

УДК 693.95 (075.8)

В.Т. КРАВЧУК

Київський національний університет будівництва і архітектури

Ю.В. ЧОВНЮК

Національний університет біоресурсів і природопольовання України

### ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИБРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С ОБРАБАТЫВАЕМОЙ БЕТОННОЙ СМЕСЬЮ: ОБЪЁМНОЕ ФОРМОВАНИЕ

*Предложена математическая модель, описывающая поведение динамической системы «вибрационная машина – бетонная смесь», в которой бетонная смесь представлена в виде системы с распределёнными параметрами. Составлено волновое уравнение движения уплотняемой смеси. Определены граничные условия. Найдены аналитически значения волнового числа, коэффициента затухания возмущения в обрабатываемой среде, приведенная масса и коэффициент неупругого сопротивления бетонной смеси. Определён закон распространения волн возмущения в обрабатываемой среде.*

*Ключевые слова: смеситель, вибрационная машина, бетонные смеси.*

В.Т. КРАВЧУК

Київський національний університет будівництва і архітектури

Ю.В. ЧОВНЮК

Національний університет біоресурсів і природокористування України

### ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ПРОЦЕСУ ВЗАЄМОДІЇ ВІБРАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ З ОБРОБЛЮВАНОЮ БЕТОННОЮ СУМІШШЮ: ОБ'ЄМНЕ ФОРМУВАННЯ

*Запропонована математична модель, що описує поведінку динамічної системи «вібраційна машина - бетонна суміш», у якій бетонна суміш представлена у вигляді системи з розподіленими параметрами. Складене хвильове рівняння руху ущільнюваної суміші. Визначені граничні умови. Знайдені аналітично значення хвильового числа, коефіцієнту затухання збурення у оброблюваному середовищі, приведеної маси й коефіцієнту непружного опору бетонної суміші. Визначений закон розповсюдження хвиль збурення у оброблюваному середовищі.*

*Ключові слова: змішувач, вібраційна машина, бетонні суміші.*

V.T. KRAVCHYUK

Kyiv National University of Constructions and Architecture

Y.V. CHOVNYUK

National University of Bioresources and Life Sciences of Ukraine

### DISCRETE AND CONTINUAL MODELLING AT RESEARCH OF INTERACTION PROCESS BETWEEN VIBRATIONAL SYSTEM AND PROCESSABLE CONCRETE'S MIXTURE: VOLUME FORMATION

*The authors have suggested a mathematical model describing the behavior of the dynamic system “vibration machine – concrete’s mixture”, where the concrete’s mixture is represented as a system with a distributed parameters. Within the frame of research the wave equation of the compactible medium motion was complied and the boundary conditions were defined. As a result, it were analytically calculated such key parameters as values of the wave number, the perturbation attenuation coefficient in the processable medium, reduced mass, and the coefficient of inelastic resistance of concrete’s mixture and the law of propagation of perturbations in the processable medium was defined.*

*Key words: mixer, vibration machine, concrete’s mixtures.*

#### Постановка проблеми.

Современное производство требует создания машин и бетоносмесительного оборудования с малой энергоёмкостью, обеспечивающих эффективное приготовление жёстких и сверхжёстких бетонных смесей (БС). Снижения энергоёмкости и повышения эффективности процесса приготовления БС можно достичь путём использования технологии, применение которой наряду с механическим перемешиванием БС позволяет одновременно оказывать на неё и вибрационное (виброволновое) воздействие со стороны вмонтированной в корпус смесителя вибрационной системы (например, заслонки). При этом уменьшаются силы сопротивления перемешиванию за счёт уменьшения внутреннего коэффициента трения БС и её коэффициента трения об обечайку корпуса смесителя. Одновременно ускоряется процесс приготовления БС и улучшается

её качество за счёт виброактивации. Таким образом, создание смесителей принудительного действия для приготовления БС, как и основ методик их расчёта, позволяющих существенно повысить качество приготовляемой БС, оптимизировать (минимизировать) энергосиловые показатели процесса виброформования/виброуплотнения смеси, является актуальной народнохозяйственной задачей, требующей своего дальнейшего исследования.

**Анализ последних исследований и публикаций.**

Исследованию и совершенствованию машин для формования бетонных изделий вибрацией посвящены работы [1-6]. Однако авторы указанных работ допускают ошибку, применяя метод разделения переменных (метод Фурье) для граничных (подвижных) условий задачи, моделирующей распространение возмущений в БС в форме волнового уравнения. Данная работа является исследованием, где реализован иной подход, устраняющий указанную выше ошибку.

**Формулирование цели исследования.**

Цель работы – установление основных закономерностей распространения волн возмущений в БС и соответствующих параметров, характеризующих возникающие в БС волнообразования.

**Изложение основного материала исследования.**

1. Анализ обобщённой физической модели вибрационной системы («вибрационная площадка – формируемая БС») в виде дискретно-континуальной системы.

В качестве базовой модели виброформируемой БС возьмём изложенную в [7] модель, анализ которой, как указано выше, был проведен с ошибками.

Уравнение распространения волн в БС записываем в безразмерной форме:

$$\frac{\partial^2 u(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} - \alpha \cdot \frac{\partial^2 u(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} - \delta \cdot \frac{\partial^3 u(\xi, \tau)}{\partial \xi^2 \partial \tau} = 0, \tag{1}$$

$\xi = \frac{x}{h}$ ; ( $0 \leq \xi \leq 1$ );  $\tau = \omega t$ ;  $\alpha = \frac{E_{\bar{\sigma}}}{\rho_{\bar{\sigma}} h^2 \omega^2}$ ;  $\delta = \frac{\eta_{\bar{\sigma}}}{\rho_{\bar{\sigma}} h^2 \omega}$ . Здесь введены следующие обозначения:

$u(\xi, \tau)$  – перемещение слоя БС с ординатой  $\xi$ ;  $h$  – высота слоя БС;  $x$  – ордината перемещения БС, отсчитываемая от поверхности виброплощадки ( $x = 0$ ) вверх по вертикали;  $\omega$  – частота (круговая) возмущающей гармонической силы, приложенной к днищу формы (рабочему органу вибросистемы);  $t$  – время;  $E_{\bar{\sigma}}$ ,  $\rho_{\bar{\sigma}}$  – динамический модуль упругости и плотность БС, соответственно;  $\eta_{\bar{\sigma}}$  – динамический коэффициент вязкости БС.

Рассмотрим далее вынужденные колебания БС, вызванные внешней гармонической силой, приложенной к днищу формы с БС.

Используя подход работы [8], можно получить следующие выражения для амплитуды перемещения ( $\tilde{u}(\xi)$ ), присоединённой массы БС ( $m_{n\bar{\sigma}}(\xi)$ ) и собственно смещения в БС ( $u(\xi, \tau)$ ):

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{u}(\xi) &= A_0 \cdot \bar{x}(\xi); \quad \bar{x}(\xi) = |\cos(\lambda \xi) + tg \lambda \cdot \sin(\lambda \xi)|; \\ \lambda &= \frac{1}{\sqrt[4]{\alpha^2 + \delta^2}} \cdot \exp\left[-\frac{i}{2} \cdot arctg\left(\frac{\delta}{\alpha}\right)\right]; \quad i^2 = -1; \quad u(\xi, \tau) = \tilde{u}(\xi) \cdot \exp(i \tau); \\ m_{n\bar{\sigma}} &= \frac{E_{\bar{\sigma}} S_{\bar{\sigma}}}{\omega^2 h} \cdot \left[ \int_0^1 \frac{\partial u(\xi, \tau) / \partial \xi}{\partial^2 u(\xi, \tau) / \partial \tau^2} d\xi \right]. \end{aligned} \right. \tag{2}$$

Здесь:  $A_0$  – амплитуда колебаний днища формы с БС,  $S_{\bar{\sigma}}$  – площадь горизонтального сечения столба БС. Используя (2) и вводя обозначения:

$$\kappa_1 = \cos\left\{\frac{1}{2} arctg\left(\frac{\delta}{\alpha}\right)\right\} / \sqrt[4]{\alpha^2 + \delta^2}; \quad \kappa_2 = \sin\left\{\frac{1}{2} arctg\left(\frac{\delta}{\alpha}\right)\right\} / \sqrt[4]{\alpha^2 + \delta^2}, \tag{3}$$

$\bar{x}(\xi)$  можно представить иначе:

$$\bar{x}(\xi) = \left\{ \frac{\cos^2[\kappa_2(1-\xi)] \cdot ch^2[\kappa_1(1-\xi)] + \sin^2[\kappa_2(1-\xi)] \cdot sh^2[\kappa_1(1-\xi)]}{\cos^2 \kappa_2 \cdot ch^2 \kappa_1 + \sin^2 \kappa_2 \cdot sh^2 \kappa_1} \right\}^{1/2}. \tag{4}$$

Анализ полученных выражений (2) – (4) показывает, что для режимов колебаний с низкой частотой при увеличении высоты столба БС использование мощности, подводимой к днищу формы для её (БС) перемещения, уменьшается медленнее, чем для режимов колебаний с высокой частотой. Получает подтверждение и

тот факт, что для изготовления бетонных изделий небольшой высоты (до 0,3...0,5м) следует использовать высокочастотную вибрацию с малой амплитудой, а для высоких изделий (от 1м и более) – низкочастотную вибрацию с повышенной амплитудой.

С учётом полученных выше зависимостей для параметров столба БС можно записать уравнение движения дискретно-континуальной механической системы («рабочий орган – БС») в безразмерной комплексной форме:

$$\mu_0 \frac{d^2 \tilde{u}_\phi(\tau)}{d\tau^2} + \theta_0 \frac{d\tilde{u}_\phi(\tau)}{d\tau} + \eta_0 \tilde{u}_\phi(\tau) - \alpha \left. \frac{\partial \tilde{u}(\xi, \tau)}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} - \delta \left. \frac{\partial^2 \tilde{u}(\xi, \tau)}{\partial \xi \partial \tau} \right|_{\xi=0} = \frac{F_0}{\rho_\delta S_\delta h \omega^2 A_0} \cdot \exp(i\tau). \quad (5)$$

Здесь  $\mu_0 = \frac{m}{\rho_\delta S_\delta h}$ ;  $\theta_0 = \frac{b}{\rho_\delta S_\delta h \omega}$ ;  $\eta_0 = \frac{c}{\rho_\delta S_\delta h \omega^2}$ ,  $m$  – масса рабочего органа,  $c, b$  – коэффициенты

жёсткости и сопротивления упругих опор машины,  $\tilde{u}_\phi(\tau)$  – смещение формы,  $F_0$  – амплитуда возмущающей силы, приложенной при объёмном формовании БС к днищу формы.

Если в физической модели воздействия БС на рабочий орган машины её заменить действием присоединённой массы БС ( $m_{n\delta}$ ), тогда уравнение динамики рабочего органа машины принимает вид:

$$\left| \mu_0 + \frac{m_{n\delta}}{\rho_\delta S_\delta h} \right| \cdot \frac{d^2 \tilde{u}_\phi(\tau)}{d\tau^2} + \theta_0 \frac{d\tilde{u}_\phi(\tau)}{d\tau} + \eta_0 \tilde{u}_\phi(\tau) = U_0 \cdot \exp(i\tau), \quad U_0 = \frac{F_0}{\rho_\delta S_\delta h \omega^2 A_0}. \quad (6)$$

Следует заметить, что результаты, приведенные в работе [7], подобные формулам и соотношениям (3) – (6), содержат много неточностей и ошибок, которые в данном исследовании устранены.

Решение уравнения (6) имеет вид:

$$u_T(\tau) = k_T U_0 \cdot \exp(i\tau), \quad (7)$$

где  $k_T$  – коэффициент, характеризующий влияние  $m_{n\delta}$  на амплитуду колебаний рабочего органа машины:

$$|k_T| = \frac{1}{\sqrt{\left[ \eta_0 - \mu_0 - \frac{m_{n\delta}}{\rho_\delta S_\delta h} \right]^2 + \theta_0^2}}. \quad (8)$$

### Выводы

1. Принципиальные положения по созданию и расчёту новых конструкций вибрационных машин для уплотнения БС, рассматриваемых как дискретно-континуальные механические системы, сводятся к следующим: 1) принцип проектирования эффективных режимов вибрационного формования БС, который базируется на обеспечении главного условия: использования подведенной к рабочему органу мощности для вибрационного перемещения слоёв БС должно быть не ниже допустимой (базовой) величины; 2) принцип комплексного вибровоздействия рабочих органов вибрационных машин на компоненты уплотняемой БС, который базируется: а) на использовании воздействия рабочих органов вибромашин на БС вибрациями низкой частоты и большой амплитуды и вибрациями высокой частоты и малой амплитуды; б) на использовании виброплощадок с комбинированными приводами для формования бетонных изделий в несколько стадий; 3) принцип обеспечения заданных динамических параметров вибрационных формовочных машин, который базируется на: а) адекватности разработанных физических и математических моделей, отображающих динамику виброплощадок с учётом изменяемых параметров вибрации и характеристик БС; б) создании уточнённых методик расчёта параметров новых конструкций вибрационных машин (в частности, виброплощадок); 4) принцип соответствия выпускаемой продукции (бетонных изделий) эксплуатационным критериям (высокой прочности, морозостойкости, низкого водопоглощения), который базируется на установлении эффективных режимов работы новых вибрационных машин по результатам экспериментов; 5) принцип обеспечения санитарно-гигиенических требований по вибрации и шуму, который базируется на использовании в новых конструкциях вибромашин специальных демпферов (например, с магнитореологическими эффектами) и поглотителей шума.

2. В исследовании дано научное обоснование возможности применения новых вибрационных машин для формования БС. Представлена математическая модель вибрационной формовочной машины, как системы с распределёнными и сосредоточенными параметрами (т.н. дискретно-континуальная/гибридная механическая система), позволяющая исследовать динамику рабочего органа с учётом изменяемых характеристик БС при её объёмном формовании. Разработаны принципиальные положения по созданию и конструктивному расчёту формовочных машин.

3. Проведенные в данной работе исследования могут в дальнейшем быть использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчёта вибрационных машин для объёмного формования и вибротранспортирования БС как на стадиях их проектирования/конструирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

## Список использованной литературы

1. Емельяненко Н.Г. Аспекты динамики виброформовочных машин с приводами, включающими элементы текучей среды / Н.Г. Емельяненко // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2006. - №30. – С. 128-133.
2. Емельяненко Н.Г. Исследование динамики вибромашины с комбинированным приводом / Н.Г. Емельяненко, О.В. Стаховский, В.В. Герасименко // Автошляховик України. – Київ: ДП «Державтотранс НДІ – Проект», Укравтодор, 2004. - №4(180). – С. 38-40.
3. Емельяненко Н.Г. Совершенствование методик расчёта вибропрессов для производства мелкоштучных бетонных изделий / Н.Г. Емельяненко // Збірник наукових праць. Серія: галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2009. – Вип. 23, т.1. – С. 134-140.
4. Саленко Ю.С. Разработка однофазных бетоносмесителей принудительного действия / Ю.С. Саленко // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. М. Остроградського. – 2009. – Вип. 5(58), ч. 1. – Кременчук: КДПУ, 2009. – С. 79-83.
5. Маслова Н.А. Исследование взаимодействия вибрационного рабочего органа с уплотняемой средой / Н.А. Маслова // Проблемы создания новых машин и технологий / Научные труды Кременчуцького государственного политехнического института. – Кременчуг, 1997. – Вип. 2, ч.3. – С. 32-34.
6. Саленко Ю.С. Исследование процесса взаимодействия вибрационной заслонки бетоносмесителя с обрабатываемой средой / Ю.С. Саленко // Вісник КрНУ імені М. Остроградського. – 2013. – Вип. 3(80). – С. 148-152.
7. Емельяненко Н.Г. Обоснование создания пневмовибрационных машин для формования бетонных изделий / Н.Г. Емельяненко / Вісник Приазовського державного технічного університету. Серія: Технічні науки. – 2012. – Вип. 24. – С. 268-274.
8. Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1970. – 712с.