

УДК 514.18

Д.Ф. ПОГОРЕЛЫЙ, С.М. МАЛИНСКИЙ, В.Г. УСЕНКО
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

КОЛЕБАНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПОДКРЕПЛЕННЫМ ЦЕНТРАЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

В статье исследуются колебания под нагрузкой сферической оболочки с внешним опертым по краю шпангоутом и внутренним шпангоутом по отверстию. Установлена связь жесткости внутреннего и внешнего шпангоутов и собственной частоты оболочки.

Ключевые слова: колебания оболочек, оболочки вращения, несущая способность оболочек.

Д.Ф. ПОГОРІЛИЙ, С.М. МАЛІНСЬКИЙ, В.Г. УСЕНКО
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

КОЛИВАННЯ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ПІДКРІПЛЕННЯМ ЦЕНТРАЛЬНИМ ОТВОРОМ

В статті досліджуються коливання під навантаженням сферичної оболонки з зовнішнім опертим по краю шпангоутом і внутрішнім шпангоутом по отвору. Встановлено зв'язок жорсткості внутрішнього і зовнішнього шпангоутів та власної частоти оболонки.

Ключові слова: коливання оболонок, оболонки обертання, несуча здатність оболонок.

D.F. POGORILYI, S.M. MALINSKIY, V.G. USENKO
Yuri Kondratyuk Poltava National Technical University

OSCILLATION OF SPHERICAL SHELL WITH REINFORCED CENTRAL CUTTING

The oscillations under load of spherical shell with external fixed to side rib and internal rib along the opening is investigated in this article. The interconnection of rigidity of the internal and external ribs and the own frequency of the shell was established.

Keywords: oscillation of shells, shell of rotation, bearing strength of shells.

Постановка проблемы

При исследовании колебаний сферической оболочки с центральным вырезом существует связь жесткости внутреннего и внешнего шпангоутов и собственной частоты оболочки. Конструктивное расположение внутреннего и внешнего шпангоутов показано на рис. 1. Проблема оболочки вращения с центральным отверстием и ее собственной частоты возникает при осуществлении перехода на цилиндрическую поверхность. Поэтому возникает необходимость укрепления отверстия шпангоутами. И здесь целесообразно рассмотреть влияние жесткости шпангоутов на собственную частоту оболочки.

Анализ последних достижений и публикаций

Оболочки вращения находят свое широкое применение в авиастроении, судостроении, нефтяной промышленности, при исследовании морей и океанов и т. д. Такой широкий интерес к оболочкам вращения объясняется их простотой в расчетах и технологичностью в строительстве [1–3].

Исследуя несущую способность оболочек с различными отверстиями и оболочек подкрепленных шпангоутами в инженерной практике наряду с задачами о напряженном состоянии не менее важное значение имеют задачи по устойчивости и колебаниям [4].

Формулирование цели исследования

Проведем исследования колебаний сферической оболочки с внешним опертым по краю шпангоутом и свободным внутренним шпангоутом по отверстию под нагрузкой q .

Изложение основного материала исследования

Рассмотрим оболочку вращения $z = z(p)$, $p = \sqrt{x^2 + y^2}$ (рис. 2). Смещение срединной поверхности относительно исходного положения можно представить в виде $W = R(r, \varphi, t) - R_0$, где r, φ, t – текущие координаты точек срединной поверхности.

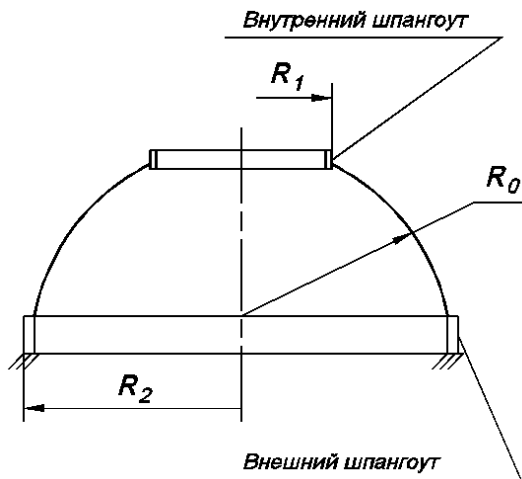


Рис. 1. Схема положения шпангоутов

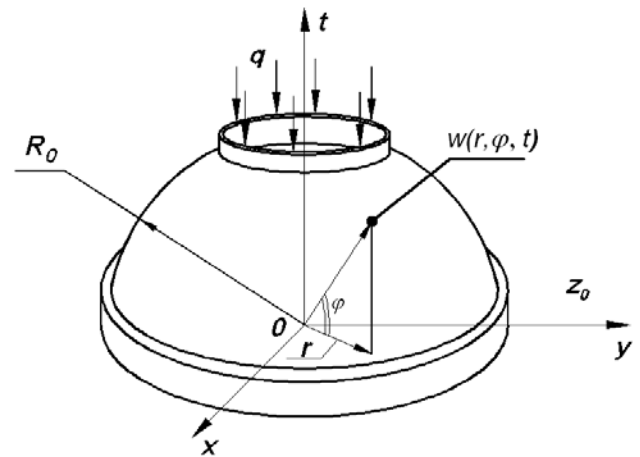


Рис. 2. Оболочка вращения с центральным отверстием

Основное дифференциальное уравнение расширений $W > 0$, уменьшений оболочки $w < 0$ имеет вид

$$D\nabla^2 \nabla^2 (R(r, \varphi, t) - R_0) + \rho \frac{\partial^2 [R(r, \varphi, t) - R_0]}{dt^2} = 0 \quad (1)$$

Решение будем искать в виде

$$R(r, \varphi, t) = R(r, \varphi) \cdot \sin Pt, \quad (2)$$

где P – круговая частота.

В полярных координатах r, φ решение имеет вид

$$R(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n J_n(kr) + B_n Y_n(kr) + C_n J_n(kr) + D_n K_n(kr) \cos n\varphi] + \quad (3)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [\tilde{A}_n J_n(kr) + \tilde{B}_n Y_n(kr) + \tilde{C}_n J_n(kr)] \sin n\varphi$$

A_n, B_n, C_n – неизвестные коэффициенты;

J_n, Y_n – функции Бесселя первого и второго рода.

Добавляем уравнение для шпангоутов

$$\begin{cases} q - \frac{1}{R_i} \frac{\partial Q_i}{\partial \varphi} = \rho A \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}; \\ m_i - \frac{1}{R_i} \left(\frac{\partial T_i}{\partial \varphi} - M_i \right) = \rho J \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_i}{\partial \varphi} + T_i = -R_i Q_i \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (4)$$

m_i – распределенный внешний момент на шпангоуте

$$\begin{cases} M_i = \frac{K_i}{R_i^2} \left(R_i \beta_i - \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} \right); \\ T_i = \frac{L_i}{R_i^2} \left(R_i \frac{\partial \beta_i}{\partial \varphi} + \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right); \\ Q_i = -\frac{1}{R_i^3} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[K_i \left(R_i \beta_i - \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} \right) + L_i (R_i \beta_i + W) \right] \end{cases} \quad (5)$$

K_i – изгибная радиальная жесткость;

L_i – жесткость на кручение;

β_i – угол поворота поперечного сечения i -ого шпангоута.

Запишем граничные условия и уравнение неразрывности (для сопряжения шпангоутов с оболочкой):

$$\begin{cases} W(R_2, \varphi, t) = 0; \\ \frac{\partial W(R_2, \varphi, t)}{\partial r} = -\beta_2(\varphi, t); \\ M_2(R_2, \varphi, t) = -m_2(\varphi, t). \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} W(R_1, \varphi, t) = W_2(\varphi, t); \\ \frac{\partial W(R_1, \varphi, t)}{\partial r} = -\beta_1(\varphi, t); \\ M_2(R_1, \varphi, t) = \frac{1}{R_1} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \varphi}(\varphi, t) - M_1(\varphi, t) \right) = \rho_1 J_1 \frac{\partial^2 \beta_1}{\partial t^2}(\varphi, t). \end{cases} \quad (7)$$

Геометрические размеры шпангоутов малы по сравнению с R_1, R_2 .

Обозначения:

A – площадь сечения шпангоута;

D – изгибная тангенциальная жесткость оболочки;

d – толщина;

E – модуль Юнга;

I – полярный момент шпангоута;

$K_n = \rho P^2 / d$;

P – круговая частота;

ρ – плотность материала;

m_i – распределение внешнего момента шпангоута;

M, T – изгибающий и крутящий момент шпангоута;

Q – перерезающая сила;

q – плотность обтекаемой нагрузки на шпангоут;

R_1, R_2 – радиусы верхнего и нижнего шпангоута;

K_i – изгибная радиальная жесткость;

L_i – жесткость на кручение;

β_i – угол поворота поперечного сечения шпангоута.

Выводы

Совместное численное решение уравнения (1) и систем (2, 3, 4, 5) при наложении граничных условий (закрепление внешнего шпангоута) и его анализ позволяют сделать выводы:

а) Для осесимметричной формы при увеличении жесткости внутреннего шпангоута собственная частота снижается, для неосесимметричных форм колебаний собственная частота увеличивается.

б) При увеличении жесткости внешнего шпангоута собственная частота увеличивается.

Список использованной литературы

1. Дехтярь А.С. Форма и несущая способность оболочек покрытий / А.С. Дехтярь, Д.Я. Ядгаров. — Ташкент: Уктивуги, 1983. — 183 с.
2. Рассказов А.О. Предельное равновесие оболочек / А.О. Рассказов, А.С. Дехтярь. — К.: Вища школа, 1987. — 150 с.
3. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. — М.: Наука. 1966. — 636 с.
4. Шишкин А.Г. Свободные колебания цилиндрических панелей и оболочек с вырезами / А.Г. Шишкин, Г.В. Тертышный // В кн.: Точные науки, математика, механика. Казань: Изд-во Казанского университета. 1975. — С. 160—163.