 с.
8. Струтинський В.Б., Тіхенко В.М. Стохастичні процеси у гідроприводах верстатів: монографія. - Одеса: Астропринт, 2009. – 456с.
9. Струтинський В.Б., Мельничук П.П. Математичне моделювання металорізальних верстатів. - Житомир: ЖІТІ, 2002. -575 с.