

УДК 532.593

А.П. ГОРОВЕНКО
Институт геофізики НАН України**ДИФРАКЦІЯ ХВИЛІ ТИСКУ НА ПРУЖНОМУ ВКЛЮЧЕННІ В РІДИНІ**

Отримано рішення задачі дифракції хвилі тиску на включенні в рідині в вигляді рядів по сферичним функціям та поліномам Лежандра. Розраховано амплітуди дифрагованих хвиль для різних пружних матеріалів включення.

Ключові слова: дифракція хвилі, ряди по сферичним функціям.

А.П. ГОРОВЕНКО
Институт геофізики НАН України**ДИФРАКЦИЯ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ НА УПРУГОМ ВКЛЮЧЕНИИ В ЖИДКОСТИ**

Получено решение задачи дифракции волны давления на включении в жидкости в виде рядов по сферическим функциям и полиномам Лежандра. Рассчитаны амплитуды дифрагированных волн для различных упругих материалов включения.

Ключевые слова: дифракция волны, ряды по сферическим функциям.

А.П. GOROVENKO
Instytut geophysical Acad.Science of Ukraine**THE DIFFRACTION WAVE A PRESSURE ON ELASTIC INCLUSION IN A LIQUID**

The solution of the problem of pressure wave diffraction as rows of spherical functions and Legendre polynomials is obtained. Amplitudes of diffracted waves for different elastic materials of inclusion are calculated.

Keywords: wave diffraction, rows of spherical functions.

Постановка проблеми

Дифракція хвилі тиску на пружному включенні в рідині має важливе наукове та прикладне значення, зокрема для ряду задач геофізики та акустики.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Дослідженню явища дифракції хвилі на включенні присвячено ряд робіт, зокрема, [1]-[3]; отримані результати відносяться, як правило, до далекої зони, для оцінки хвиль в ближній зоні та в включенні необхідні подальші дослідження.

Формулювання цілі дослідження

Для включення в рідині виконати комп'ютерні розрахунки амплітуди дифрагованої хвилі тиску в залежності від частоти хвилі. Дослідження провести в широкому діапазоні значень густин та швидкостей хвиль в різних пружних середовищах включення; розглянути хвилі в включенні, в ближній та далекій зонах в рідині.

Виклад основного матеріалу дослідження

Більш детальний виклад досліджень наведений в роботі [4], далі розглянемо основні тези.

Отже нехай на пружну сферу радіусом a , розташовану в рідині набігає плоска акустична хвиля тиску $\tilde{p}_1 = p \exp(ik_1 r \cos \theta + \omega t)$, де r , θ – координати точки, відрховані від центра сфери.

Згідно з теоремою Гельмгольца переміщення \vec{u} може бути записане в вигляді суми скалярної та векторної функцій

$$\vec{u} = -\nabla\Phi + \nabla x \vec{\sigma}, \quad (1)$$

де Φ – скалярний потенціал, $\vec{\sigma}$ – векторний потенціал.

Скалярний потенціал Φ пов'язують з поздовжніми хвилями тиску, а векторний потенціал $\vec{\sigma}$ використовують при розгляді поперечних хвиль зсуву.

Векторний потенціал $\vec{\sigma}$ може бути представлений через скалярні функції Ψ , χ (потенціали Дебая)

$$\vec{\sigma} = \nabla x \vec{r} \Psi + \nabla x (\nabla x \vec{r} \chi). \quad (2)$$

Скалярні функції Φ, Ψ, χ задовольняють скалярним рівнянням Гельмгольца

$$\left[\nabla^2 + \begin{pmatrix} k_p^2 \\ K_S^2 \\ K_S^2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \Phi \\ \Psi \\ \chi \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{pmatrix} P - \text{хвиля} \\ S - \text{хвиля} \\ t - \text{хвиля} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

де постійні розповсюдження $k_p = \omega/V_p, K_S = \omega/V_S$, це хвильові числа для поздовжньої та поперечної хвиль, відповідно. Швидкості розповсюдження хвиль $V_p^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho, V_S^2 = \mu/\rho$, де λ, μ – параметри Ляме, ρ – густина.

Введемо позначення: i – падаюча хвиля, S – розсіяна хвиля, f – хвиля всередині пори, 1 – рідина, 2 – включення.

Зовнішня хвиля тиску, яка падає на включення, може бути записана в сферичній системі координат в вигляді

$$\Phi_i = \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^m (2m+1) j_m(k_1 r) Y_m(\cos \theta), \quad (4)$$

$$\Psi_i = 0,$$

де $j_m(x)$ – сферична функція Бесселя, $Y_m(\cos \theta)$ – поліноми Лежандра. В рідині буде p хвиля з потенціалом

$$\Phi_s = \sum_{m=0}^{\infty} A_m h_m^{(2)}(k_1 r) Y_m(\cos \theta), \quad (5)$$

де $h_m^{(2)}(x)$ – сферична функція Ганкеля другого роду,

$$h_m^{(2)}(x) = j_m(x) - i N_m(x), \quad (6)$$

де $j_m(x)$ – сферична функція Бесселя, $N_m(x)$ – сферична функція Неймана. В включенні хвиля тиску має потенціал

$$\Phi_f = \sum_{m=0}^{\infty} C_m j_m(k_2 r) Y_m(\cos \theta). \quad (7)$$

Завдяки трансформації хвилі тиску на неоднорідності в пружному включенні існує хвиля зсуву

$$\Psi_f = \sum_{m=0}^{\infty} D_m j_m(K_2 r) Y_m(\cos \theta). \quad (8)$$

Коефіцієнти розкладу в ряди A_m, C_m, D_m визначаються з граничних умов на поверхні включення ($r = a$).

Наведемо граничні умови для $r = a$

1. Неперервність переміщень

$$u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, \text{ тобто } u_{ri} + u_{rs} = u_{rf}, \quad (9)$$

2. Неперервність компонент тензора напружень

$$\tau_r^{(1)} = \tau_r^{(2)}, \text{ тобто } \tau_{ri} + \tau_{rs} = \tau_{rf}, \quad (10)$$

$$\tau_\theta^{(1)} = \tau_\theta^{(2)}, \text{ тобто } \tau_{\theta i} + \tau_{\theta s} = \tau_{\theta f}. \quad (11)$$

Використовуючи рівняння теорії пружності та рівняння (4)-(11) знайдемо $u_{ri}, u_{rs}, u_{rf}, \tau_{ri}, \tau_{rs}, \tau_{rf}, \tau_{\theta i}, \tau_{\theta s}, \tau_{\theta f}$, підставимо ці величини в граничні умови і визначимо коефіцієнти розкладу в ряди A_m, C_m, D_m .

Аргументом досліджуваних функцій була величина ka , де k - хвильове число, a - радіус включення. Величина k дорівнює $2\pi\nu/V_p$, де ν - частота в Гц, V_p - швидкість хвилі тиску в середовищі.

Далі розглянемо різні пружні включення в воді. Потенціали Φ_s, Φ_f наведені на рис.1 ÷ рис.5; $r = 0,9a$ - це коло поверхні включення, $r = 0,1a$ близько до центра включення.

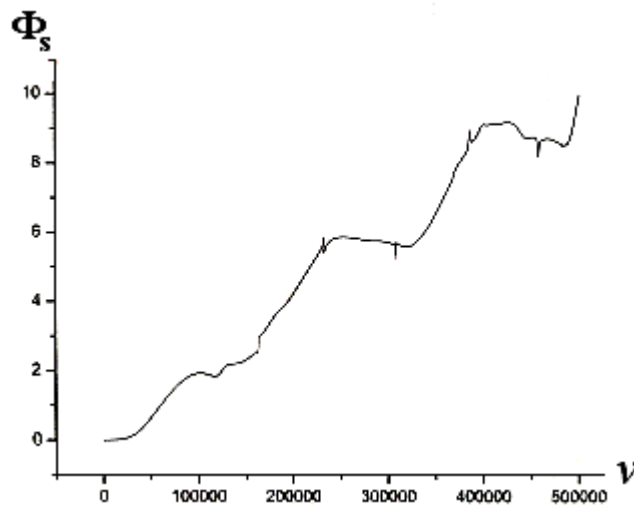


Рис.1. Дифрагована хвиля тиску в воді, включення-граніт.

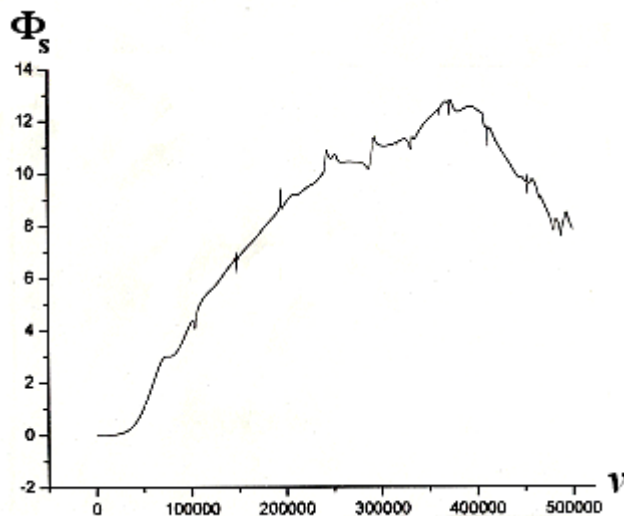


Рис.2. Дифрагована хвиля тиску в воді, включення-вапняк.

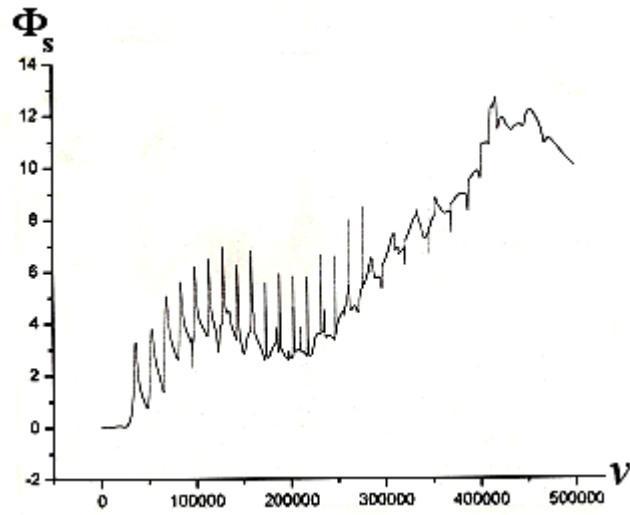


Рис.3. Дифрагована хвиля тиску в воді, включення-епоксид.

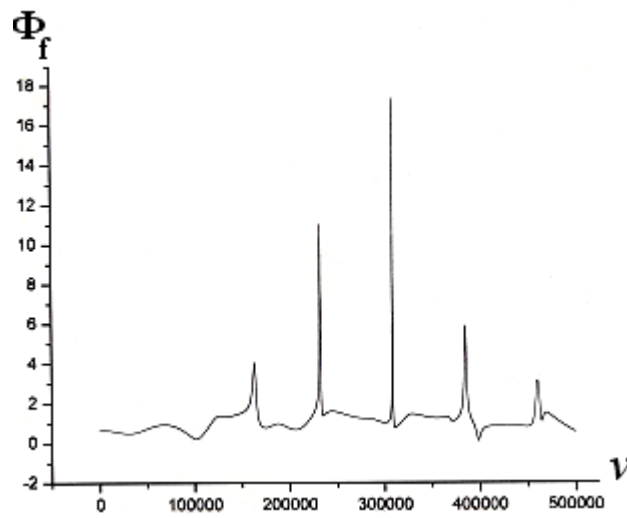


Рис.4. Хвиля тиску в включенні з граніту, $r=0,9$ а.

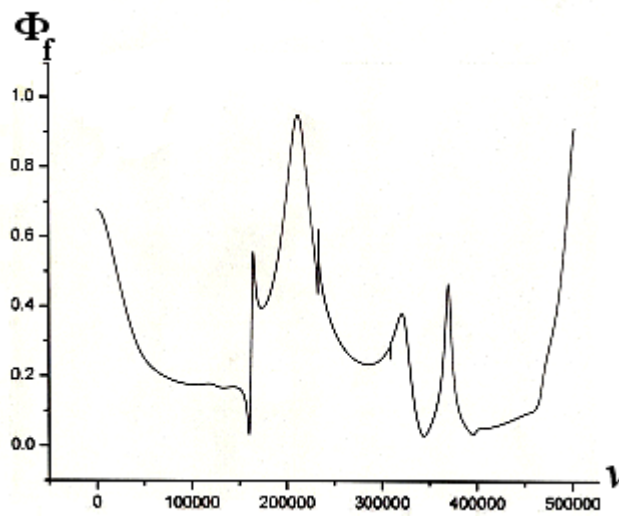


Рис.5. Хвиля тиску в включенні з граніту, $r=0,1$ а.

Висновки

1. Розглянуто точний розв'язок задачі дифракції хвилі тиску пружним включенням в рідині. Розв'язок представлений рядами по сферичним функціям Бесселя, Неймана, Ганкеля та поліномам Лежандра. Розроблено алгоритм та створена програма для комп'ютерних розрахунків амплітуди дифрагованої хвилі в залежності від частоти хвилі для різних пружних включень в рідині.
2. Внаслідок трансформації на включенні хвилі тиску в хвилю зсуву, в включенні будуть хвилі тиску та хвилі зсуву.
3. Виконані комп'ютерні розрахунки амплітуд дифрагованих хвиль тиску в воді для різних пружних включень: граніт, вапняк, алюміній, епоксид. Форма та амплітуда дифрагованих хвиль тиску в рідині суттєво залежать від пружних властивостей включення. Мають місце резонансні піки, для включень з меншими значеннями величин швидкостей хвиль та густин, кількість резонансних піків та їх величина ростуть; а резонанси збуджуються в більш низькій області частот. Внесок гармоніки $m=0$ в амплітуду дифрагованої хвилі тиску незначний порівняно з внеском гармонік $m \geq 1$, на відміну від випадку газового пухиря в рідині, коли амплітуда гармоніки $m=0$ на порядки перевищує по величині амплітуди гармонік $m \geq 1$.
4. Амплітуда хвилі тиску в включенні зменшується чим далі від поверхні включення до його центру; амплітуда зменшується на порядок і більше. Ближче до центру включення має місце перерозподіл амплітуди хвилі по частоті; змінюється частотна характеристика дифрагованої хвилі тиску.
5. Трансформовані хвилі зсуву в включенні мають високі значення амплітуд піків. Можливо це пов'язано з тим, що хвилі зсуву з включення не можуть проникати в рідину, так як в рідині хвилі зсуву не існують.
6. Діаграми напрямку хвиль тиску та хвиль зсуву розглянуті в широкому діапазоні величин безрозмірного параметра ka , де k -хвильове число, a -радіус включення. В області низьких частот $V \leq 10$ КГц діаграма напрямку практично кругова. Для $V \geq 50$ КГц, чим далі від поверхні включення до його центру, тим менша амплітуда хвилі тиску і тим менші зміни амплітуди хвилі тиску в залежності від величини кута θ . В області високих частот $V \approx 500$ КГц в діаграмі напрямку з'являються бокові пелюстки, чим ближче до центру включення, тим більше діаграма наближається до кругової.

Список використаної літератури.

1. Mc.Mechan G.A. Resonant scattering by fluid-filled cavities. // Bulletin of the Seismological Society of America. – 1982. 72.- №4.- P.1143-1153.
2. Gaunard G.C., Uberall H. Theory of resonant scattering from spherical cavities in elastic and viscoelastic media. // JASA. – 1978. 63.– p.1699-1712.
3. Brill D.G., Gaunard G.C., Uberall H. The response surface in elastic wave scattering. // J. Appl. Phys. – 1981. 52.– p.3205-3214.
4. Горовенко А.П. Дифракція хвилі тиску на сферичному пружному включенні в рідині.- Препринт.ІГФ НАНУ.Київ.2015.-23с.