

ПРИКЛАДНА ГЕОМЕТРІЯ ТА КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 334.75:519.83:514.18

Є.О. АДОНЬЄВ

Запорізький національний університет

В.М. ВЕРЕЩАГА

Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Б. Хмельницького

**ЗАСТОСУВАННЯ ПОВЕРХОНЬ ВІДГУКУ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ
СТАЛОГО ЕНЕРГЕТИЧНОГО РОЗВИТКУ МІСТ**

У статті розглядається проблема багатofакторного моделювання сталого енергетичного розвитку міст. Для вирішення даної проблеми пропонується спосіб формалізованого геометричного моделювання поверхні, що відображає процеси двопараметричної зміни одного фактору, який входить до складу факторів економічної моделі. Вихідною інформацією для побудови поверхні відгуку, що відображає зміну фактору, є статистичні дані, отримані за результатами спостереження за цим фактором. Мінімальна кількість зафіксованих статистичних спостережень повинна бути не меншою, ніж дев'ять: три уздовж одного параметру та три уздовж другого параметру. Треба зауважити, що можна побудувати поверхню, що відображає зміну фактору, і з меншою кількістю вихідних даних, але при цьому буде зростати похибка відтворення зміни фактору, і це питання знаходиться за межами матеріалу даної статті. В статті розглядається виведення точкових рівнянь, що відображають поверхню зміни фактору для вихідних статистичних даних у кількості 3×3 , 3×4 і 4×4 , тобто, відповідно, дев'ять, дванадцять та шістнадцять вихідних статистичних вимірювань за різних умов.

Ключові слова: стійкий розвиток, поверхня відгуку, економічні фактори, економічна модель.

Е.А. АДОНЬЕВ

Запорожский национальный университет

В.М. ВЕРЕЩАГА

Мелитопольский государственный педагогический университет им. Б. Хмельницкого

**ПРИМЕНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОТКЛИКА
ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ УСТОЙЧИВОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ГОРОДОВ**

В статье рассматривается проблема многофакторного моделирования устойчивого энергетического развития городов. Для решения этой проблемы предлагается способ формализованного геометрического моделирования поверхности, отражающей процессы двухпараметрического изменения одного фактора, входящего в состав факторов экономической модели. Исходной информацией для построения поверхности отклика, отражающей изменения фактора, являются статистические данные, полученные в результате наблюдений за этим фактором. Минимальное количество зафиксированных статистических наблюдений должно быть не менее девяти: три вдоль одного параметра и три вдоль другого параметра. Следует заметить, что можно построить поверхность, отражающую изменения фактора, и с меньшим количеством исходных данных, но при этом будет увеличиваться погрешность воспроизводства изменений фактора, и этот вопрос находится за пределами материала данной статьи. В статье рассматривается вывод точечных уравнений, отражающих поверхность изменения фактора для исходных статистических данных в количестве 3×3 , 3×4 та 4×4 , то есть, соответственно, девять, дванадцать и шестнадцать исходных статистических измерений в разных условиях.

Ключевые слова: устойчивое развитие, поверхность отклика, экономические факторы, экономическая модель.

Y.O. ADON'YEV

Zaporizhzhya National University

V.M. VERESHCHYAGA

Melitopol State Pedagogical University named after B. Khmelnytsky

**RESPONSE SURFACE USING IN MODELLING
OF SUSTAINABLE ENERGY DEVELOPMENT OF CITIES**

The article depicts the problem of multivariate modeling of cities sustainable energy development. To solve this problem this article provides a method formalized geometric modeling surface that reflects the processes two-parametric change one factor that is part of the factors of economic model. The background for the construction of the response surface, reflecting the change factor is statistical data received on the results of monitoring of this

factor. The minimum number of fixed statistical surveys should be not less than nine: three along one parameter and three along the second parameter. Note that it is possible to build a surface that reflects the change factor using less input data, but it will increase the error changes reproducing a factor, and this issue is beyond the material of this article. In the article the withdrawal point equations reflecting change factor surface for the input statistics of the number 3×3 , 3×4 and 4×4 , that is, respectively, nine, twelve and sixteen output statistical measurements under different conditions.

Keywords: sustainable development, surface response, economic factors, the economic model.

Постановка проблеми

В теперішній час паливно-енергетичний комплекс України працює, фактично, у кризових умовах. Зокрема, житлово-комунальне господарство (ЖКГ), як один із основних споживачів енергоресурсів, характеризується вкрай неефективним енергоспоживанням, високими втратами, зношеними мережами та обладнанням. Для реформування енергосистеми ЖКГ необхідне залучення значних інвестицій, в тому числі з іноземних джерел. Наразі, найбільш ефективним є підхід, заснований на принципах сталого розвитку територій. В цьому випадку, при визначенні портфелю пріоритетних інвестиційних проектів, необхідно одночасно враховувати велику кількість економічних, екологічних та соціальних факторів в розрізі довгострокового планування. Економіко-математичні моделі, покладені в основу систем підтримки прийняття таких управлінських рішень, є складними та багатфакторними. Основною проблемою моделювання сталого енергетичного розвитку є велика варіативність набору вихідних факторів, в залежності від особливостей конкретного населеного пункту (міста). Зміна кількості та якості факторів моделі завжди призводить до її перебудови, що практично означає створення нової моделі. Це є суттєвою вадою процесу моделювання. Тому модель, розроблена для одного міста, не може бути напряму (без складної переробки) застосована для іншого міста. Таким чином, розробка універсального методу багатфакторного моделювання, який дозволить змінювати набори вихідних факторів без істотної зміни структури моделі, є актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблеми моделювання, вимоги до моделей, які були розглянуті вище, знаходяться у відповідності до проаналізованих результатів досліджень [1–8]. Окремо слід відзначити методіку швидкої оцінки енергетичного розвитку міст, розроблену Всесвітнім банком [9]. Основні показники міста, що досліджується, вводяться до бази даних і порівнюються з аналогічними показниками інших міст. На підставі цього визначаються галузі міського господарства, реалізація інвестпроектів в яких дасть максимальний ефект. Для цих галузей система пропонує набори готових проектів, які вже були успішно реалізовані в інших містах. Однак, цей метод виведення за аналогією або порівняння є дуже загальним і приблизним, він враховує тільки головні фактори. Багато індивідуальних, значущих для кожного конкретного міста, факторів залишаються поза увагою, що може привести до неоптимального використання інвестицій. Враховуючи усе сказане відносно методу виведення за аналогією, здобуваємо додаткове підтвердження того, що поставлена мета створення узагальненої моделі, яка не змінюється при якісній та кількісній зміні факторів, є актуальною. Більш доцільним є застосування поверхонь відгуку [10], що являють собою функцію одного або декількох факторів, мірність яких визначається розмірністю процесу, що включає ці фактори. Для побудови поверхні відгуку спочатку необхідно визначити її каркас, складовою якого є лінії. Розглянемо побудову параболі другого ступеня у якості лінії каркасу поверхні відгуку, виведення якої наведемо за результатами досліджень [11]. Нехай три довільні точки A , B , C визначають площину для параболі другого порядку. Невласну точку C_∞ визначимо за допомогою напрямку променя $[CT_c)$ (рис.1).

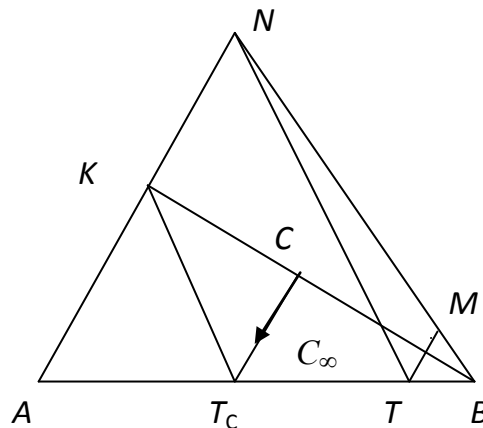


Рис. 1 Геометрична схема визначення змінюваної точки M , що пробігає через усі точки параболі

Пояснимо алгоритм побудови точки M параболі.

1. Точки A і B з'єднуємо, дістаємо відрізок $[AB]$.
2. Визначаємо невласну точку C_∞ відношенням $t_c = \frac{T_c A}{BA}$.
3. Змінювану точку T переміщуємо зміною параметру $t = \frac{TA}{BA}, 0 \leq t \leq 1$.
4. CT_c – пряма, що визначає невласну точку C_∞ .
5. $AKN \parallel CT_c$.
6. $K = AN \cap BC$.
7. $N = AK \cap TN \parallel KT_c$.
8. $M = BN \cap TM \parallel CT_c$.

У разі, якщо прийняти $t_c = \frac{1}{2}; t = 1 - t; t_c = 1 - t_c$, то точкове рівняння для змінюваної точки M

матиме вигляд:

$$M = (A - C)\bar{t}(1 - 2t) + (C - B)t(1 - 2t) + C \tag{1}$$

Застосовуючи (1) для геометричної схеми (рис.2), у якій уздовж ребер A_i прийнято параметр U , а уздовж ребра $M_1M_2M_3$ – параметр V .

У роботі [12] отримано, точкове рівняння змінюваної кривої $M_1M_2M_3$, яке і є точковим рівнянням шуканої поверхні відгику:

$$M = [A_{11}\bar{u}(1 - 2u) + 4A_{12}u\bar{u} + A_{13}u(2u - 1)]\bar{v}(1 - 2v) + 4[A_{21}\bar{u}(1 - 2u) + 4A_{22}u\bar{u} + A_{23}u(2u - 1)]v\bar{v} + [A_{31}\bar{u}(1 - 2u) + 4A_{32}u\bar{u} + A_{33}u(2u - 1)]v(2\bar{v} - 1). \tag{3}$$

Як бачимо, сегмент поверхні M (3), побудований на дев'яти дійсних точках з довільно обраними трьома невластими точками. У роботі [10] було здобуте точкове рівняння на базі шістнадцяти дійсних точок (рис. 3), ребрами поверхні якого є графіки поліномів третього ступеня, і змінюваної кривої $M_1M_2M_3M_4$.

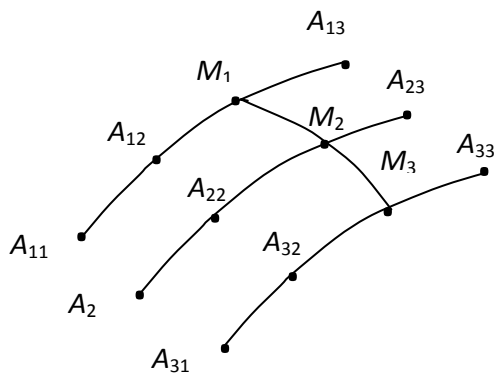


Рис. 2 Геометрична схема поверхні відгику для одного фактора

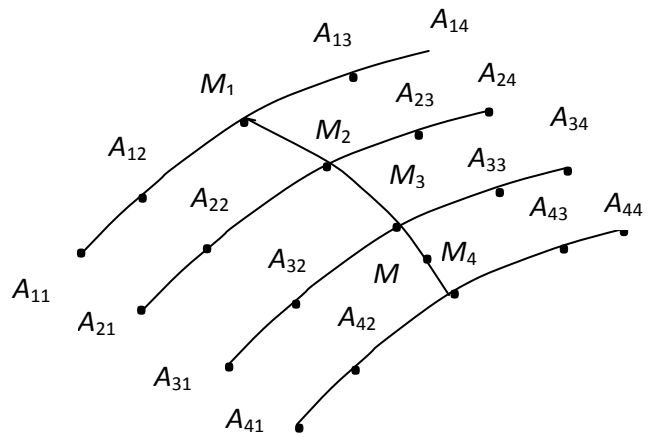


Рис. 3 Геометрична схема сегменту поверхні відгику, побудованого на базі 16-ти дійсних опорних точок

Точкове рівняння для змінюваної точки M , що знаходиться на дузі $M_1M_2M_3M_4$, відповідає точковому рівнянню поверхні відгику для фактору, що розглядається, та має вигляд:

$$M = M_1\bar{v}(1 - 3v)(1 - \frac{3}{2}v) + 9M_2v\bar{v}(1 - \frac{3}{2}v) + \frac{9}{2}M_3v\bar{v}(3v - 1) + M_4v(3v - 1)(\frac{3}{2}v - 1),$$

або у розкритому, відносно M_i , вигляді:

$$\begin{aligned}
 M = & [A_{11}\bar{u}(1-3u)(1-\frac{3}{2}u) + 9A_{12}u\bar{u}(1-\frac{3}{2}u) + \frac{9}{2}A_{13}u\bar{u}(3u-1) + \\
 & + A_{14}u(3u-1)(\frac{3}{2}u-1)]\bar{v}(1-3v)(1-\frac{3}{2}v) + 9[A_{21}\bar{u}(1-3u)(1-\frac{3}{2}u) + \\
 & + 9A_{22}u\bar{u}(1-\frac{3}{2}u) + \frac{9}{2}A_{23}u\bar{u}(3u-1) + A_{24}u(3u-1)(\frac{3}{2}u-1)]v\bar{v}(1-\frac{3}{2}v) + \\
 & + \frac{9}{2}[A_{31}\bar{u}(1-3u)(1-\frac{3}{2}u) + 9A_{32}u\bar{u}(1-\frac{3}{2}u) + \frac{9}{2}A_{33}(3u-1) + \\
 & + A_{34}u(3u-1)(\frac{3}{2}u-1)]v\bar{v}(3v-1) + [A_{41}\bar{u}(1-3u)(1-\frac{3}{2}u) + \\
 & + 9A_{42}u\bar{u}(1-\frac{3}{2}u) + \frac{9}{2}A_{43}u\bar{u}(3u-1) + \\
 & + A_{44}u(3u-1)(\frac{3}{2}u-1)]v(3v-1)(\frac{3}{2}v-1).
 \end{aligned} \tag{4}$$

Точкові рівняння (3) і (4) є доволі складними за рахунок того, що для їхнього здобуття виконувалось об'єднання простих точкових форм з подальшими їх перетвореннями. На наш погляд, більш раціональним є послідовний розв'язок простих точкових форм, коли попередні розрахунки включаються до подальшого виконання.

В усіх задачах, які запропоновані до розв'язання у цій статті, використовується геометричний апарат точкового БН-числення [13], що являє собою геометрію відношень однорідних об'єктів, основою яких є просте відношення трьох точок прямої.

Формулювання мети дослідження

Ціллю запропонованих досліджень, що являють собою розвиток проаналізованих вище, є розробка, для окремого фактору, нового способу моделювання, у якому виконується послідовно декілька простих розрахунків замість одного складного. Для цього створено узагальнену формалізовану геометричну модель економічного процесу, яка дозволяє, без зміни її структури, варіювати кількісно та якісно факторами зі змінною кількістю властивостей (параметрів) у цих факторах. Такий підхід дозволяє спростити процес моделювання сталого енергетичного розвитку міст, уникнути помилок при створенні складного точкового продукту і зменшити час виконання розрахунків.

Виклад основного матеріалу дослідження

Поділення складного кінцевого точкового рівняння на декілька простих, які необхідно виконати послідовно, назвемо способом точкових агрегатів [13]. Дамо визначення точкового агрегату.

Точковий агрегат – це сукупність точкових форм, що розташовані та виконуються у визначеній послідовності, яка зберігається і для розрахунків усіх параметрів фактору, що моделюється. Покажемо створення точкових агрегатів на прикладах, що розглядалися вище. Точкове рівняння (1) отримано при умові, що $t_c = \frac{1}{2}$, якщо узяти довільним $t_c = t_{ic}$, де $0 \leq t_c \leq 1$, тобто t_{ic} дискретно фіксує значення t_c у

визначених межах, то (1) буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}
 M = & [A^2(1-t)\frac{\bar{t}_c-t}{t_c} + AB[(t-1)\frac{\bar{t}_c-t}{t_c} - (1-t)(\frac{t}{t_c} + 1)] + AC(1-t)\frac{t}{t_c t_c} + \\
 & + BC(t-1)\frac{t}{t_c t_c} + B^2(t-1)(\frac{t}{t_c} - 1) + B(A-B)]/(A-B).
 \end{aligned} \tag{5}$$

Точковий агрегат, що відповідає (5), запишемо у вигляді послідовної сукупності

$$\left[\begin{aligned}
 & t_c = t_{rc}; \bar{t}_{rc} = 1 - t_{rc}; 0 \leq t_{rs} \leq 1; t = t_s; \bar{t}_s = 1 - t_s; 0 \leq t_s \leq 1; \\
 & T_{rc} = (B-A)t_{rc} + A; T_s = (B-A)t_s + A; \\
 & K_r = \frac{C - Bt_{rc}}{\bar{t}_{rc}}; N_{rc} = \frac{(K_r - T_{rc})(T_s - A)}{T_{rc} - A} + T_s; \\
 & M_{rs} = \frac{(T_s - B)(N_{rc} - B)}{A - B} + B.
 \end{aligned} \right. \tag{6}$$

За допомогою сукупності (6) дістанемо дугу параболи, хордою якої є відрізок AB . Нехай кожна з точок симплексу A, B, C визначається десятьма параметрами $A(P_{A1}, P_{A2}, \dots, P_{A9}, P_{A10}), B(P_{B1}, \dots, P_{B10}),$

$C(P_{C1}, \dots, P_{C10})$, тоді необхідно для кожного з десяти параметрів відповідно скласти розрахункові сукупності для прийнятих $t_{rc} = const, t_s = const$.

$$\left[\begin{array}{l} t_{rc} = const; t_s = const; \bar{t}_{rc} = const; \bar{t}_s = const; \\ P_{T_{ci}} = (P_{Bi} - P_{Ai})t_{rc} + P_{Ai}; P_{Ti} = (P_{Bi} - P_{Ai})t_s + P_{Ai}; \\ P_{Ki} = \frac{P_{Ci} - P_{Bi}t_{rc}}{\bar{t}_{rc}}; P_{Ni} = \frac{(P_{Ki} - P_{T_{ci}})(P_{Ti} - P_{Ai})}{P_{T_{ci}} - P_{Ai}} P_{Ai}; \\ P_{Mi} = \frac{(P_{Ti} - P_{Bi})(P_{Ni} - P_{Bi})}{(P_{Ai} - P_{Bi})} + P_{Bi}. \end{array} \right. \quad (7)$$

Змінюючи $i = \overline{1,10}$, здобудемо усі десять параметрів $P_{M1}, \dots, P_{M9}, P_{M10}$, що визначають точку M процесу. Для побудови поверхні відгуку, що відповідає рис. 2, необхідно прийняти з (6) $A=A_{11}:A_{21}:A_{31}$; $B=A_{12}:A_{22}:A_{32}$; $C=A_{13}:A_{23}:A_{33}$ і, застосувавши тричі (6), визначити ребра $A_{11}A_{12}A_{13}$, $A_{21}A_{22}A_{23}$, $A_{31}A_{32}A_{33}$, відповідно, для визначення змінюваних точок M_1, M_2, M_3 , положення яких розраховуються при умові, що $u_1 = u_2 = u_3$. Якщо прийняти $A=M_1$; $B=M_2$; $C=M_3$ і застосувати точковий агрегат (6), то отримаємо змінювану точку M , значення якої відповідатиме значенню з точкового рівняння (3). Таким чином, схематично точковий агрегат, що відповідає (3), можна відобразити:

$$\left[\begin{array}{l} M_1 = \text{застосувати (6) до точок } A_{11}, A_{12}, A_{13}; \\ M_2 = \text{застосувати (6) до точок } A_{21}, A_{22}, A_{23}; \\ M_3 = \text{застосувати (6) до точок } A_{31}, A_{32}, A_{33}; \\ M = \text{застосувати (6) до точок } M_1, M_2, M_3. \end{array} \right. \quad (8)$$

Із застосуванням точкових агрегатів стає можливим розв'язувати задачі побудови поверхонь відгуку шляхом застосування комбінацій (рис. 4, рис. 5).

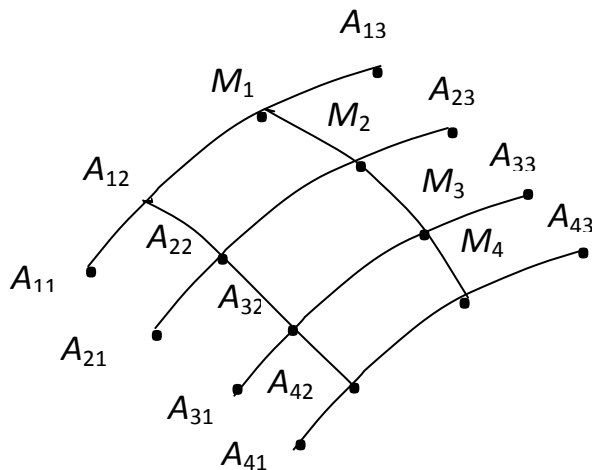


Рис. 4. Комбінація 3x4

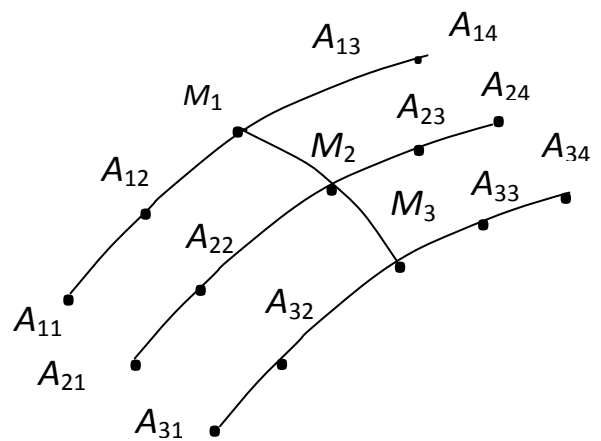


Рис. 5. Комбінація 4x3

Для комбінацій 3x4 (рис. 4) необхідно застосувати точковий агрегат (6) чотири рази, а потім скористатися точковим рівнянням (4). Для комбінації 4x3 (рис. 5) необхідно три рази застосувати для точок $A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}, A_{i4}$ точкове рівняння аналогічне (4) і визначити точки M_1, M_2, M_3 , а потім до них застосувати точковий агрегат аналогічний (6). При цьому, для кожної з комбінацій не потрібно виводити точкове рівняння і переписувати програмну реалізацію.

Висновки

За результатами досліджень був запропонований спосіб точкових агрегатів, який дозволяє з попередньо визначеною щільністю дискретно подати поверхню відгуку щодо зміни фактору будь-якого процесу. Вихідними даними для способу точкових агрегатів є емпірично визначені стани процесу, зняття яких рівномірно розподілене в усій області визначення цього процесу. Застосування способу точкових агрегатів спрощує розрахунки через заміну однієї складної точкової форми на декілька простих, що поспіль виконуються. За рахунок цього, спрощується програмна реалізація розрахунків та скорочуються витрати комп'ютерних ресурсів, стає можливим виконувати різні комбінації щодо кількості вихідних даних, не змінюючи модулі програм. За рахунок застосування точкового БН-числення кількість параметрів, що визначають фактор, може бути будь-якою і змінюватись у ході проведення комп'ютерних експериментів. Програмна реалізація, при цьому, не зміниться, зміниться тільки кількість циклів. Одною із головних

переваг запропонованого способу побудови поверхонь відгуку є те, що для кожного з факторів вони будуються окремо, без встановлення взаємозалежностей одного фактора від іншого. Хоча, після побудови поверхонь відгуку для декількох факторів завжди є можливість встановити певні взаємозалежності між ними. Така можливість є дуже важливою у дослідженнях процесів шляхом моделювання та проведення комп'ютерних експериментів, які потребують кількісної та якісної зміни факторів.

Запропоновані спосіб побудови поверхні відгуку та спосіб точкових агрегатів, що реалізовані за допомогою геометричного апарату точкового БН-числення, на наш погляд, мають перспективи застосування у моделюванні сталого енергетичного розвитку територій (міст) завдяки тому, що через оптимізацію кожного фактору окремо можна знайти оптимальне рішення для всього процесу, який моделюється.

Перелік використаної літератури

1. Катренко А.В. Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації / А.В. Катренко. – Львів: Науковий світ – 2000, 2003. – 424 с.
2. Старр М. Управление производством: Пер. с англ. / М. Старр – М.: Прогресс, 1968. – 398 с.
3. Соколицин С.А. Организация и оперативное управление машиностроительным производством / С.А. Соколицин, Б.И. Кузин – Л.: Машиностроение, 1988 – 527 с.
4. Козловский В.А. Производственный и операционный менеджмент / В.А. Козловский, Т.В. Маркина, В.М. Макаров – СПб.: Специальная литература, 1998 – 366 с.
5. Краснощеков П.С. Принципы построения моделей / П.С. Краснощеков, А.А. Петров – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 264 с.
6. Петров А.А. Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент / А.А. Петров – М.: Наука, 1996. – 327 с.
7. Петров А.А. Опыт математического моделирования экономики / А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин – М.: Энергоиздат, 1996. – 544 с.
8. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры [2-е изд., испр.] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов – М.: Физматгиз, 2001. – 320 с.
9. Tool for Rapid Assessment of City Energy (TRACE): Helping Cities Use Energy Efficiently [Electronic resource] — Mode of access: <http://www.esmap.org/TRACE>
10. Радев С.Ю., Верещага В.М. Побудова поверхні відгуку в БН-численні для геометричного моделювання процесів. / С.Ю. Радев, В.М. Верещага // Матеріали II-ї Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених “Прикладна геометрія, дизайн та об’єкти інтелектуальної власності”. – К.: ДІА, 2013 р. - Випуск 2. – с.167-171.
11. Бумага А.І. Точкове рівняння дуги параболи другого порядку / А.І. Бумага // Міжвідомчий науково-технічний збірник “Прикладна геометрія та інженерна графіка”. – К.: КНУБА, 2012. – Випуск 90. - С. 49-52.
12. Кучеренко В.В. Формалізовані геометричні моделі нерегулярної поверхні для гіперкількісної дискретної скінченної множини точок : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01 / Вадим Владимирович Кучеренко; Дніпр. нац. ун-т.- Дніпропетровськ, 2013. – 187с.
13. Точечное исчисление / И.Г. Балюба, В.М. Найдыш [под ред. Верещаги В.М.] // Мелитополь: Изд-во МГПУ имени Богдана Хмельницкого, 2015. – 234 с.