

УДК 681.876.2

А.И. ГУДА, А.И. МИХАЛЁВ  
Национальная металлургическая академия Украины**СИНТЕЗ КРИТЕРИЯ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ХАОТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ  
“SPROTT A” С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МУЛЬТИМОДЕЛЬНОГО АДАПТИВНО-  
ПОИСКОВОГО МЕТОДА**

*Статья посвящена вопросам синтеза критерия качества и построению системы мультимодельной адаптивно-поисковой идентификации для системы динамического хаоса “Sprott A”. Показана работоспособность полученной системы. Получены зависимости ошибок идентификации от основных параметров поиска.*

*Ключевые слова:* мультимодельная адаптивно-поисковая идентификация, ансамбль моделей, динамическая система “Sprott A”

А.І. ГУДА, О.І. МИХАЛЬОВ  
Національна металургійна академія України**СИНТЕЗ КРИТЕРІЮ ЩОДО ІДЕНТИФІКАЦІЇ ХАОТИЧНОЇ СИСТЕМИ “SPROTT A” З  
ВИКОРИСТАННЯМ МУЛЬТИМОДЕЛЬНОГО АДАПТИВНО-ПОШУКОВОГО МЕТОДА**

*Статтю присвячено питанням синтезу критерію якості та побудови системи мультимодельної адаптивно-пошукової ідентифікації для системи динамічного хаосу "Sprott A". Показана працездатність отриманої системи. Отримано залежності помилок ідентифікації від основних параметрів пошуку..*

*Ключові слова:* мультимодельна адаптивно-пошукова ідентифікація, ансамбль моделей, динамічна система “Sprott A”.

A.I. GUDA, A.I. MIKHALYOV  
National Metallurgical academy of Ukraine**IDENTIFICATION CRITERIA SYNTHESIS FOR THE “SPROTT A” CHAOTIC SYSTEM WITH THE  
AID OF THE MULTI-MODEL ADAPTIVE-SEARCHING METHOD**

*Article is devoted to the synthesis of quality criteria and construction of the multi-model adaptive search system for the identification of dynamical chaos system "Sprott A". It is shown that the resulting system is operational. The dependence of the identification error from the major search parameters is investigated.*

*Keywords:* multi-model adaptive-search identification, ensemble of the models, dynamic system “Sprott A”.

**Введение**

Системы, проявляющие хаотическую динамику, представляют значительный интерес для современной науки. Особое место такие системы занимают в теории и практике развития систем идентификации нелинейных динамических систем. При этом создание работоспособных, и, по возможности, эффективных методов идентификации, требует как синтеза адекватных критериев идентификации, так и применения методов, использующих синергетические свойства в динамике поисковых агентов [1,3].

В своих работах J.C. Sprott рассмотрел целое семейство динамических систем, реализующих хаотическое поведение [2]. Особое место среди них занимает система, обозначаемая как “Sprott A”. Принципиальным отличием этой системы является отсутствие положений равновесия, что делает невозможным применение многих известных методов анализа, основанных на разложениях в окрестностях точек равновесия. Это свойство подчёркивает интерес к созданию для неё работоспособной системы идентификации, и обуславливает актуальность этой задачи.

**Постановка задачи**

Классическая система “Sprott A” задаётся следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x + yz. \\ \dot{z} = 1 - y^2 \end{cases} \quad (1)$$

В исходном виде система (1) не предполагает наличие параметров. Не изменяя структуры системы, можно ввести 5 параметров, влияющие на её динамику. В данной работе рассмотрим только один –  $c_{xy}$ , записав систему в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{x} = c_{xy} y \\ \dot{y} = -x + yz \\ \dot{z} = 1 - y^2 \end{cases} \quad (2)$$

В таком виде система, при изменении  $c_{xy}$  в достаточно широком диапазоне может демонстрировать как сложно-периодическое, так и преимущественно, хаотическое поведение (рис 1). При этом, в диапазоне  $c_{xy} \in [0.1; 0.7]$  наблюдаются перестройки структуры аттрактора, а при относительно больших значениях данного параметра аттрактор представляет собой полый тор.

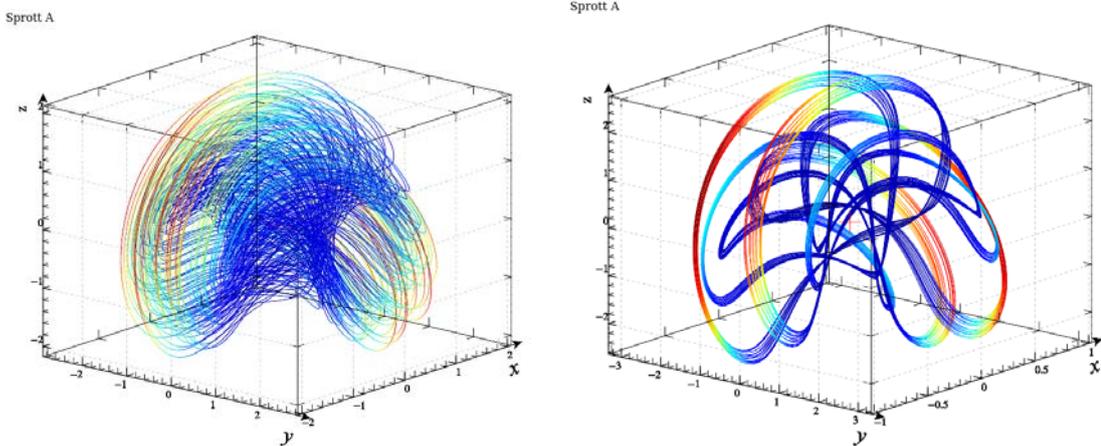


Рис. 1 – Хаотический и сложно-периодический аттракторы системы (2)

Таким образом, задача заключается в синтезе работоспособной системы параметрической идентификации для системы (2), т.е. оценивании величины  $c_{xy}$  по наблюдению за выходами (они же – переменные состояния) системы. Выходные сигналы моделей измеряются точно, а объекта – с погрешностью с известными характеристиками  $w(t)$ .

**Синтез критерия идентификации**

Для синтеза критерия идентификации предположим, что хаотические системы одного вида имеют в чём-то похожие характеристики (с точки зрения синтеза критерия идентификации), и, по аналогии с системами Лоренца, Чуа, Рёсслера, Колпитца, рассмотрим в первую очередь величины, имеющие смысл энергии, усреднённые на временном интервале  $\tau$ .

$$\frac{dq_{x^2}}{dt} = \frac{1}{\tau} (x^2(t) - q_{x^2}(t)), \quad (3)$$

$$\frac{dq_x}{dt} = \frac{1}{\tau} (|x(t)| - q_x(t)), \quad (4)$$

и, аналогично, для величин  $y, z, xy, xz, yz$ .

Полученные зависимости, полученные в результате моделирования, представлены на рис. 2.

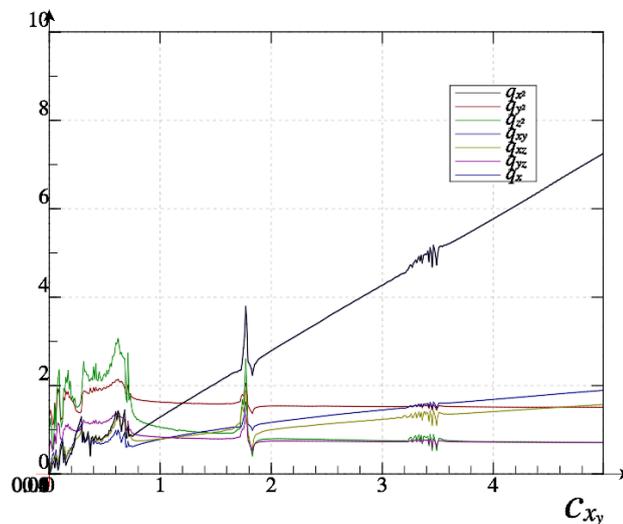


Рис. 2 – Зависимость величин q от  $c_{xy}$  для системы (2)

Анализ зависимостей, представленных на рис. 2, даёт возможность сделать вывод, что наилучшим кандидатом в критерии является зависимость (3), ввиду того, что эта зависимость более всего близка к линейной и наименее подвержена влиянию перестроек структуры аттрактора. Для дальнейшего моделирования выберем именно эту зависимость, и обозначим её как  $q(t)$ .

**Результаты моделирования**

В качестве основы для построения системы идентификации использовалась мультимодельная адаптивно-поисковая система [3,4]. Функция качества  $F_i$  для  $i$ -той модели и соответствующего поискового агента была задана классическим образом:

$$F_i = F(q_o, q_{mi}) = \exp\left[-\left(\frac{q_o - q_{mi}}{q_\gamma}\right)^2\right], \tag{5}$$

где -- масштаб функции качества, индекс “ $o$ ” соответствует объекту, а “ $mi$ ” –  $i$ -той модели.

Было использовано 5 подвижных и 2 неподвижных “fake” моделей, при этом начальные значения параметров были распределены равномерно по рабочей области.

Для исследования динамических свойств системы идентификации нестационарность идентифицируемого параметра задавалась одним из двух способов:

$$c_{x_y}(t) = c_0 + U_c \text{sign} \sin(\omega_c t), \tag{6}$$

$$c_{x_y}(t) = c_0 + U_c \sin(\omega_c t). \tag{7}$$

В дальнейшем изложении параметр  $c_{x_y}$  будем обозначать как  $p$ . Многочисленные параметры самой системы идентификации изначально выбирались исходя из общих сведений о свойствах как идентифицируемой системы, так и самой системы идентификации. После предварительных результатов моделирования проводилась их последующая настройка.

Для определения искомого значения параметра было использовано 3 метода. Первый – аналог метода Такаги-Сугено (COG) из систем нечёткой логики (используется обозначение  $p_{ge}$ ), второй – аналогичен первому, но использует только ближайшую окрестность наилучшей модели (обозначение  $p_{le}$ ). Третий подход тоже использует ближайшую окрестность наилучшей модели, но аппроксимирует поведение функции качества параболой (обозначение  $p_{ee}$ ).

Динамика поиска параметров моделей задаётся аналогично уравнению тела в сильно вязкой среде:

$$\frac{dp}{dt} = v_f f_t(t), \tag{8}$$

где  $f_t(t)$  – сумма всех действующих “сил”.

Качество идентификации оценивалось как среднеквадратическая ошибка  $\bar{e}$  идентификации на достаточно большом интервале времени. Индексы в обозначениях  $\bar{e}_{ge}$ ,  $\bar{e}_{le}$ ,  $\bar{e}_{ee}$  аналогичны тем, что использовались при определении способа оценивания параметра.

На рис. 3 представлены графики, представляющие процесс моделирования процесса идентификации. Графики свидетельствуют как о правильном выборе критерия идентификации, так и работоспособности системы в целом.

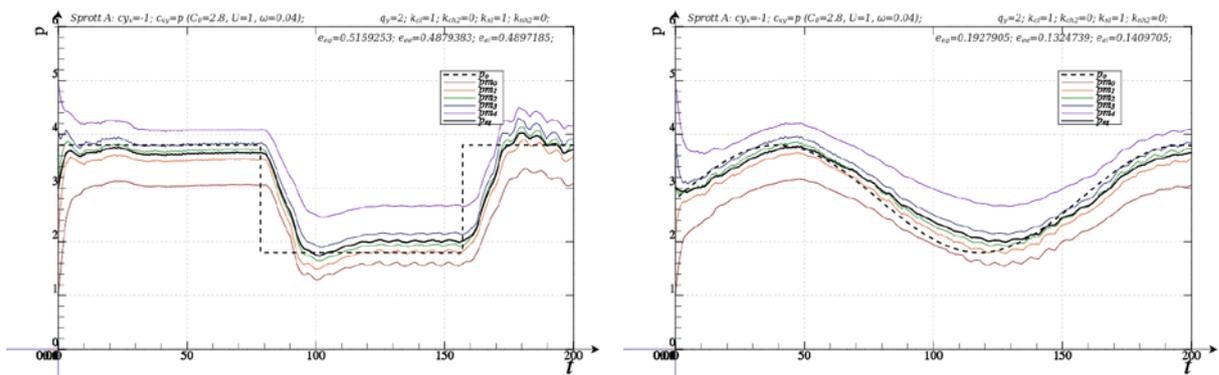


Рис. 3 – Процесс идентификации системы (2) рассматриваемым методом для условий (6) и (7)

На рис. 4 представлены полученные в результате моделирования зависимости величин  $\bar{e}_{ge}$ ,  $\bar{e}_{le}$ ,  $\bar{e}_{ee}$  от  $q_\gamma$ . Отсутствие явно выраженных экстремумов свидетельствует об определённой робастности системы идентификации, обусловленной автоматической настройкой динамики каждым из поисковых агентов.

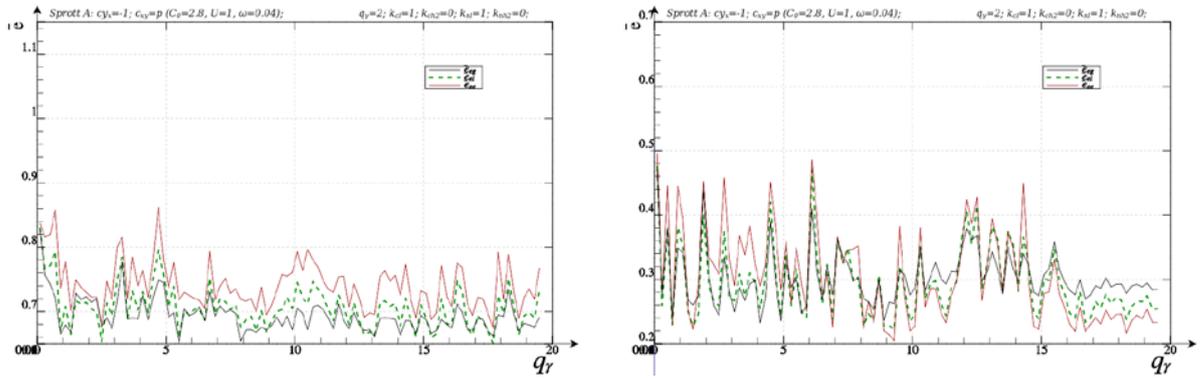


Рис. 4 – Зависимости величин  $\bar{e}_{ge}$ ,  $\bar{e}_{le}$ ,  $\bar{e}_{ee}$  от  $q_r$  при условиях (6) и (7).

На рис. 5 представлены полученные в результате моделирования зависимости величин  $\bar{e}_{ge}$ ,  $\bar{e}_{le}$ ,  $\bar{e}_{ee}$  от  $k_e$ . Нулевое значение величины  $k_e$  соответствует фиксированным значениям коэффициентов моделей, т.е. отсутствию поиска. Как и ожидалось (и наблюдалось при идентификации других систем), при увеличении  $k_e$  величины ошибок идентификации сначала падают, что обусловлено смещением коэффициентов моделей в область значения искомого параметра. В дальнейшем ошибки идентификации снова растут, что обусловлено нарушением процесса поиска из-за быстрого изменения коэффициентов.

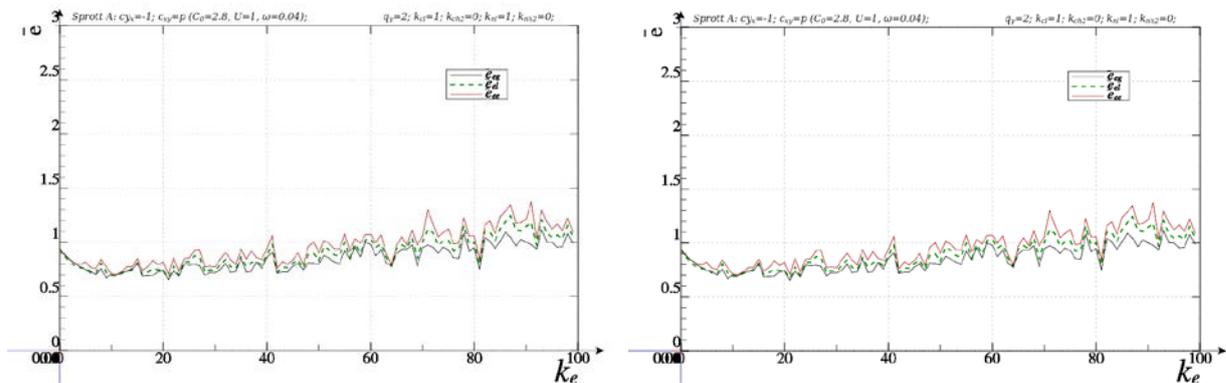


Рис. 5 – Зависимости величин  $\bar{e}_{ge}$ ,  $\bar{e}_{le}$ ,  $\bar{e}_{ee}$  от  $k_e$  при условиях (6) и (7).

**Выводы**

Результаты моделирования процессов идентификации системы (2) с использованием рассматриваемого метода при различных условиях позволяют сделать следующие выводы:

- Использование критерия вида (3) в совокупности с мультимодельным адаптивно-поисковым методом позволяет создать работоспособную систему идентификации.
- Система идентификации обеспечивает определённый уровень робастности по отношению к настройке собственных параметров, что расширяет возможности её применения.

**Список использованной литературы**

1. Guda A.I., Mikhalyov A.I. Multi-model methods and parameters estimation approaches on non-linear dynamic system identification // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 4(99). – Дніпропетровськ, 2015. – С. 3–9.
2. Sprott J.C. Some simple chaotic flows. // Physical review E. . – 1994. – Vol 5№ 2. – P. 647-650.
3. Гуда А.И., Михалев А.И., Арсирий Е.А. Использование метода идентификации с множеством подвижных моделей применительно к динамической системе Лоренса // Адаптивные системы автоматического управления. – 2015. – № 1(26). – С. 191–197.
4. Гуда А.И., Михалев А.И. Настройка параметров системы мультимодельной адаптивно-поисковой системы идентификации // Вестник ХНТУ. – Херсон: Херсонский национальный технический университет. – 2015. – Вып. 3(54). – С. 238 – 243.