

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ І  
ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І  
ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**

УДК 656.05

В.П. СЛАВИЧ, А.Г. КЛЕЙМЬОНОВ  
Херсонський національний технічний університет**МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ ДОВЖИНИ ЧЕРГИ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ  
ПРИ ВИНИКНЕННІ ПЕРЕШКОДИ НА СМУЗІ РУХУ**

*Запропоновано модель визначення довжини черги транспортних засобів при появі перешкоди на смузі руху. Отримано аналітичну залежність кількості транспортних засобів, що очікують свою чергу при покиданні транспортного затору, від інтенсивностей покидання і прибуття автомобілів до системи та часу простою аварійного транспортного засобу. Визначено час, за який система нормалізується до початкового стану, тобто час, за який зникне затор. Практична значимість виведеної залежності – можливість оповіщення служб порятунку про появу дорожнього затору, що сприяє визначенню оптимального за часом шляху.*

*Ключові слова: аварійна ситуація, транспортні черги*

В.П. СЛАВИЧ, А.Г. КЛЕЙМЬОНОВ  
Херсонский национальный технический университет**МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИНЫ ОЧЕРЕДИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ ПРИ  
ПОЯВЛЕНИИ ПОМЕХИ НА ПОЛОСЕ ДВИЖЕНИЯ**

*Предложено модель определения длины очереди транспортных средств при появлении помехи на полосе движения. Получено аналитическую зависимость количества транспортных средств, которые ожидают свою очередь при покидании транспортной очереди, от интенсивностей покидания и прибытия автомобилей в систему, и времени простоя аварийного транспортного средства. Практическая значимость выведенной зависимости – возможность оповещения служб спасения о появлении дорожной пробки и определение оптимального по времени пути.*

*Ключевые слова: аварийная ситуация, транспортные очереди*

V.P. SLAVICH, A.G. KLEIMJONOV  
Kherson National Technical University**DEFINITION MODEL OF QUEUE VEHICLE LENGTH WITH INTERFERENCE IN LANE**

*The article focuses on the construction of a model of vehicles with interference in lane. The analytical dependence of the number of vehicles waiting to turn leaving the traffic jam, from the intensities arrival and leaving the car in, and downtime of emergency vehicle. The practical significance of the deduced dependence - the ability to alert rescue services about the appearance of a traffic jam and to determine the optimal time for the route.*

*Keywords: emergency situation, transport queues*

**Постановка проблеми**

Проблеми моделювання транспортних потоків з кожним роком тільки набувають своєї важливості, оскільки кількість транспортних засобів невинно збільшується на дорогах, що неодмінно призводить до актуальності задач розв'язання таких важливих проблем, як транспортні затори.

Постійні транспортні затори, які приводять до збільшення забруднення навколишнього середовища та витрачання енергетичних ресурсів, призвели до необхідності швидкого поширення та будівництва дорожніх мереж у багатьох містах світу. При цьому потрібно постійно удосконалювати методику ефективної організації дорожнього руху, використовувати нові математичні методи прогнозування, які можна реалізувати за допомогою ПЕОМ.

Одним з найважливіших параметрів транспортних потоків є довжина черги транспортних засобів при появі перешкоди або ДТП на одній із смуг транспортного руху. Знання цього значення,

зокрема методики його визначення, є основою для визначення оптимального часу подолання заданої ділянки автомобільної дороги, що в свою чергу є одним з методів вирішення транспортних проблем.

Спостерігаються часті випадки, коли повністю паралізується одна із смуг руху внаслідок автомобільної аварії або зупинки транспортних засобів через поломку. В даній роботі запропоновано дослідження даного процесу, побудовано його модель, отримано аналітичну залежність кількості транспортних засобів, що очікують свою чергу при покиданні транспортного затору, від інтенсивностей покидання і прибуття автомобілів до системи та часу простою аварійного транспортного засобу, визначено час, за який система нормалізується до початкового стану.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Оптимізація руху на перехресті та визначення оптимального режиму світлофорного регулювання показано в роботах [1,4,5].

Моделювання транспортних потоків та їх оптимізація при наявності міського водного транспорту та у випадку звуження дороги досліджено в роботах [2-3].

**Формулювання мети дослідження**

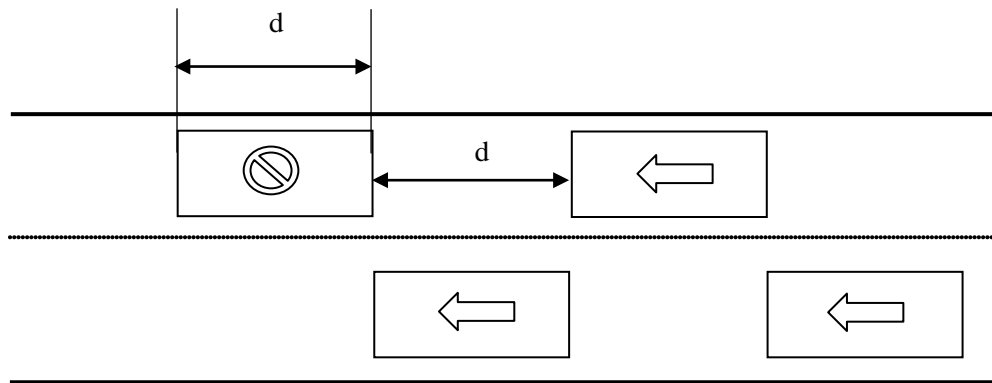
Метою даної роботи була побудова моделі, за допомогою якої можна визначити довжину черги транспортних засобів у тому випадку, коли на смузі руху з'явилась перешкода.

**Викладення основного матеріалу дослідження**

Нехай задано деяку мережу з двосмуговим рухом, до якої прибувають однакові групи автомобілів через інтервал часу  $\Delta t$ . У початковий момент часу на підході немає жодного автомобіля. Через заданий інтервал під'їжджає перша група автомобілів, які поступово будуть покидати мережу на протязі такого ж інтервалу  $\Delta t$ .

Основою моделювання є дискретний підхід, вважаємо, що транспортна мережа уявляє собою сукупність послідовних клітинок, кожна з яких може бути заповнена, якщо в ній знаходиться транспортний засіб, та вільною, якщо автомобіля в ній немає.

Розміри клітинок однакові і дорівнюють динамічному габариту будь-якого автомобіля, оскільки вони наведені у зведених одиницях. Автомобілі пересуваються із клітинки в клітинку почергово із заданою швидкістю, причому переміщення в наступну клітинку можливо лише за умови, якщо вона вільна. Кожен наступний автомобіль, що прибуває до системи, потрапляє у вільну клітинку, розташовану через одну від останнього в черзі автомобіля.



**Рис. 1. Схема дорожньої мережі**

Введемо наступні необхідні для подальших розмірковувань вхідні параметри моделі (табл. 1).

Таблиця 1

Вхідні параметри		
Умовне позначення	Описання величини	Одиниця виміру
$t_0$	Початковий відлік часу	с
$\Delta t$	Інтервал прибування та покидання мережі	с
$\tau_{пр}$	Час простою перешкоди	с
$t_{оч}$	Час очікування черги на об'їзд перешкоди	с
$n$	Кількість автомобілів у групі	шт
$d$	Динамічний габарит автомобіля	м
$v$	Швидкість руху автомобілів	м/с

Нехай у початковий момент часу система починає працювати за нормальних умов, коли транспортні засоби прибувають до неї групами з  $n$  автомобілів та покидають з інтенсивністю, яку можна отримати з формули:

$$t_{\text{покид}} = t_{\text{оч}} + \frac{d}{v} \tag{1}$$

Слід зазначити, що в послідовних формулах буде використовуватись функція  $[a]$  – ціла частина числа  $a$ .

При різних співвідношеннях інтенсивності прибуття автомобілів та покидання зазначеної ділянки, може бути два випадки: черга утворюється або не утворюється. Отже, визначимо ці співвідношення:

1. Коли інтенсивність прибуття автомобілів до мережі менше або дорівнює інтенсивності покидання, тобто:

$$\frac{n}{2 \cdot \Delta t} \leq \left( t_{\text{оч}} + \frac{d}{v} \right) \tag{2}$$

2. Коли інтенсивність прибуття автомобілів більше за інтенсивність покидання:

$$\frac{n}{2 \cdot \Delta t} > \left( t_{\text{оч}} + \frac{d}{v} \right) \tag{3}$$

Зобразимо тенденцію зміни довжини черги за допомогою табл. 2. Позначимо через  $x$  - кількість груп транспортних засобів, що встигли потрапити до мережі за час дослідження:

$$x = \left[ \frac{2 \cdot \Delta t \cdot m}{\left( t_{\text{оч}} + \frac{d}{v} \right)} \right] \tag{4}$$

Таблиця 2

**Залежність довжини черги від часу**

Кількість транспортних засобів, що покинуло ділянку	Інтервал часу	Довжина черги транспортних засобів
0	0	$n \cdot x$
1	$t_{\text{оч}} + \frac{d}{v}$	$n \cdot x - 1$
2	$2 \cdot \left( t_{\text{оч}} + \frac{d}{v} \right)$	$n \cdot x - 2$
3	$3 \cdot \left( t_{\text{оч}} + \frac{d}{v} \right)$	$n \cdot x - 3$
...	...	...
$i$	$i \cdot \left( t_{\text{оч}} + \frac{d}{v} \right)$	$n \cdot x - i$
...	...	...
$m$	$m \cdot \left( t_{\text{оч}} + \frac{d}{v} \right)$	$n \cdot x - m$

Через деякий проміжок часу перший автомобіль прибулої групи зупинився внаслідок поломки та утворив перешкоду на смузі руху. Час його простою складатиме  $\tau_{\text{пр}}$  секунд. Поступово, транспортні

засоби починають накопичуватись за перешкодою та утворювати затор. Визначимо розмір черги, яка може утворитись на цій смузі до кінця простою. Ця величина представляє собою різницю між кількістю автомобілів, що під'їхали до ділянки, та кількістю авто, що встигли об'їхати перешкоду:

$$z = n \cdot \left[ \frac{2 \cdot \Delta t \cdot \tau_{пр}}{\left(t_{оч} + \frac{d}{v}\right)^2} \right] - \frac{\tau_{пр}}{\left(t_{оч} + \frac{d}{v}\right)} \quad (5)$$

Для отримання величини утвореної максимальної черги оберемо другою складовою кількість автомобілів, що встигне виїхати з черги під час очікування наступної групи автомобілів.

Розглянемо переміщення транспортних засобів одразу після аварійної зупинки першого автомобіля з прибулої групи (табл. 3).

Введемо величину  $z'$  – кількість транспортних засобів встигне покинути чергу за проміжок часу перед під'їздом наступної групи автомобілів:

$$z' = \begin{cases} \left\lfloor \frac{2 \cdot \Delta t \cdot v}{d} \right\rfloor, & \text{якщо } \left\lfloor \frac{\Delta t \cdot v}{d} \right\rfloor - \text{парне} \\ \left\lfloor \frac{2 \cdot \Delta t \cdot v}{d} \right\rfloor + 1, & \text{якщо } \left\lfloor \frac{\Delta t \cdot v}{d} \right\rfloor - \text{непарне} \end{cases} \quad (6)$$

Таблиця 3

**Схема переміщення транспортних засобів одразу після аварійної зупинки першого автомобіля з прибулої групи**

Кількість транспортних засобів, що покинуло чергу	Інтервал часу	Послідовність номерів транспортних засобів та їх позиція в черзі						
		1	2	3	4	5	...	z
0	0	1	2	3	4	5	...	z
1	$\frac{d}{V}$		2	3	4	5	...	z
1	$2 \cdot \frac{d}{V}$	2		3	4	5	...	z
2	$3 \cdot \frac{d}{V}$		3		4	5	...	z
2	$4 \cdot \frac{d}{V}$	3		4		5	...	z
3	$5 \cdot \frac{d}{V}$		4		5		...	z

Продовження таблиці 3

1	2	3						
3	$6 \cdot \frac{d}{V}$	4		5		6	...	z
...	...	...	...	...	...	...	...	...
m	$(2m) \cdot \frac{d}{V}$	m+1		m+2		m+3	...	z
m+1	$(2m+1) \cdot \frac{d}{V}$		m+2		m+3		...	z

Утворилась система внаслідок того, що під час виділення цілої частини може залишитись дробова частина, а кількість автомобілів є цілим числом, тож округлення буде в більшу сторону.

Умовою, за якої транспортна черга не буде нескінченно збільшуватись є:

$$z' > n \tag{7}$$

Тобто кількість авто, що покидає ділянку, має бути більшою за кількість прибуваючих транспортних засобів до системи. На основі зазначених вище формул можна вивести результуючу формулу максимальної довжини транспортної черги, яка утвориться внаслідок простою аварійного транспортного засобу:

$$z_{\max} = z - (z' - n) \cdot i \tag{8}$$

В даному випадку коефіцієнт  $i$  являє собою кількість груп автомобілів (або інтервалів часу прибуття групи автомобілів), що буде потрібна для приведення системи у нормальний стан, а саме коли параметри руху транспортного потоку приймуть початкові значення. Даний коефіцієнт буде визначатись із наступного виразу:

$$i = \left\lceil \frac{z}{z' - n} \right\rceil + 1 \tag{9}$$

Тоді визначаємо час нормалізації дорожнього руху:

$$T_{\text{норм}} = i \cdot \Delta t + \tau_{\text{пр}} \tag{10}$$

Тоді використовуючи залежності (6), (9), остаточно отримаємо:

$$T_{\text{норм}} = \begin{cases} \left( \left\lceil \frac{z}{\left\lfloor \frac{2 \cdot \Delta t \cdot v}{d} \right\rfloor - n} \right\rceil + 1 \right) \cdot \Delta t + \tau_{\text{пр}}, \text{ якщо } \left\lfloor \frac{\Delta t \cdot v}{d} \right\rfloor - \text{парне} \\ \left( \left\lceil \frac{z}{\left\lfloor \frac{2 \cdot \Delta t \cdot v}{d} \right\rfloor + 1 - n} \right\rceil + 1 \right) \cdot \Delta t + \tau_{\text{пр}}, \text{ якщо } \left\lfloor \frac{\Delta t \cdot v}{d} \right\rfloor - \text{непарне} \end{cases} \tag{11}$$

**Висновки**

Таким чином, за в даній роботі було побудовано модель визначення довжини черги транспортних засобів при появі перешкоди на смузі руху та часу нормалізації дорожнього руху. Отримано аналітичну залежність кількості транспортних засобів, що очікують свою чергу при покиданні транспортного затору, від інтенсивностей покидання і прибуття автомобілів до системи та часу простою

аварійного транспортного засобу. Практична значимість введеної залежності полягає в тому, що вона дозволяє в умовах певної дорожньої ситуації отримувати значення часу, за який система повернеться до початкового стану, тобто час, за який зникне повністю транспортний затор, який утворився внаслідок тимчасової перешкоди. Це дозволить певним транспортним засобам, до прибувають до такої проблемної ділянки, встановлювати значення можливого загубленого часу та відповідно по-можливості обирати інший маршрут на мережі, що особливо корисно для транспортних засобів спеціальних служб (надзвичайного порятунку, швидка допомога, поліція тощо).

#### Список використаної літератури

1. Ахмадинуров М.М. Оптимизация светофорного регулирования с помощью программы моделирования транспортных потоков / Ахмадинуров М.М. ; Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2010. – №22 . - С.26-30.
2. Селиверстов С.А. Моделирование транспортных потоков мегаполиса с вводом новых видов водного внутригородского пассажирского транспорта / Селиверстов С.А., Селиверстов Я.А. ; Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2015. – №2(30) . - С.69-80.
3. Моделирование транспортного потока в окрестности сужения УДС / Электронная библиотека: <http://bibliofond.ru/view.aspx?id=582526>
4. Славич В.П. Модель визначення довжини черги транспортних засобів при заданих параметрах світлофорного регулювання / Проблеми інформаційних технологій. – 2014. – №2(016) . - С.122-124.
5. Смірнов Н.Н. Математичне моделювання автотранспортних потоків. / Смірнов Н.Н., Кісельов А.Б., Нікітін В.Ф., Юмашев М.В. ; Мех-мат МГУ, 1999. – 191 с.