

УДК 629.439

В.А. ПОЛЯКОВ, Н.М. ХАЧАПУРИДЗЕ
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины**МОДЕЛЬ ТЯГИ ЛИНЕЙНОГО СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ**

Объектом исследования является тяговая сила линейного синхронного двигателя магнитолевитирующего поезда. Цель исследования – получение корректного описания реализации такой силы. Выявлены рациональные парадигмы исследования. Рассмотрены имеющиеся версии искомой модели. Описаны их достоинства и недостатки. Выбраны рациональные расчётные схемы элементов двигателя. При исследовании принята интегративная парадигма. Для упрощения модели введены адекватные допущения. Выражения для компонентов тяги найдены как силы Ампера. Описана электродинамика обмоток двигателя. Приведён пример, верифицирующий пригодность построенной модели.

Ключевые слова: магнитолевитирующий поезд, линейный синхронный двигатель, интегративная парадигма исследования.

В.О. ПОЛЯКОВ, М.М. ХАЧАПУРИДЗЕ
Институт транспортных систем та технологій НАН України**МОДЕЛЬ ТЯГИ ЛІНІЙНОГО СИНХРОННОГО ДВИГУНА**

Об'єктом дослідження є тягова сила лінійного синхронного двигуна магнитолевитирующего поїзда. Ціль дослідження – одержання коректного опису реалізації такої сили. Виявлено раціональні парадигми дослідження. Розглянуто наявні версії шуканої моделі. Описано їхні достоїнства й недоліки. Обрано раціональні розрахункові схеми елементів двигуна. При дослідженні прийнята інтегративна парадигма. Для спрощення моделі введені адекватні припущення. Вирази для компонентів тяги знайдені як сили Ампера. Описано електродинаміку обмоток двигуна. Наведено приклад, який верифікує придатність побудованої моделі.

Ключові слова: магнитолевітуючий поїзд, лінійний синхронний двигун, інтегративна парадигма дослідження.

V.A. POLYAKOV, N.M. HACHAPURIDZE
Institute of Transport Systems and Technologies of Ukraine's National Academy of Sciences**MODEL OF LINEAR SYNCHRONOUS MOTOR'S TRACTION**

A traction force of a magnetically levitated train's linear synchronous motor is the research object. To provide a correct description of such force's realization is the aim of research. The rational research paradigms have been revealed. The existing versions of the required model have been considered. Their advantages and disadvantages have been described. The rational design schemes of motor's components have been selected. The integrative paradigm has been adopted in the investigation. Adequate assumptions have been entered for model simplification. The expressions for the traction components were found as the Ampere's forces. The electrodynamicics of motor's windings has been described. The example which verifies suitability of the constructed model is given.

Keywords: magnetically levitated train, linear synchronous motor, integrative research paradigm.

Анализ последних исследований и публикаций

Во многих случаях для целей тяги магнитолевитирующих поездов (МЛП) целесообразно использовать линейные синхронные двигатели (ЛСД) [1]. Процессы, протекающие в их различных элементах, взаимосвязаны и являются частями единого суперпроцесса электромагнитно-механического энергопреобразования. Существенная сложность таких процессов побуждает исследователей к поиску путей сепаратного изучения их отдельных компонентов, ключевым из которых является электромагнитный. Его составляющие порознь с успехом могут изучаться [2] в рамках теорий электрических цепей, либо электромагнитного поля. Поэтому, различные версии математической модели (ММ) процесса тяги (ПТ) ЛСД МЛП строились [3, 4] исходя из указанных автономных парадигм его моделирования.

Постановка проблемы

Анализ свойств имеющихся версий ММ ПТ ЛСД МЛП свидетельствует о том, что каждая из них обладает как преимуществами, так и недостатками. Версия модели, исходящая из теории электрических цепей, достаточно функциональна. Но основным недостатком её уравнений является нестационарность их коэффициентов, вызываемая изменчивостью взаимных индуктивностей контуров фаз якоря, как между собой, так и с контурами возбуждения, при изменении положения муутера (подвижных частей ЛСД). Это снижает ценность версии, поскольку затрудняет моделирование [5]. Версия же модели, базирующаяся на

теории поля, менее ресурсоёмка, однако и менее практична – вследствие ограниченности её общности, вызываемой недостаточной адекватностью предпосылок построения этой версии.

Формулирование цели исследования

Задача исследования. Изложенное свидетельствует об актуальности создания ММ ПТ ЛСД МЛП, ассимилирующей достоинства имеющихся версий такой модели, но свободной от их недостатков [5, 6]. Синтез такой модели является основной задачей настоящей работы.

Изложение основного материала исследования

Процесс исследования. Тяга ЛСД является результатом взаимодействия неподвижных друг относительно друга магнитных полей токов его индуктора и якоря. Поэтому, при построении искомой ММ ПТ, в качестве его паттерна должен быть принят элементарный акт такого взаимодействия, который может быть описан выражением закона Ампера [7]:

$$f_{\lambda\chi} = l_{\lambda\chi} \cdot i^{\lambda} \cdot B_{\lambda\chi} \cdot \sin \alpha_{\lambda\chi}, \tag{1}$$

где $f_{\lambda\chi}$ – сила, взаимодействия полей, создаваемых токами, текущими в цепях χ -го прямолинейного элемента λ -го контура индуктора двигателя и его якоря;

$l_{\lambda\chi}, i^{\lambda}, B_{\lambda\chi}, \alpha_{\lambda\chi}$ – длина упомянутого элемента, ток в нём, индукция (условно однородного – в пределах элемента) магнитного поля, в котором элемент находится, а также угол между \vec{i}^{λ} и $\vec{B}_{\lambda\chi}$.

Расчётные схемы обмоток возбуждения и якоря двигателя приняты, соответственно, в виде набора гальванически не связанных проводящих прямоугольных рамок, соответствующих контурам криомодулей, и трёхфазной электрической сети, каждой фазе которой соответствует отдельный контур. Тогда, в произвольный момент времени, тяга двигателя определима как векторная сумма величин $\vec{f}_{\lambda\chi} \forall \lambda \in [1, N], \chi \in [1, 4]$, каждая из которых, – это результат взаимодействия поля тока в одном из контуров возбуждения с полем, создаваемым якорной обмоткой. В последнем выражении, N – число указанных контуров возбуждения.

Динамика электрического компонента упомянутого взаимодействия определяется уравнениями второго закона Кирхгофа [7]. Подсистема “контур возбуждения – якорная обмотка”, как правило, вырождена [8] – ёмкостные показатели её элементов пренебрежимо низки. Потому, в инерциальной системе отсчёта $Q_i^v \forall v \in [A, B, C, M]$, указанным уравнениям может быть придан вид [7]:

$$u_{\rho} = L_{\rho} \cdot \frac{d}{dt} i^{\rho} + L_{\rho\mu} \cdot \frac{d}{dt} i^{\mu} + r_{\rho} \cdot i^{\rho} \quad \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M], \tag{2}$$

где $u_{\rho}, L_{\rho}, L_{\rho\mu}, r_{\rho} \quad \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M]$ – электродвижущие силы (э. д. с.) источников, собственные и взаимные индуктивности, а также омические сопротивления элементов описываемой парциальной подсистемы;

$i^{\rho}, i^{\mu} \quad \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M]$ – токи в контурах якоря и возбуждения;

A, B, C, M – индексы, соответствующие этим контурам;

t – текущее время.

Поскольку муوتر ЛСД движется относительно его статора, то многие из величин $L_{\rho\mu} \quad \forall \rho, \mu \in [A, B, C, M]$ имеют переменные во времени значения. Это, в свою очередь, приводит к нестационарности коэффициентов уравнений (2) и, как отмечено, существенно снижает практическую ценность версии модели. С целью устранения указанного недостатка, ПТ ЛСД следует рассматривать относительно координатной системы, в которой обмотки двигателя условно взаимно неподвижны. В таком качестве, удобнее всего принять [5] отсчётную систему $C_{\alpha} \eta^{\lambda} \quad \forall \lambda \in [1, 3]$, жёстко связанную с α -тым контуром обмотки возбуждения двигателя. Инерциальной $C_{\alpha} \eta^{\lambda} \quad \forall \lambda \in [1, 3]$, в общем случае, не является. В то же время, весьма желательно [9], чтобы уравнения, описывающие динамику электрической подсистемы ЛСД, имели тензорный характер. Такие уравнения могут быть получены [10], из равенств типа (2), путём замены в них локальных производных $\frac{d}{dt}$ абсолютными $\frac{D}{dt}$, а также перехода в этих равенствах к

координатам $\eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$. По отношению к произвольному вектору η^β , соотношение между упомянутыми производными, как известно, имеет вид [10]:

$$\frac{D}{dt}\eta^\beta = \frac{d}{dt}\eta^\beta + e_{\beta\kappa\nu} \cdot \omega_\kappa \cdot \eta^\nu, \quad (3)$$

где $e_{\beta\kappa\nu}, \omega_\kappa$ - символ Леви-Чивита, а также вектор угловой скорости вращения $C_\alpha \eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$.

После осуществления указанной замены производных, соотношения, полученные из (2), приобретают тензорный характер. Поэтому, в частности, их форма становится инвариантной по отношению к координатам, в которых они записаны. Переход же к координатам $\eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$ выполняется согласно выражениям:

$$\eta^\lambda = g_\rho^\lambda \cdot i^\rho \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}], \quad (4)$$

где g_ρ^λ – матрица преобразования координат:

$$g_\rho^\lambda = \frac{\partial \eta^\lambda}{\partial i^\rho} \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}]. \quad (5)$$

В свою очередь, выражения для связей вида

$$\eta^\lambda = \eta^\lambda(i^\rho) \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}] \quad (6)$$

могут быть получены исходя из того, что [5], в процессе описываемого координатного преобразования, одним из его инвариантов являются, в частности, амплитудные значения токов, протекающих в рассматриваемых контурах.

С помощью же матрицы

$$g_\lambda^\rho = \frac{\partial i^\rho}{\partial \eta^\lambda} = (g_\rho^\lambda)^T \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}], \quad (7)$$

осуществимо обратное преобразование

$$i^\rho = g_\lambda^\rho \cdot \eta^\lambda \forall \rho \in [A, B, C, M]; \lambda \in [\overline{1,3}]. \quad (8)$$

После описанных преобразований, уравнения (2) приобретают вид

$$u_\lambda = L_\lambda \cdot \left(\frac{d}{dt}\eta^\lambda + e_{\lambda\alpha\nu} \cdot \omega_\alpha \cdot \eta^\nu \right) + L_{\lambda\zeta} \cdot \left(\frac{d}{dt}\eta^\zeta + e_{\zeta\alpha\sigma} \cdot \omega_\alpha \cdot \eta^\sigma \right) + r_\lambda \cdot \eta^\lambda \forall \lambda, \nu, \zeta, \sigma \in [\overline{1,3}]. \quad (9)$$

Таким образом, уравнения (9) имеют постоянные коэффициенты, являются тензорными и описывают токовую динамику ЛСД в координатах $\eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$. После их (как правило – численного) разрешения относительно переменных $\eta^\lambda \forall \lambda \in [\overline{1,3}]$, последние, с использованием соотношений (8), могут быть преобразованы в координаты $i^\rho \forall \rho \in [A, B, C, M]$, значения которых определяют реальные токи в контурах двигателя.

Магнитная цепь ЛСД предполагается ненасыщенной [3]. Поэтому она может считаться условно-линейной подсистемой и, следовательно, к ней применим принцип аддитивности. Исходя из этого, результирующее поле фазы якорной обмотки двигателя в любой точке геометрического пространства $O\overline{E}_\chi \forall \chi \in [\overline{1,3}]$, в котором реально движется муотер относительно статора, может описываться как сумма полей, создаваемых в этой точке отдельными катушками такой фазы:

$$B_{\alpha q} = B_{\alpha\kappa q} \cdot e^\kappa; e^\kappa = 1; \forall \kappa \in [\overline{1, n_p}], q \in [\overline{1,3}], \quad (10)$$

где n_p – число прямоугольных катушек [1], включённых в каждую из фаз якоря;

$B_{\alpha q}, B_{\alpha \kappa q} \forall \kappa \in [\overline{1, n_p}]; q \in [\overline{1, 3}]$ – пространственные компоненты индукции поля, создаваемого всей обмоткой фазы α якоря, а также её отдельными катушками в рассматриваемой точке этого пространства.

В свою очередь, значения величин $B_{\alpha \kappa q} \forall \kappa \in [\overline{1, n_p}]; q \in [\overline{1, 3}]$ определимы согласно выражениям [11]:

$$B_{\alpha \kappa 1} = -\frac{i^*}{4 \cdot \pi} \cdot \left\{ \left[F_{12}(k_1', \varphi', \eta) + F_{12}(k_3', \varphi', \eta) \right]_{\varphi_1' = x_0 - l}^{\varphi_2' = x_0 - l - d} - \left[F_{12}(k_2', \psi', \eta) + F_{12}(k_4', \psi', \eta) \right]_{\psi_1' = x_0 + l}^{\psi_2' = x_0 + l + d} \right\}_{\eta_1 = z_0 + h}^{\eta_2 = z_0 - h};$$

$$B_{\alpha \kappa 2} = -\frac{i^*}{4 \cdot \pi} \cdot \left\{ \left[F_{12}(k_1, \varphi, \eta) + F_{12}(k_4, \varphi, \eta) \right]_{\varphi_1' = x_0 + l}^{\varphi_2' = x_0 + l + d} - \left[F_{12}(k_2, \psi, \eta) + F_{12}(k_3, \psi, \eta) \right]_{\psi_1 = y_0 + a}^{\psi_2 = y_0 + a + d} \right\}_{\eta_1 = z_0 + h}^{\eta_2 = z_0 - h};$$

$$\left\{ F_{12}(k, \varphi, \eta) \right\}_{\eta_1 = z_0 + h}^{\eta_2 = z_0 - h} = \left\{ \eta \cdot \arctg \frac{k \cdot \varphi - \eta^2}{\eta \cdot \sqrt{(k + \varphi)^2 + \varphi^2 + \eta^2}} - \right. \\ \left. - \varphi \cdot \operatorname{arsh} \frac{k + \varphi}{\sqrt{\varphi^2 + \eta^2}} - \frac{k}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{arsh} \frac{k + 2 \cdot \varphi}{\sqrt{k^2 + 2 \cdot \eta^2}} \right\}_{\eta_1 = z_0 + h}^{\eta_2 = z_0 - h};$$

$$B_{\alpha \kappa 3} = -\frac{i^*}{4 \cdot \pi} \cdot \left\{ \left[f_3^0(k_1, \varphi, \eta) + f_3^0(k_4, \varphi, \eta) \right]_{\varphi_1 = y_0 - a}^{\varphi_2 = y_0 - a - d} - \left[f_3^0(k_2, \psi, \eta) + f_3^0(k_3, \psi, \eta) \right]_{\psi_1 = y_0 + a}^{\psi_2 = y_0 + a + d} \right\} +$$

$$+ \left\{ \left[f_{31}(k_1', \varphi', \eta) + f_{31}(k_3', \varphi', \eta) \right]_{\varphi_1' = x_0 - l}^{\varphi_2' = x_0 - l - d} - \left[f_{31}(k_2', \psi', \eta) + f_{31}(k_4', \psi', \eta) \right]_{\psi_1' = x_0 + l}^{\psi_2' = x_0 + l + d} \right\}_{\eta_1 = z_0 + h}^{\eta_2 = z_0 - h}$$

$$\forall \kappa \in [\overline{1, n_p}];$$

$$f_{31}(k, \varphi, \eta) = -\eta \cdot \operatorname{arsh} \frac{k + \varphi}{\sqrt{\varphi^2 + \eta^2}} + \varphi \cdot \arctg \frac{(k + \varphi) \cdot \eta}{\varphi \cdot \sqrt{(k + \varphi)^2 + \varphi^2 + \eta^2}};$$

$$f_{32}(k, \varphi, \eta) = \sqrt{2} \cdot \eta \cdot \operatorname{arsh} \frac{k + 2 \cdot \varphi}{\sqrt{k^2 + 2 \cdot \eta^2}} - k \cdot \arctg \frac{(k + 2 \cdot \varphi) \cdot \eta}{k \cdot \sqrt{(k + \varphi)^2 + \varphi^2 + \eta^2}};$$

$$f_3^0(k, \varphi, \eta) = f_{31}(k, \varphi, \eta) + f_{32}(k, \varphi, \eta);$$

$$k_1' = -k_1 = [(y_0 - a) - (x_0 - l)]; \quad k_2' = -k_2 = [(y_0 + a) - (x_0 + l)];$$

$$k_3' = k_3 = -[(y_0 + a) + (x_0 - l)]; \quad k_4' = k_4 = -[(y_0 - a) + (x_0 + l)], \quad (11)$$

где i^* – плотность тока на единицу площади сечения обмотки катушки;

$2 \cdot h, d$ – высота и толщина её обмотки;

$2 \cdot l, 2 \cdot a$ – размеры её же внутреннего пространства;

x_0, y_0, z_0 – координаты точки пространства, в которой описывается поле.

В выражениях (11), кроме того:

$$i^* = 0,5 \cdot i \cdot w \cdot (h \cdot d)^{(-1)}, \quad (12)$$

где w – число витков катушки.

Далее, в (12), вместо i , могут последовательно подставляться значения фазовых токов якоря $i^{\rho} \forall \rho \in [A, B, C]$ и, согласно (11) и (10), находятся компоненты $B_{\rho q} \forall \rho \in [A, B, C], q \in [1, 3]$ индукции поля, создаваемого каждым из них.

Пространство системы $O\Xi_{\chi} \forall \chi \in [1, 3]$ – евклидово. Поэтому мгновенное значение модуля вектора полной индукции поля, создаваемого током ρ -ой фазы якоря, может быть определено выражением

$$B_{\rho} = \sqrt{B_{\rho q}^{(2)} \cdot e^q}; e^q = 1 \forall \rho \in [A, B, C], q \in [1, 3]. \quad (13)$$

Каждое из значений B_{α} пропорционально порождающему его i^{α} , изменяющемуся косинусоидально. Поэтому индукция полного поля якоря в целом изменяется [5] согласно закону

$$B_{res} = 1,5 \cdot B_{max} \cdot \exp(-j \cdot \omega \cdot t); j^{(2)} = -1, \quad (14)$$

где B_{max}, ω – амплитуда и частота изменения индукции поля одного из токов $i^{\rho} \forall \rho \in [A, B, C]$.

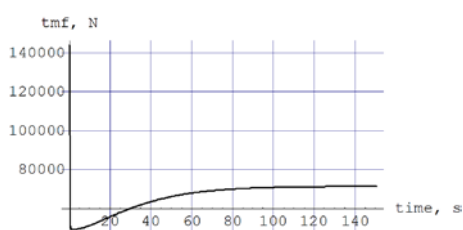


Рис. 1 Сила тяги ЛСД МЛП

В качестве примера результатов реализации созданной модели, на рисунке приведена полученная осциллограмма силы тяги ЛСД в режиме разгона МЛП. Анализ этого результата свидетельствует о работоспособности модели, а поэтому – о её пригодности, после верификации и необходимой адаптации к нуждам конкретных практических задач, к использованию в процессе исследований динамики МЛП, оснащённых ЛСД.

Выводы

Создана версия ММ ПТ ЛСД МЛП, ассимилирующая достоинства версий модели, созданных в рамках автономных парадигм теорий цепей и поля, но свободная от недостатков таких версий. Этим исчерпывающе решена задача настоящей части исследования.

Список использованной литературы

1. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией / В. А. Дзензерский, В. И. Омеляненко, С. В. Васильев, В. И. Матин, С. А. Сергеев – К.: Наук. думка, 2001. – 479 с.
2. Вольдек А.И. Электрические машины / А. И. Вольдек – Л.: Энергия, 1984 – 832 с.
3. Поляков В.А. Динамика тяговой электромагнитной подсистемы магнитолевитирующего поезда / В.А. Поляков, Н.М. Хачапуридзе // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління". – № 1015. – Вип. 19. – X., 2012. – С. 268-273.
4. Поляков В.А. Динамика тяговой подсистемы магнитолевитирующего поезда (полевая парадигма исследования) / В. А. Поляков, Н. М. Хачапуридзе // Науковий вісник Херсонської морської академії – 2013. – № 1 (8). С. 258 - 266.
5. Электрические машины (специальный курс) / Г.А. Сипайлов, Е.В. Кононенко, К.А. Хорьков – М.: Высш. шк., 1987. – 287 с.
6. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин / И.П. Копылов – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
7. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Л.А. Бессонов – М.: Высш. шк., 1996. – 578 с.
8. Львович А.Ю. Электромеханические системы / А.Ю. Львович – Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. – 296 с.
9. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике / Г. Крон – М., Л.: Госэнергоиздат, 1955. – 275 с.
10. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П. К. Рашевский – М.: Наука, 1967. – 644 с.
11. Бирюков В.А. Магнитное поле прямоугольной катушки с током / В.А. Бирюков, В.А. Данилов // Журнал технической физики. – 1961. – Т. XXXI, № 4. – С. 428 – 435.