

УДК 519.2:004.9

Ю.А. КОБИЦКАЯ

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

РАСПОЗНАВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Предложен алгоритм распознавания временных рядов на основе сравнения оптимальных-вейвлет деревьев по значениям энтропии в узлах. Работа алгоритма проверена на модельных и экспериментальных данных. Работа алгоритма протестирована на модельных хаотических реализациях для разных хаотических режимов и экспериментальных данных артериального давления двух групп лабораторных животных.

Ключевые слова: фрактальный временной ряд, энтропия, вейвлет-преобразование, оптимальное вейвлет-дерево

Ю.О. КОБИЦЬКА

Харківський національний університет радіоелектроніки

РОЗПІЗНАВАННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАКЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Запропоновано алгоритм розпізнавання часових рядів на основі порівняння оптимальних-вейвлет дерев за значеннями ентропії в вузлах. Робота алгоритму перевірена на модельних та експериментальних даних. Робота алгоритму протестована на модельних хаотичних реалізаціях для різних хаотичних режимів і експериментальних даних артеріального тиску двох груп лабораторних тварин.

Ключові слова: фрактальний часовий ряд, ентропія, вейвлет-перетворення, оптимальне вейвлет-дерево

Yu. KOBYTSKA

Kharkiv National University of Radioelectronics

RECOGNITION OF FRACTAL TIME SERIES BY USING WAVELET PACKET TRANSFORM

Recognition algorithm of time series based on the comparing of optimal wavelet tree entropy values at the nodes is proposed. The algorithm is tested on simulated and experimental data. The algorithm was tested on model chaotic realizations for different chaotic modes and experimental data of blood pressure for two groups of laboratory animals.

Keywords: fractal time series, entropy, wavelet-transform, optimal wavelet-tree

Постановка проблемы и цели исследования

Многочисленные исследования, проведенные в последние десятилетия, показали, что многие информационные, биологические, физические, технологические процессы обладают сложной фрактальной структурой. Математическими моделями сложных систем, проявляющих нерегулярную фрактальную динамику, являются как случайные, так и детерминированные хаотические процессы. Одной из целей анализа временных рядов (ВР) является извлечение информации из реализации конечной длины и получение вывода о свойствах и механизме процесса, который генерирует ряд.

Одним из способов реализации методов анализа и прогнозирования ВР является разработка системы поддержки принятия решений (СППР). Задача разработки СППР, которая позволяет пользователю исследовать структуру и классифицировать фрактальные ВР, является актуальной и востребованной. В работе [1] представлена СППР, предназначенная для исследования ВР различной природы, обладающих фрактальными свойствами. Для выявления характерных особенностей фрактальной структуры и классификации ВР база знаний помимо фрактальных характеристик содержит блоки знаний, определяющих информационную сложность ряда.

Вейвлет-преобразование (ВП), обладающее частотно-временным окном, одинаково хорошо выявляет как низкочастотные, так и высокочастотные характеристики сигнала на разных временных масштабах [2]. Применение пакетного вейвлет-преобразования позволяет проводить декомпозицию ВР на составляющие с различными частотными диапазонами [3]. Построение оптимальных вейвлет-деревьев является действенным инструментом для классификации сигналов [4,5]. Особый интерес представляет использование пакетного вейвлет-преобразования для выявления характерных особенностей высокочастотных компонент и классификации ВР, обладающих фрактальными свойствами. Использование

вейвлет-характеристик в качестве знаний для СППР дает возможность распознавания и классификации сигналов при изменении их фрактальных свойств.

Целью представленной работы является проведение сравнительного анализа характеристик пакетного ВП для фрактальных сигналов и разработка алгоритма распознавания сигналов по вейвлет-деревьям.

Изложение основного материала

Декомпозиция временных рядов с помощью дискретного вейвлет-преобразования. Вейвлет преобразование временного ряда – это его представление в виде обобщенного ряда или интеграла по системе базисных функций

$$\Psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \tag{1}$$

полученных из материнской вейвлет-функции $\psi(t)$ за счет операций сдвига во времени b и изменения временного масштаба a . В дискретном вейвлет-преобразовании (ДВП) параметры масштаба и сдвига задаются обычно в виде степенных функций: $a = 2^{-m}$, $b = k_0 \cdot 2^{-m}$, $m, k_0 \in Z$. Дискретные вейвлеты используются, как правило, в паре со связанными с ними дискретными скейлинг-функциями. Скейлинг-функции имеют с вейвлетами общую область задания и определенное соотношение между значениями. При заданных материнском вейвлете $\psi(t)$ и соответствующей скейлинг-функции $\varphi(t)$ аппроксимирующие коэффициенты $\text{apr}(j, k)$ и детализирующие коэффициенты $\text{det}(j, k)$ ДВП для процесса $X(t)$ определяются следующим образом:

$$\text{apr}(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)\varphi_{j,k}(t)dt, \quad \text{det}(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)\psi_{j,k}(t)dt, \tag{2}$$

где j – параметр масштаба, k – параметр сдвига ($j, k \in Z$) и базисные функции равны:

$$\begin{aligned} \varphi_{j,k}(t) &= 2^{-j/2} \varphi(2^{-j}t - k), \\ \psi_{j,k}(t) &= 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k). \end{aligned} \tag{3}$$

Декомпозиция временного ряда, выполняемая с помощью ДВП, заключается в разбиении исследуемого ряда на две составляющие: аппроксимирующую и детализирующую, с последующим аналогичным дроблением аппроксимирующей до заданного уровня разложения. Временной ряд $X(t)$ представляется в виде суммы аппроксимирующей компоненты $\text{approx}_N(t)$ и детализирующих компонент $\text{detail}_j(t)$:

$$X(t) = \text{approx}_N(t) + \sum_{j=1}^N \text{detail}_j(t) = \sum_{k=1}^{N_a} \text{apr}(N, k) \varphi_{j,k}(t) + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{N_j} \text{det}(j, k) \psi_{j,k}(t), \tag{4}$$

где N – выбранный максимальный уровень разложения, N_j – количество детализирующих коэффициентов на уровне j , N_a – количество аппроксимирующих коэффициентов на уровне N .

Выбор типа вейвлет-функции и количества уровней разложения является важным вопросом при выполнении ДВП. Обычно вейвлет-функция подбирается в зависимости от временных и частотных характеристик каждого анализируемого сигнала. Максимальный уровень разложения зависит от того, какие частотные диапазоны необходимо исследовать.

В обычном алгоритме ДВП при переходе с масштабного уровня m на уровень $m+1$ функция аппроксимирующих коэффициентов $\text{apr}(m, k)$ разделяется на низкочастотную $\text{apr}(m+1, k)$ и высокочастотную $\text{det}(m+1, k)$ части спектрального диапазона. При дальнейшем увеличении масштабных уровней разложению подвергаются только низкочастотные аппроксимирующие функции, детализирующие коэффициенты далее не анализируются (рис. 1 слева). Идея пакетного вейвлет-анализа состоит в том, чтобы раскладывать детализирующие функции, используя тот же самый метод разложения. В пакетном алгоритме ДВП операция последовательного частотного расщепления применяется как для низкочастотных аппроксимирующих, так и для высокочастотных детализирующих коэффициентов. Таким образом пакетное ДВП способствует лучшей частотной локализации. В результате возникает дерево разложения, пример которого показан на рис. 1 справа. При разложении данных некоторого узла ниже слева находятся аппроксимирующие коэффициенты, а справа – детализирующие.

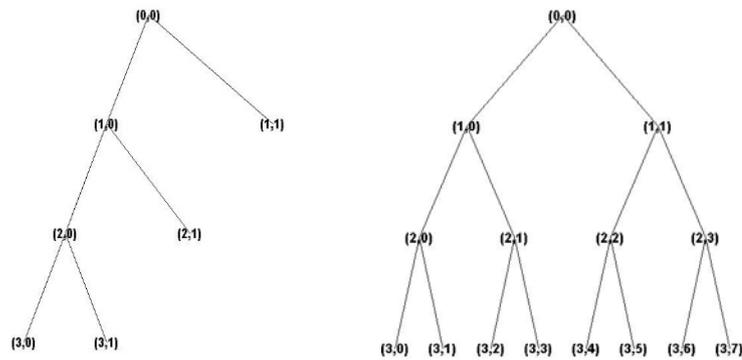


Рисунок 1. Дерево обычного ДВП (слева) и пакетного ДВП (справа)

Каждый узел дерева пакетного ДВП содержит набор вейвлет-коэффициентов, соответствующих определенному частотному диапазону. Временной ряд может быть однозначно восстановлен по пакетным вейвлет-коэффициентам, находящимся в терминальных узлах дерева.

Полный набор вейвлетных функций разложения называют вейвлет-пакетом. Пакетное вейвлет-преобразование является адаптивным и позволяет более точно приспособляться к особенностям сигналов путем выбора соответствующей оптимальной формы дерева разложения. Используя пакетное вейвлет-преобразование, можно выделить частотные особенности исследуемого сигнала, в частности, наличие шумовых составляющих с разными спектральными составляющими.

Построение оптимального вейвлет-дерева в пакетном вейвлет-преобразовании. Пакетное ВП часто графически представляют деревом, корнем которого является исходный сигнал. Пакеты, являющиеся ветками, можно соотнести с определенным частотным диапазоном. Пакеты, не содержащие информации о сигнале, можно рассматривать как шумовые. Мерой информативности набора коэффициентов служит показатель энтропии. Наиболее употребительными при обработке сигналов являются следующие типы

расчета энтропии: энтропия Шеннона $E(s) = -\sum s_i^2 \log(s_i^2)$; норма пространства $E(s) = -\sum |s_i|^p$, $p \geq 1$;

логарифм энергии $E(s) = \sum \log(s_i^2)$; пороговая энтропия $E(s) = \sum i$, при $|s_i| > \varepsilon$, ε – некоторое пороговое значение [2,3]. Во всех случаях величина s представляет собой массив вейвлет-коэффициентов рассматриваемого узла вейвлет-дерева.

Лучшее дерево находится по следующей схеме. Узел N разбивается на два узла $N1$ и $N2$, только если сумма энтропий узлов $N1$ и $N2$ меньше, чем энтропия узла N . Более отдаленные от корня узлы дерева содержат низкочастотные коэффициенты и несут в себе больше информации об исследуемом сигнале. Изменяя функцию энтропии узла и тип материнского вейвлета, можно подобрать оптимальный метод построения вейвлет-дерева для определенной задачи.

Исследуемые данные. В качестве модельных данных были использованы реализации хаотического отображения. Хаос представляет собой сложную форму поведения детерминированной системы в установившемся режиме. Хотя эволюция этой системы однозначно определяется динамическими законами и на нее не действуют никакие случайные силы, тем не менее, динамика системы является стохастической. Основным свойством таких систем является чувствительная зависимость режима функционирования к сколь угодно малым изменениям начальных условий. Критерием степени хаотичности является показатель Ляпунова λ .

Одними из самых простых и наглядных математических моделей, демонстрирующих хаотическое поведение, являются итерируемые отображения $x_{n+1} = f(C, x_n)$, где C – управляющий параметр. Для широкого класса нелинейных функций f последовательность значений $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ является хаотической. В случае диссипативных отображений орбиты $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ стремятся к некоторому аттрактору, обладающему фрактальной структурой. Поскольку большое количество реальных сложных процессов, возникающих в различных областях нашей жизни, таких как физика, геология, медицина, социология, имеют фрактальную структуру, выбор реализаций хаотического отображения в качестве тестовых данных является оправданным.

Наиболее известным примером хаотических отображений является логистическое отображение. Это одномерное квадратичное отображение, определяемое следующим образом:

$$x_{n+1} = Ax_n(1 - x_n), \tag{5}$$

где A – управляющий параметр, $A \in (0, 4]$, а значения $x_n \in [0, 1]$. Изменяя значения параметра A , и вместе с этим значения показателя Ляпунова λ , можно выбирать реализации с различной степенью хаотичности.

На рис. 2 показаны реализации логистического отображения при значении параметра $A=3.7$, $A=3.87$, $A=3.9$. с соответствующими значениями показателя Ляпунова $\lambda = 0.4$, $\lambda = 0.48$ и $\lambda = 0.51$

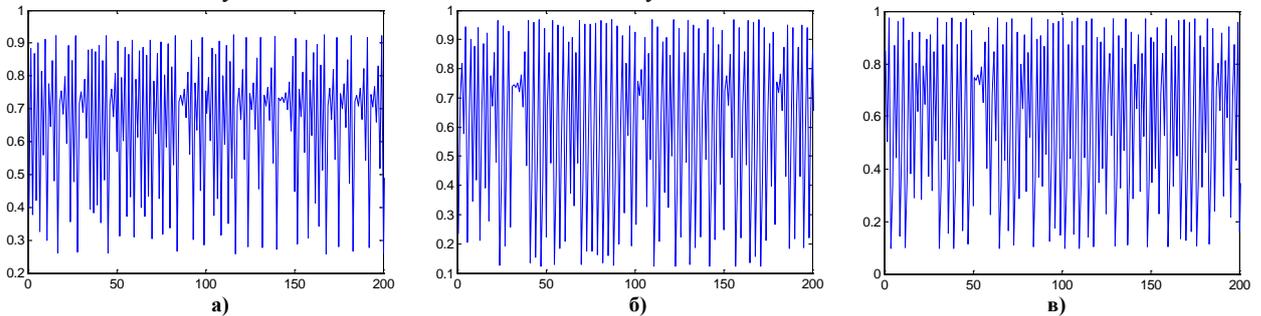


Рисунок 2. Реализации логистического отображения с параметром: а) $A=3.7$; б) $A=3.87$; в) $A=3.9$

В качестве реальных данных были взяты данные артериального давления, полученные в результате эксперимента над лабораторными животными (крысами) [6]. Известно, что временные ряды артериального давления обладают фрактальными свойствами [7,8]. В эксперименте животные были поделены на две группы: одна группа была на бессолевой диете, а другая - на гиперсолевой. Большое количество соли в организме приводит к повышению давления, поскольку натрий является основным элементом, определяющим объем крови в сосудах. Графики типичных реализаций артериального давления для обеих групп представлены на рис. 3.

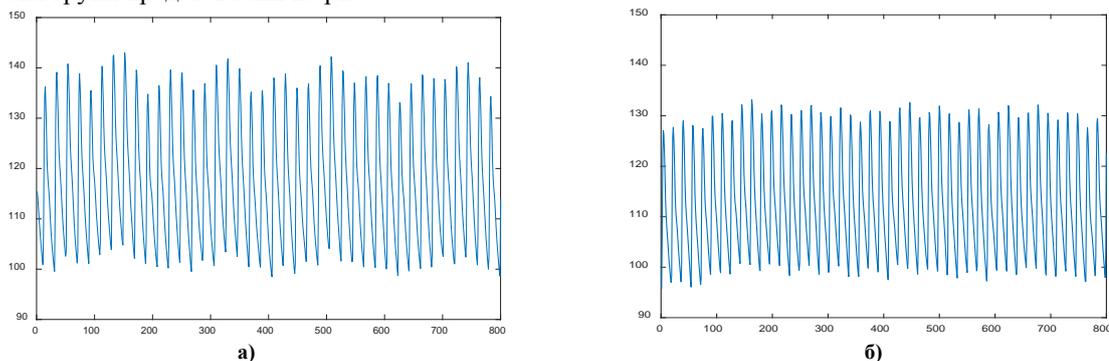


Рисунок 3. График реализации: а) для гиперсолевой группы, б) для бессолевой группы

Алгоритм сравнения сигналов на основе оптимальных вейвлет-деревьев. Рассмотрим основные этапы алгоритма анализа, являются ли сигналы принадлежащими одному классу, например, сгенерированы в одинаковых хаотических режимах.

Шаг 1. Для сигнала, с которым проводится сравнение, строится оптимальное вейвлет-дерево. Значения энтропии в каждом узле фиксируются.

Шаг 2. Вышеописанная процедура повторяется для некоторого количества сигналов одного класса (множество модельных сигналов генерируется). В результате получают выборочные значения энтропий в каждом узле.

Шаг 3. Расчет интервалов для выборочной энтропии основан на ее нормальном распределении [Малла]. Начало K_1 и конец K_2 интервала для энтропии в каждом i -том узле рассчитываются следующим образом:

$$K_{1,2}^i = \bar{E}^i \pm 1.96 \cdot S^i_E, \tag{6}$$

где \bar{E}^i – оценка математического ожидания;

S – среднеквадратическое отклонение.

Шаг 4. Сравнение сигналов. Для сигнала, который сравнивается, строится оптимальное вейвлет-дерево со значениями энтропии в узлах. Далее, начиная с нулевого уровня, проверяется попадание значения энтропии в интервалы (K_1^i, K_2^i) . Сигналы считаются принадлежащими к одному классу, если значения энтропий попадают в интервалы в заданных узлах.

Результаты исследования. Рассмотрим распознавание модельных хаотических временных реализаций. Для разных хаотических режимов были построены оптимальные вейвлет-деревья. При построении оптимального дерева были рассмотрены различные виды энтропии, с целью выбрать ту, которая приводит к наибольшим различиям деревьев. Численные исследования показали, что наибольшие различия

достигаются, если использовать энтропию нормы пространства. Также при выполнении пакетного вейвлет-разложения на результирующий вейвлет-спектр значительно влияет правильный выбор материнской вейвлет-функции. В результате исследований, проведенных в работе, как самые эффективные, был выбран вейвлет семейства Добеши 5-го порядка. Оптимальные вейвлет-деревья для реализаций логистического отображения, показанных на рис.2, представлены на рис. 4.

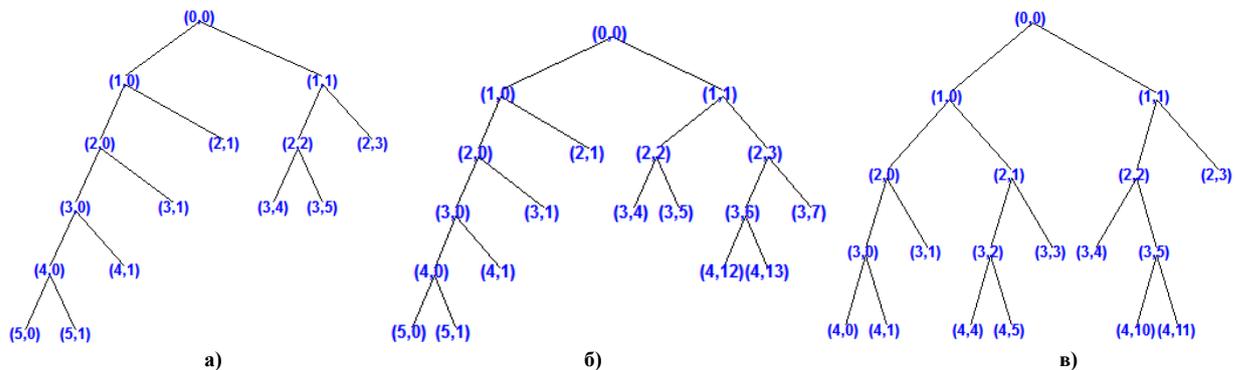


Рисунок 4. Вейвлет-деревья логистического отображения с параметром: а) $A=3.7$; б) $A=3.87$; в) $A=3.9$

Деревья отражают основные частотные компоненты сигналов и отличаются структурой и значениями энтропии в узлах. В данном случае была использована энтропия нормы пространства с параметром $p=1$ и вейвлет Добеши 5-го порядка

Посчитанные интервалы для логистического отображения со значением управляющего параметра $A = 3.9$ и значением показателя Ляпунова $\lambda = 0.51$ приведены в табл. 1. Значения энтропии для логистического отображения со значениями управляющего параметра $A = 3.7$ и $A = 3.87$ с соответствующими значениями показателей Ляпунова $\lambda = 0.4$ и $\lambda = 0.48$ представлены в табл. 2 и табл. 3:

Таблица 1

Интервалы энтропии для логистического отображения $A=3.9 \lambda=0.51$

E (0,0) [565.24; 619.71]			
E (1,0) [389.18; 455.37]		E (1,1) [139.89; 215.61]	
E (2,0) [263.18; 343.36]	E (2,1) [1.06; 85.76]	E (2,2) [41.86; 133.06]	E (2,3) [29.45; 125.25]

Таблица 2

Значения энтропии для логистического отображения $A=3.7 \lambda=0.4$

E (0,0) 667.29			
E (1,0) 475.73		E (1,1) 118.80	
E (2,0) 341.87	E (2,1) 25.09	E (2,2) 81.81	E (2,3) 30.11

Таблица 3

Значения энтропии для логистического отображения $A=3.87 \lambda=0.48$

E (0,0) 586.53			
E (1,0) 417.78		E (1,1) 183.45	
E (2,0) 299.91	E (2,1) 36.59	E (2,2) 32.13	E (2,3) 96.36

Из таблиц видно, что сигналы в существенно различных хаотических режимах со значением управляющего параметра $A = 3.7$ и $A = 3.9$ отличаются уже на первом уровне. Но для сигнала со значением $A = 3.87$ различия начинаются на более высоких уровнях.

В случае анализа экспериментальных данных были доступны только 9 записей сигналов артериального давления крыс длиной 12000 значений для обеих групп (бессолевая и гиперсолевая диета), по которым были построены интервалы значений энтропии в узлах. В табл. 4 представлены рассчитанные

интервалы для реализаций бессолевой группы и в табл. 5 значения энтропий для одной реализации из гиперсолевой группы.

Таблица 4

Интервалы энтропии для первого сигнала (бессолевая группа)			
E (0,0) [151059.30; 201587.22]			
E (1,0) [107243.97; 143099.32]		E (1,1) [635.75; 1090.33]	
E (2,0) [76547.65; 102120.19]	E (2,1) [1962.12; 2652.09]	E (2,2) [241.99; 400.59]	E (2,3) [474.07; 792.42]

Таблица 5

Энтропия для второго сигнала (гиперсолевая группа)			
E (0,0) 284553.97			
E (1,0) 202018.44		E (1,1) 1594.40	
E (2,0) 144161.97	E (2,1) 3760.03	E (2,2) 565.43	E (2,3) 1144.24

Из полученных результатов следует, что реализация не принадлежит к рассматриваемой группе. Аналогичные результаты можно получить, если сравнивать вейвлет-дерево реализации из бессолевой группы с вейвлет-деревьями, полученными для реализаций из гиперсолевой группы.

Выводы

В работе предложен алгоритм сравнения фрактальных сигналов на основе построения оптимального пакетного вейвлет-дерева. Работа алгоритма протестирована на примере хаотических реализаций с разными значениями показателя Ляпунова и экспериментальных данных артериального давления двух групп лабораторных животных.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что построение оптимального пакетного вейвлет-дерева позволяет установить разницу между сигналами, обладающими близкими, но различными фрактальными свойствами. Таким образом, узловые значения энтропии вейвлет-дерева можно использовать в качестве знаний для СППР, что дает возможность более корректно осуществлять анализ и распознавание временных рядов, обладающих фрактальными свойствами.

Список использованной литературы

1. Кириченко Л.О. Разработка алгоритмов принятия решений в экспертной системе фрактального анализа / Л.О. Кириченко, Ю.А. Кобицкая, А.В. Стороженко // Системные технологии – 2013. – Вып. 3(86) – С. 54-61.
2. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов / С. Малла // - М.: Мир. - 2005. 671 с.
3. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н. К. Смоленцев // – М. : ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
4. Кириченко Л. О. Анализ спектральной структуры сигналов с применением пакетного вейвлет-преобразования / Л. О. Кириченко, С. С. Кротких, К. С. Крыгин, С. Г. Удовенко // Систем. технології. - 2012. - № 3. - С. 32-39.
5. Волошко А. В. Метод класифікації інформаційних сигналів за допомогою побудови оптимального дерева вейвлет-перетворення / А. В. Волошко, Т. М. Лутчин, Д. Ю. Терещенко // Матеріали наук.-техніч. конференції “Енергетика. Екологія. Людина”. – 2012. С. 81-85.
6. Физионет [Электронный ресурс] / PhysioNet – База даних записей физиологических сигналов. - Режим доступа: www.physionet.org.
7. Pavlov A.N. Multifractal characterization of blood pressure dynamics: stress-induced phenomena / A.N. Pavlov, A.R. Ziganshin, O.A. Klimova // Chaos, Solitons and Fractals. - 2004. - V.24. - P.57–63.
8. Goldberger A.L. Fractal dynamics in physiology: Alterations with disease and aging / A.L. Goldberger, L.A. Amaral, J.M. Hausdorff, P.Ch. Ivanov, C.-K. Peng, H.E. Stanley // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. - 2002. - Vol. 99. - № 3. - P. 2466-2472.