

УДК 621.833; 62.652

В.П. ЯГЛИНСКИЙ, С.С. ГУТЫРЯ, Ю.М. ХОМЯК, А.Н. ЧАНЧИН
Одесский национальный политехнический университет**ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ЭПИЦИКЛА КОЛЕСНОГО РЕДУКТОРА**

С целью сужения области неустойчивости параметрических колебаний планетарного колесного редуктора (ПКР) выполнено математическое моделирование условий возникновения и развития параметрических колебаний эпицикла, обусловленных циклическим изменением приведенной жесткости зубчатого зацепления эпицикла с несколькими сателлитами. Разработана методика и алгоритм определения углового положения осей сателлитов, обеспечивающего снижение амплитуды параметрических колебаний многопарных зубчатых зацеплений при различных значениях коэффициента перекрытия. Результаты расчетов на примере редукторов $Raba$ 118.77 и 318.78 подтверждают эффективность понижения виброактивности и повышения надежности ПКР путем неравномерного окружного расположения осей сателлитов.

Ключевые слова: многопарное зацепление, приведенная жесткость, параметрические колебания, диаграмма устойчивости.

В.П. ЯГЛІНСЬКИЙ, С.С. ГУТИРЯ, Ю.М. ХОМЯК, А.М. ЧАНЧІН
Одеський національний політехнічний університет**ПАРАМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ ЕПІЦИКЛУ КОЛІСНОГО РЕДУКТОРА**

З метою звуження області нестійкості параметричних коливань планетарного колісного редуктора (ПКР) виконано математичне моделювання умов виникнення та розвитку параметричних коливань епіциклу, зумовлених циклічною зміною зведеної жорсткості зубчастого зачеплення епіциклу з декількома сателітами. Опрацьовано методику та алгоритм визначення кутового положення осей сателітів, що забезпечують зниження амплітуди параметричних коливань багатопарних зубчастих зачеплень при різних значеннях коефіцієнту перекриття. Результати розрахунків на прикладі редукторів $Raba$ 118.77 та 318.78 підтвердили ефективність зниження віброактивності та підвищення надійності ПКР шляхом нерівномірного колового розташування осей сателітів.

Ключові слова: багатопарне зачеплення, зведена жорсткість, параметричні коливання, діаграма стійкості.

V.P. YAGLINSKY, S.S. GUTYRYA, Yu. M. KHOMIAK, A.N. CHANCHIN
Odessa National Polytechnic University**PARAMETRICAL FLUCTUATIONS OF THE RING OF THE WHEEL GEARBOX**

For the purpose of throat of area of instability of parametrical fluctuations of the planetary wheel gearbox (PWG) mathematical modeling of conditions of emergence and development of the parametrical fluctuations of an epicycle caused by cyclic change of the given rigidity of gearing of a ring with several satellites is executed. The technique and algorithm of definition of the angular provision of shafts of satellites providing drop of amplitude of parametrical fluctuations of multitwin gearings at various values of contact ratio is developed. Results of calculations on the example of gearbox $Raba$ 118.77 and 318.78 confirm efficiency of kickdown of vibroactivity and increase of reliability of PWG by an uneven district arrangement of shafts of satellites.

Keywords: multitwin gearing, the given rsgidess, parametrical fluctuations, the chart of stability.

Постановка проблеми

В связи с объективной необходимостью повышения надежности и уровня комфортности как пассажирского, так и грузового колесного автотранспорта проблема ограничения виброактивности элементов трансмиссии в условиях структурных упругих колебаний является актуальной. Для многопоточных планетарных передач типа $2k-h$ в составе колесных редукторов вероятность параметрических резонансов, обусловленных циклически переменной во времени жесткостью зацеплений, весьма высока, что негативно влияет на процессы накопления усталостных повреждений зубьев и обода эпицикла. При этом нестационарные позиционные силы, возбуждающие упругие колебания звеньев механизма, функционально зависят от деформаций зубьев и времени, что усложняет поиск решений указанной проблемы.

Анализ последних исследований и публикаций

В современных исследованиях виброактивности зубчатых передач большое внимание уделяется моделированию и анализу влияния характерных параметров многомассовой упругой системы с конечным числом степеней свободы на главные частоты, характеристики вынужденных колебаний и динамику расчетной модели. При этом статическая жесткость зубчатых зацеплений, как правило, усредняется и принимается постоянной, что упрощает решение [1, 2]. Недостаточно исследованными на сегодня остаются вопросы влияния переменной во времени жесткости зубчатых зацеплений многопоточных планетарных передач на характеристики структурных параметрических колебаний, непосредственно связанных с виброактивностью и циклической прочностью наиболее нагруженных деталей и элементов трансмиссии [3, 4, 5].

Формулирование цели исследования

Математическое моделирование условий возникновения и развития параметрических колебаний эпицикла, обусловленных циклическим изменением приведенной жесткости многопарного зубчатого эвольвентного зацепления эпицикла с несколькими сателлитами.

Основная задача – сужение области неустойчивости параметрических колебаний эпицикла с учетом многопарности зубчатых зацеплений и многопоточности планетарных передач путем оптимизации окружного расположения сателлитов.

Изложение основного материала исследования

Многопарность зацепления характеризуется коэффициентом торцового перекрытия e_6 , определяемым как отношение угла перекрытия α_6 (угла поворота зубчатого колеса от положения входа пары зубьев в зацепление до выхода их из зацепления) к соответствующему угловому шагу зубьев $2\pi/z$. Для внутреннего зацепления эвольвентной цилиндрической передачи в составе планетарного колесного редуктора (ПКР) коэффициент e_6 определяется из геометрии зацепления [6]

$$e_6 = [z_p \operatorname{tg} \bar{\alpha}_{ap} - z_r \operatorname{tg} \bar{\alpha}_{ar} + (z_r - z_p) \operatorname{tg} \bar{\alpha}_w] / 2\pi, \quad (1)$$

где z – число зубьев;

$\bar{\alpha}_a = \arccos(d_b / d_a)$ – угол профиля зубьев в точке на окружности вершин;

d_b – диаметр основной окружности;

d_a – диаметр окружности вершин зубьев;

$\bar{\alpha}_w = \arccos[(a \cos \bar{\alpha}) / a_w]$ – угол зацепления;

$\bar{\alpha}$ – профильный угол исходного контура;

$a = 0,5m(z_r - z_s)$ – делительное межосевое расстояние;

$a_w = a \cos \bar{\alpha} / \cos \bar{\alpha}_w$ – начальное межосевое расстояние;

m – модуль зацепления; индексы в обозначениях расчетных параметров указывают на их принадлежность к солнечной шестерне (“s” – sun), сателлитам (“p” – planeten); эпициклу (“r” – ring).

Для серийных ПКР фирмы *Raba*, Венгрия, моделей 118.77 и 318.78, расчетное значение коэффициента торцового перекрытия в зацеплении “эпицикл – сателлит” $e_6 = 1,42$ [7]. Для моделирования циклической функции жесткости зацепления $c(t)$ можно принять, что при повороте сателлита вокруг своей оси в пределах угла $(e_6 - 1)\alpha_{6r}$ нагрузку передают две пары зубьев $N_z = 2$, а при повороте на угол $(2 - e_6)\alpha_{6r}$ – одна пара $N_z = 1$ (рис. 1, а). Соответственно, период изменения во времени функции $c_y(t)$ представлен в виде суммы двух слагаемых $T_1 = (e_6 - 1)T_c$; $T_2 = (2 - e_6)T_c$ (рис. 1, б).

Круговая частота возмущения ω зацепления “один сателлит – эпицикл” для передачи типа $2k-h$, определяемая по методу обращения движения, связана с угловыми скоростями ω_s солнечной шестерни и числами зубьев z_s , z_r следующими равенствами $\omega = (\omega_s - \omega_c)z_s = (\omega_r - \omega_c)z_r = (\omega_p - \omega_c)z_p$. При неподвижном эпицикле $\omega_c = 0$ выражение для угловой скорости водила имеет вид $\omega = \frac{z_s}{z_r - z_s} \omega_s$.

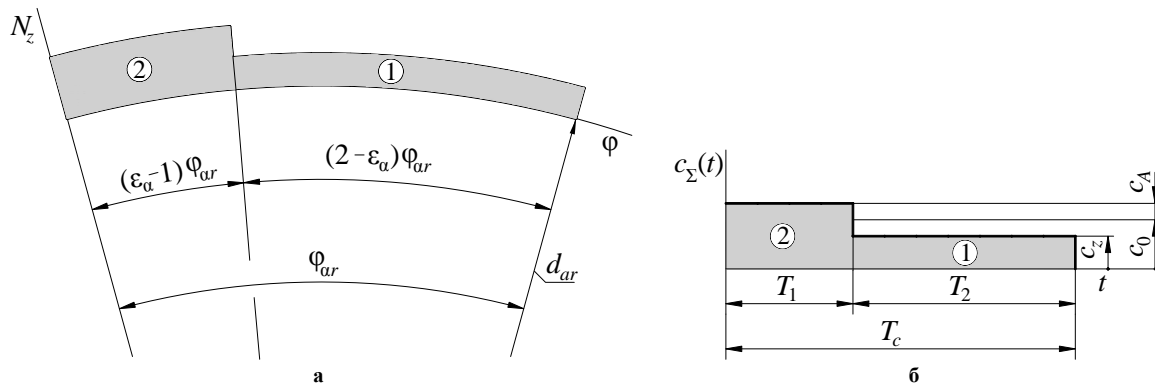


Рис. 1. Круговая диаграмма (а) парности зацепления “сателлит – эпицикл” и график (б) функции приведенной жесткости зацепления $c_{\Sigma}(t)$ (N_z – характеристика парности)

В результате несложных преобразований получено

$$\psi = \frac{z_s z_r}{z_r - z_s} \psi_s \tag{2}$$

Среднее и амплитудное значение функции $c(t)$ соответственно равны $c_0 = 1,5c_z$ и $c_A = 0,5c_z$ (c_z – усредненная суммарная жесткость пары зубьев, см. рисунок 1, б).

Для многопоточной передачи с n_p числом сателлитов аналогичные характеристики имеют вид

$$c_0 = 1,5n_p c_z; \quad c_A = 0,5n_p c_z \tag{3}$$

Периодические пульсации функции приведенной жесткости однопоточной передачи $c_{\Sigma}(t)$ определяются коэффициентом $m = c_A/c_0 = 1/3$, минимизация которого способствует сужению области неустойчивости параметрических колебаний.

Теоретически обосновано эффективность применения неравномерного по окружности расположения сателлитов для многопоточных планетарных передач с $n_p = (3; 4)$, способствующего снижению виброактивности главного редуктора вертолетов и автоматических коробок передач легковых автомобилей [1, 5].

Угловое смещение оси i -го сателлита относительно оси j -го сателлита можно представить в виде

$$\Delta\alpha_{ij} = 2pk_{ij}e_6/z_r \tag{4}$$

где $k_{ij} = \Delta\alpha_{ij}/\alpha_{6r} \in [-1, 0; 1, 0]$ – коэффициент относительного углового смещения осей двух соседних сателлитов.

С учетом (4) угловая ориентация осей сателлитов определяется по формуле

$$\alpha_{ij} = 2p/n_p + \Delta\alpha_{ij} \tag{5}$$

Из условия $\sum_{i,j=1}^{n_p} \alpha_{ij} = 360^\circ$ следует $\sum_{i,j=1}^{n_p} k_{ij} = 0$.

Численное моделирование и анализ пульсаций функции жесткости

Построение диаграммы парности зацеплений $N_z(\alpha)$ и определение функции приведенной жесткости $c_{\Sigma}(t)$ для планетарной передачи с неравномерным окружным расположением сателлитов выполняется по следующему алгоритму:

– рассчитывают номинальное значение коэффициента перекрытия e_6 по зависимости (1) (учет особенностей и дополнительных параметров геометрии зубьев эпицикла и зуборезного инструмента содержится в справочной литературе [6]);

- определяют угол перекрытия ($\alpha_{br} = 360 \cdot e_6 / z_r$) и делят его на целое число o одинаковых дискретных углов (например, $o = 10$), величина которых $\Delta\alpha$ и количество o зависят от допускаемой относительной погрешности решения $d = \pm 50 / o, \%$;
- определяют слагаемые угла перекрытия $(e_6 - 1)\alpha_{br}$ и $(2 - e_6)\alpha_{br}$, пропорциональные фазам двупарного и однопарного зацепления, устанавливают целые числа $o_2 + o_1 = o$ дискретных углов $\Delta\alpha$ для каждой фазы зацепления;
- строят диаграммы парности зацепления последовательно для каждого из n_p спутников (рис. 2, а);
- рассчитывают по формулам (4) и (5) значения коэффициентов k_{ij} , углов $\Delta\alpha_{ij}$ и i_{ij} для каждой пары соседних спутников последовательно по окружности;
- строят график ступенчатой функции приведенной жесткости $c_y(\alpha) = c_z N_z(\alpha)$ суммированием последовательно по участкам зацепления значений характеристики N_z для всех n_p спутников (рис. 2, б);
- получают функцию $c_y(t)$ в результате замены переменной $\alpha = \omega t$ для функции $c_y(\alpha) = c_z N_z(\alpha)$.

Расчеты по приведенному алгоритму выполнены для передачи ПКР *Raba 118.77* со следующими параметрами: $e_6 = 1,42$, $z_s = 26$, $z_p = 19$, $z_r = 64$, $m = 3,25$ мм, $n_p = 3$ [8]. В результате определены коэффициенты смещения осей спутников $k_{ij} = (0,4; 0,2; -0,6)$, углы смещения $\Delta\alpha_{ij} = (2^\circ 15'; 1^\circ 7'; -3^\circ 38')$ и ориентации i_{ij} (рис. 3), среднее $c_0 = 4,5c_z$ и амплитудное $c_A = 0,5c_z$ значения функции жесткости, коэффициент пульсации $m = c_A / c_0 = 1/9$. Установлено, что при неравномерном окружном расположении осей спутников функция жесткости $c(t)$ становится более равномерной, коэффициент пульсации m снижается до 3-х раз, что способствует понижению структурной виброактивности ПКР.

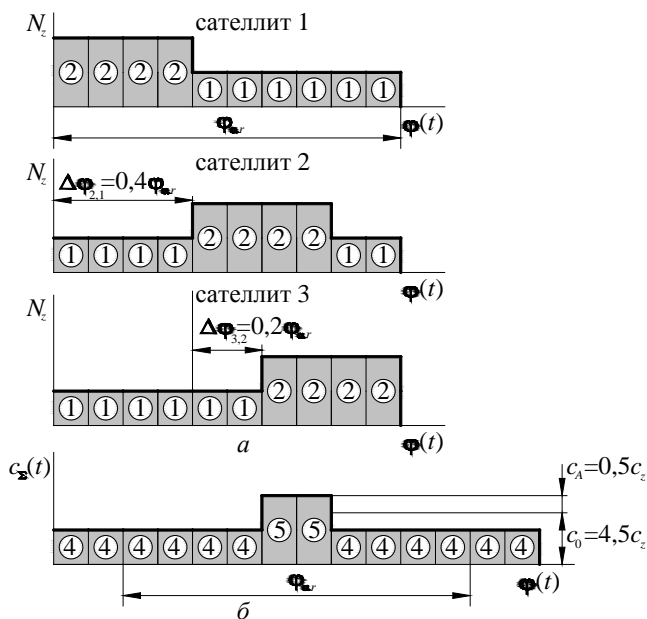


Рис. 2. Диаграммы (а) парности зацеплений и график (б) функции приведенной жесткости $c_y(\alpha)$ для ПКР *Raba 118.77*

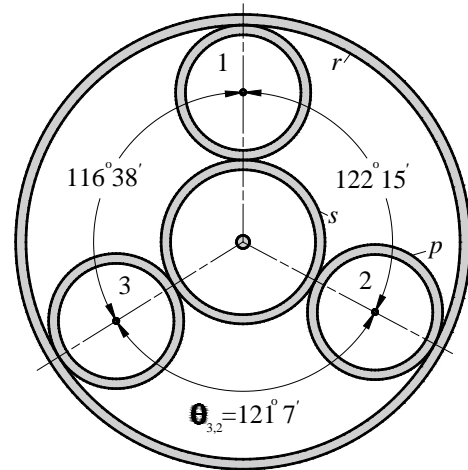


Рис. 3. Схема расположения спутников для передачи ПКР *Raba 118.77*

Моделирование структурных параметрических колебаний эпицикла
 Параметрические колебания эпицикла определяются дифференциальным уравнением

$$I_r \ddot{q} + (c_0 \pm c_A) q = 0,$$

где I_r – осевой момент инерции эпицикла относительно оси вращения; q – обобщенная координата. В результате преобразований, получено

$$\ddot{q} + k_0^2 (1 \pm m) q = 0, \tag{6}$$

где

$$k_0^2 = c_0 / I_r, \quad m = c_A / c_0, \tag{7}$$

k_0 – частота свободных колебаний эпицикла.

Период пульсации $T_c = 2\pi/\omega$ функции $c(t)$ рассмотрен по участкам (рис. 1), на каждом из которых дифференциальное уравнение (6) имеет постоянные коэффициенты. Для решения использован метод приспособывания. Начало периода T_c изменения функции $c(t)$ совмещено с началом отсчета времени (см. рисунок 1, б). В соответствии с уравнением (6) получено

$$\text{при } 0 \leq t < T_1 \Rightarrow \ddot{q} + k_0^2 (1+m) q = 0, \tag{8}$$

и

$$T_1 \leq t < T_c \Rightarrow \ddot{q} + k_0^2 (1-m) q = 0. \tag{9}$$

Решения уравнений (8) и (9) с постоянными коэффициентами имеют вид

$$\begin{aligned} q_1 &= C_1 \sin k_1 t + C_2 \cos k_1 t; \quad q_2 = D_1 \sin k_2 t + D_2 \cos k_2 t, \\ k_1 &= k_0 \sqrt{1+m}; \quad k_2 = k_0 \sqrt{1-m}, \end{aligned} \tag{10}$$

где постоянные коэффициенты C_1, C_2, D_1, D_2 устанавливаются из дополнительных условий.

В момент времени $t = T_1$ на границе участков должны выполняться условия равенства обобщенных координат q и скоростей \dot{q} . Из этих условий получено

$$\left. \begin{aligned} C_1 \sin \frac{k_1 T_c}{2} + C_2 \cos \frac{k_1 T_c}{2} &= D_1 \sin \frac{k_2 T_c}{2} + D_2 \cos \frac{k_2 T_c}{2}; \\ k_1 \left(C_1 \cos \frac{k_1 T_c}{2} - C_2 \sin \frac{k_1 T_c}{2} \right) &= k_2 \left(D_1 \cos \frac{k_2 T_c}{2} - D_2 \sin \frac{k_2 T_c}{2} \right) \end{aligned} \right\}. \tag{11}$$

По истечению периода T_c обобщенная координата и обобщенная скорость изменяются в l раз (l – некоторое число). Движение в следующем периоде начинается при измененных в l раз начальных условиях, т.е. при измененном масштабе. Соответственно в начале и конце периода T_c установлены следующие условия:

$$l q_1(0) = q_2(T_c); \quad l \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(T_c). \tag{12}$$

При $|l| > 1$ колебания в каждом следующем периоде усиливаются, а при $|l| < 1$ – постепенно затухают. Следовательно, устойчивость или неустойчивость колебательной системы определяется значением $|l|$. В результате подстановки (12) в решения (10), получено

$$\left. \begin{aligned} l C_2 &= D_1 \sin k_2 T_c + D_2 \cos k_2 T_c; \\ l C_1 k_1 &= D_1 k_2 \cos k_2 T_c - D_2 k_2 \sin k_2 T_c \end{aligned} \right\}. \tag{13}$$

Система уравнений (11) и (13) однородна относительно постоянных коэффициентов C_1, C_2, D_1, D_2 и имеет отличные от нуля решения при условии

$$\begin{vmatrix} \sin \frac{k_1 T_c}{2} & \cos \frac{k_1 T_c}{2} & -\sin \frac{k_2 T_c}{2} & -\cos \frac{k_2 T_c}{2} \\ k_1 \cos \frac{k_1 T_c}{2} & -k_1 \sin \frac{k_1 T_c}{2} & -k_2 \cos \frac{k_2 T_c}{2} & k_2 \sin \frac{k_2 T_c}{2} \\ 0 & \mu & -\sin k_2 T_c & -\cos k_2 T_c \\ k_1 \mu & 0 & -k_2 \cos k_2 T_c & k_2 \sin k_2 T_c \end{vmatrix} = 0. \quad (14)$$

Раскрыв определитель (14), получено

$$\mu^2 - 2A\mu + 1 = 0, \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где } A &= \cos \frac{k_1 T_c}{2} \cos \frac{k_2 T_c}{2} - \frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \sin \frac{k_1 T_c}{2} \sin \frac{k_2 T_c}{2} = \\ &= \cos(\pi\beta\sqrt{1+\mu}) \sin(\pi\beta\sqrt{1-\mu}) - \frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \sin(\pi\beta\sqrt{1+\mu}) \cos(\pi\beta\sqrt{1-\mu}) \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

$$B = \frac{k_0 T_c}{2p} = \frac{k_0}{\psi}. \quad (17)$$

Коэффициент рассогласования частот ν представляет отношение среднего значения собственной частоты k_0 к частоте ψ пульсации функции жесткости $c(t)$.

Корни уравнения (15) имеют вид

$$\lambda_1 = A - \sqrt{A^2 - 1}; \quad \lambda_2 = A + \sqrt{A^2 - 1}. \quad (18)$$

Для данной задачи числа λ_1 и λ_2 вещественные, следовательно

$$|A| > 1. \quad (19)$$

Возможны два случая: $A > 1 \Rightarrow \lambda_2 > 1$ и $A < -1 \Rightarrow |\lambda_1| > 1$, причем в обоих случаях модуль одного из корней (18) больше единицы. При выполнении условия (18) с каждым новым периодом колебания будут усиливаться. Следовательно, неравенство (19) представляет собой не только условие вещественности масштабного множителя λ , но и условие возникновения параметрического резонанса.

Исследование устойчивости колебаний эпицикла

Из уравнения (16) при $m = 0$ получено $A = \cos^2(p\psi) - \sin^2(p\psi) = \cos(2p\psi)$, т.е. при произвольных значениях ψ имеем $|A| \leq 1$. Равенство $|A| = 1$, соответствующее условию параметрического резонанса, выполняется, если аргумент $2p\psi$ удовлетворяет условию

$$2p\psi = p\psi_j \quad j = 1, 2, \dots, \text{ т.е. } \psi = \frac{2k_0}{j}, \quad j = 1, 2, \dots \quad (20)$$

где значение $j=1$ соответствует первому (основному) параметрическому резонансу, $j=2$ – второму и т.д.

Для критических значений частоты пульсации при параметрическом возбуждении по закону квазипрямоугольного синуса (6) условие (20) не зависит от соотношения частей периодов T_1 и T_2 (рис. 1, б), а также от числа участков с постоянной жесткостью [10]. Также доказано, что условие (20) совпадает с соответствующими условиями для значений критической частоты при параметрическом возбуждении по закону обычного синуса (косинуса)

$$\ddot{q} + k_0^2 (1 - m \cos \psi) q = 0. \quad (21)$$

Решениями уравнения (21) являются специальные функции Матъе. Как и для уравнения (6) эти решения могут быть либо ограниченными, либо неограниченно возрастающими. Выделение соответствующих этим решениям областей параметров

$$a = 4v^2; \quad b = 2mv^2 = ma/2. \tag{22}$$

позволяет сформировать диаграмму устойчивости Айнса-Стретта (рис. 4).

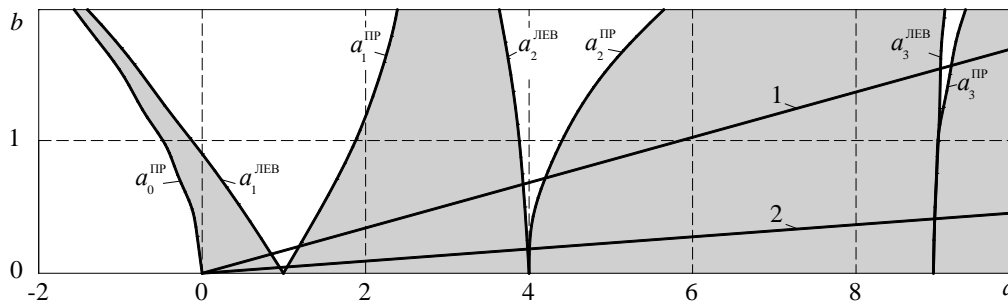


Рис. 4. Диаграмма устойчивости параметрических колебаний (затенены области устойчивых колебаний)

Применяя метод гармонического баланса, получены следующие уравнения для границ областей устойчивых колебаний

$$\left. \begin{aligned} a_0^{PC} &= -\frac{1}{2}b^2 + \frac{7}{128}b^4 - \dots; & a_1^{PC} &= 1 + b - \frac{1}{8}b^2 - \frac{1}{64}b^3 - \frac{1}{1536}b^4 + \dots; \\ a_1^{LEB} &= 1 - b - \frac{1}{8}b^2 + \frac{1}{64}b^3 - \frac{1}{1536}b^4 - \dots; & a_2^{PC} &= 4 + \frac{5}{12}b^2 - \frac{763}{13824}b^4 + \dots; \\ a_2^{LEB} &= 4 - \frac{5}{12}b^2 + \frac{5}{13824}b^4 - \dots \end{aligned} \right\}. \tag{23}$$

Практический интерес представляют области неустойчивости, расположенные вблизи горизонтальной оси, т.е. при $a = 1; 4; 9; \dots$:

$$a = 4v^2 = o^2 \Rightarrow v = o/2, \text{ где } o = 1, 2, \dots \tag{24}$$

Условия возникновения параметрического резонанса (20) и (24) совпадают.

Исследование областей параметрического резонанса

Для механических систем зоны устойчивости и неустойчивости параметрических резонансов на диаграмме Айнса-Стретта ограничены сверху наклонными прямыми

$$b = ma/2. \tag{25}$$

Точки M_1, M_2, \dots, M_6 пересечения прямых (25) и граничных кривых (24) на диаграмме (рис. 5) соответствуют границам неустойчивости периодических колебаний эпицикла. Ширину областей неустойчивых колебаний характеризуют отрезки прямых M_1M_2, M_3M_4, M_5M_6 .

Для трехсателлитного ПКР при равномерном окружном расположении осей спутников коэффициент пульсации жесткости $m = c_A/c_0 = 1/3$, следовательно, граничная линия (рис. 5, линия 1) соответствует уравнению $b = a/6$, а границам неустойчивости колебаний – точки на отрезке M_1M_2 . Для сужения области неустойчивости параметрических колебаний необходимо уменьшать значение коэффициента m пульсации жесткости. С этой целью в практике проектирования коробок передач современных автомобилей успешно применяется асимметричное расположение спутников по окружности [5].

Для трехсателлитного ПКР со смещением осей спутников (см. рисунки 2, 3) коэффициент

пульсации жесткости $m = c_A/c_0 = 1/9$ и уравнение граничной прямой (линия 2 на рис. 5) имеет вид $b = a/18$. Границам неустойчивости соответствуют точки на отрезке $L_1 L_2$. Таким образом, неравномерное расположение сателлитов обеспечивает значительное сужение области неустойчивых колебаний эпицикла.

Параметрическим резонансам соответствуют точки граничных кривых, лежащие на оси a с координатами $a = 1; 4; 9; \dots$ (см. рисунок 5). При этом наиболее важен случай $a = 1$. Из уравнения (20) при $a = 1$ получено условие $k_0 = 0,5\omega$, соответствующее проявлению основного параметрического резонанса, когда среднее значение собственной частоты вдвое меньше частоты параметрического возбуждения.

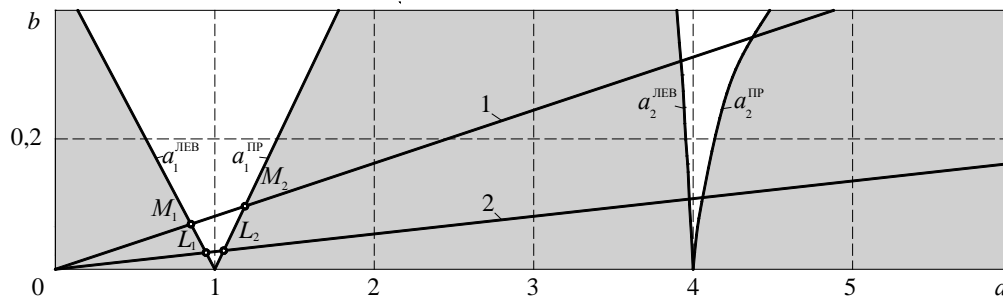


Рис. 5. Фрагмент диаграммы устойчивости параметрических колебаний эпицикла передачи ПКР Raba 118.77 при равномерном (линия 1) и неравномерном (2) расположении сателлитов

При значительной глубине пульсации функции $c_y(t)$ и существенном отличии коэффициента пульсации m от нуля параметрический резонанс возникает в областях значений a , расположенных вблизи значений (20), при этом, чем больше величина m , тем шире эти области. Известно, что благодаря слою смазки линейное демпфирование в зубчатых передачах несколько сужает области неустойчивости колебаний, не ограничивая их по амплитуде. Параметрический резонанс более опасен по сравнению с линейным тем, что возрастание амплитуды колебаний происходит по уравнению геометрической прогрессии и может инициировать развитие усталостных трещин в ободу эпицикла [9]. Для конструкции ПКР Raba 318.78 имеется возможность полностью исключить параметрический резонанс эпицикла смещением осей сателлитов (рис. 6, 7).

Для типовых конструкций ПКР значение параметра $b < 0,1$. Уравнения (24) представляют собой сходящиеся степенные ряды. Для численной оценки точности вычислений в уравнениях (24) принято $b = 0,1$.

Получено

$$a_1^{ЛБ} = 1 - b - \frac{1}{8}b^2 + \frac{1}{64}b^3 = 1 - 0,1 - \frac{1}{8}0,1^2 + \frac{1}{64}0,1^3 = 1 - 0,1 - 0,0012 + 0,00001 \approx 0,9;$$

$$a_1^{ПР} = 1 + b - \frac{1}{8}b^2 - \frac{1}{64}b^3 = 1 + 0,1 - \frac{1}{8}0,1^2 - \frac{1}{64}0,1^3 = 1 + 0,1 - 0,0012 - 0,00001 \approx 1,1.$$

Следовательно, при установлении границ областей неустойчивых колебаний эпицикла ПКР достаточен учет первых двух слагаемых. Для диаграмм устойчивости протяженность области устойчивости характеризуется шириной отрезка области неустойчивости, а именно отрезками $M_1 M_2$ и $L_1 L_2$. Координаты точек пересечения прямыми 1 и 2 с граничными кривыми $a_1^{ЛБ}$ и $a_1^{ПР}$: $M_1(6/7; 1/7)$, $M_2(6/5; 1/5)$; $L_1(18/19; 1/19)$, $L_2(18/17; 1/17)$. Длины отрезков: $M_1 M_2 = 0,34$; $L_1 L_2 = 0,11$. Длина отрезка $M_1 M_2$ превышает длину $L_1 L_2$ в 3,1 раза, что свидетельствует об уменьшении зоны неустойчивости.

В результате расчетов для передачи ПКР Raba 318.78 с параметрами $e_6 = 1,42$, $z_s = 26$, $z_p = 19$, $z_r = 64$; $m = 3,25$ мм, $n_p = 5$ определены: коэффициенты и углы смещения осей сателлитов $k_{ij} = (0,2; 0,2; -0,2; -0,2; 0,0)$, $\Delta\varphi_{ij} = (1^\circ 34'; 1^\circ 34'; -1^\circ 34'; -1^\circ 34'; 0^\circ)$, при которых функция приведенной жесткости $c_y(t) = \text{const}$ (рис. 6, 7), что исключает причины возникновения параметрических колебаний эпицикла.

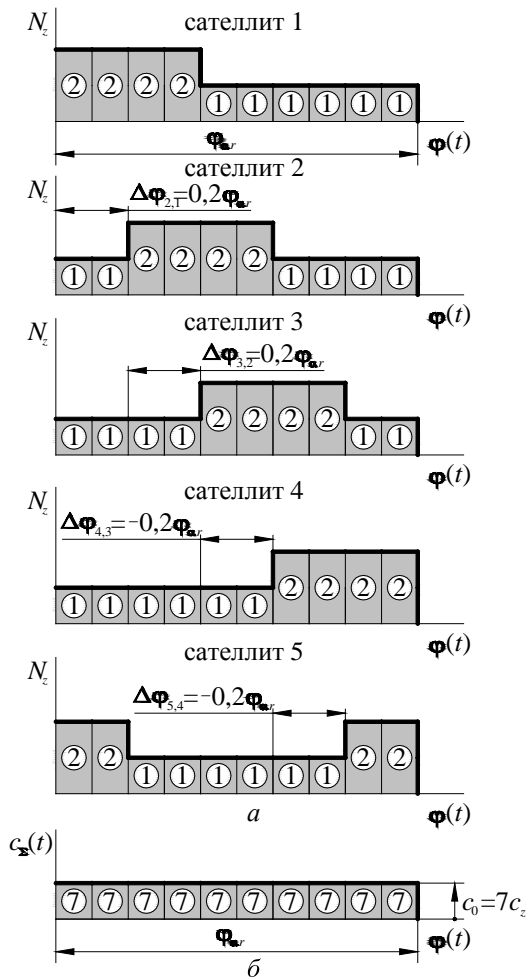


Рис. 6. Диаграммы (а) парности зацеплений и график (б) функции приведенной жесткости для ПКР Raba 318.78

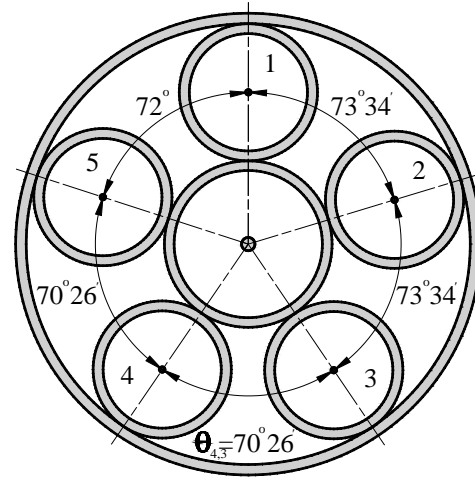


Рис. 7. Схема оптимального расположения сателлитов для передачи ПКР Raba 318.78

Выводы

1. Установлено, что ширина области неустойчивости параметрических колебаний эпицикла для передачи типа $2k-h$ зависит от коэффициента μ пульсации жесткости зубчатого зацепления. Подтвержден положительный эффект влияния неравномерного окружного расположения осей сателлитов на глубину пульсации жесткости многопоточного зацепления и сужение области неустойчивости параметрических колебаний эпицикла.
2. Разработана методика и алгоритм определения углового положения осей сателлитов, обеспечивающего снижение амплитуды параметрических колебаний многопарных зубчатых зацеплений при различных значениях коэффициента перекрытия.
3. Результаты расчетов на примере конструкций редукторов Raba 118.77 и 318.78 подтверждают возможность снижения виброактивности и повышения надежности ПКР в составе трансмиссии колесного авто- и электротранспорта путем неравномерного окружного расположения осей сателлитов.

Список используемой литературы

1. Lin, J. Structured vibration characteristics of planetary gears with unequally spaced planets / J. Lin, G. Parker // Journal of Sound and Vibration. – 233 (5), 2000, P. 921 – 928.
2. Parker, R. G. Vibration modes of planetary gears with unequally spaced planets and elastic ring gear / R. G. Parker, Wu Xionghua // Journal of Sound and Vibration, – 329. – 2010, P. 2265 – 2275.
3. Гутиря, С. С. Моделирование частотных характеристик планетарного колёсного редуктора троллейбуса

- / С. С. Гутиря, В. П. Ягліньський, А. М. Чанчін // Вісник НТУ “ХПІ”. Зб. наук. праць. Серія: Машинознавство та САПР, X: НТУ “ХПІ”. – 2013. – № 1(975). – С. 35–43.
4. Гутиря, С. С. Частотный анализ колебаний планетарного колесного редуктора / С. С. Гутиря, В. П. Яглинский, А. Н. Чанчин // Вестник Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого. Научно-практический журнал. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2015. – № 2 (61). – С. 3 – 11.
 5. Gradu, M. Planetary Gears with Improved Vibration Behavior in Automatic Transmissions / M. Gradu, K. Langenbeck, B. Breunig // Intern. Conf. on Gears. – VDI-Berichte: 1230. – Dusseldorf: VDI Verl., 1996. – P. 861 – 879.
 6. Roloff / Matek. Maschinenelemente. Normung, Berechnung, Gestaltung / H. Wittel, D. Muhs, D. Jannasch, J. Voßiek. – Auflage 22. – Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2015. – 840 s.
 7. Гутиря, С. С. Навантаженість, точність та віброактивність колісних редукторів / С. С. Гутиря, В. П. Ягліньський, А. М. Чанчін // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Зб. наук. праць. Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2015. – Вип. 24. – С. 57 – 69.
 8. Чанчін, А. М. Моделювання показників жорсткості епіциклу у складі планетарного колісного редуктора / А. М. Чанчін // Вісник Національного технічного університету “ХПІ”. Зб. наук. праць. Серія: “Проблеми механічного приводу”. – X.: НТУ “ХПІ”. – 2015. – № 34 (1143). – С. 144 – 153.
 9. Rand, R. H. Fractional Mathieu equation / R. H. Rand, S. M. Sah, M. K. Suchrsky // Commun Nonlinear Sci Numer Simulat. – 2010. – Vol. 15. – P. 3254 – 3262.
 10. Меркин, Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения // Д. Р. Меркин. – М.: Наука. – 1987. – 304 с.