

УДК 515:69.02

А.Ю. БРАЙЛОВ, В.И. ПАНЧЕНКО, В.А. УСТЯНСКИЙ
Одесская государственная академия строительства и архитектуры**ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ТОЧЕК КРОВЛИ
ИСТОРИЧЕСКОГО ЗДАНИЯ**

В настоящей работе исследована геометрическая модель определения координат точек кровли исторического здания с применением инженерного геодезического прибора. Построение геометрической модели определения координат точек кровли необходимо для разработки конструкторской документации. Выявлена проблема и определены первоочередные задачи. Суть проблемы заключается в противоречии между необходимостью определить единую комплексную характеристику объекта и наличием возможности измерить только отдельные различные параметры такой характеристики. Аналитически доказана возможность практического использования разработанной геометрической модели.

Ключевые слова: геометрическая модель, уравнение прямой в пространстве, точка, координаты, методика, конструкторская документация.

О.Ю. БРАЙЛОВ, В.І. ПАНЧЕНКО, В.А. УСТЯНСЬКИЙ
Одеська державна академія будівництва та архітектури**ГЕОМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК КРОВЛІ ІСТОРИЧНОГО
БУДИНКУ**

У даній роботі досліджено геометричну модель визначення координат точок покрівлі історичної будівлі із застосуванням інженерного геодезичного приладу. Побудова геометричної моделі покрівлі необхідна для розробки конструкторської документації. Виявлено проблему і визначені першочергові завдання. Суть проблеми полягає в протиріччі між необхідністю визначити єдину комплексну характеристику об'єкту і існуванням можливості заміряти тільки окремі різні параметри такої характеристики. Аналітично доведена можливість практичного використання розробленої геометричної моделі.

Ключові слова: геометрична модель, рівняння прямої в просторі, точка, координати, методика, конструкторська документація.

A.Yu. BRAILOV, V.I. PANCHENKO, V.A. USTYANSKIY
Odessa State Academy of Civil Building and Architecture**GEOMETRICAL MODEL FOR THE DETERMINATION OF POINTS COORDINATES OF THE
HISTORICAL BUILDING ROOF**

In the present work the geometrical model for the development of points coordinates of the historical building roof with using an engineering geodetic device is investigated. Construction of the geometrical model of the roof is needed for the development of the design documentation. The problem is revealed and tasks for its solution are defined. The problem essence consists in the contradiction between necessity to define the uniform complex characteristic of object and the ability to measure the geometry of the roof only particular some particular parameters of such characteristic. Possibility of practical use of the developed geometrical model is proved analytically.

Keywords: geometrical model, the straight line equation in space, a point, coordinates, a technique, the design documentation.

Актуальность исследования

Важной функцией любого общества является сохранение культурного наследия для будущих поколений. К культурному наследию относится историческая часть любого города. Поэтому внешний вид зданий исторической части города необходимо сохранить.

Таким образом, объектом исследования является историческое здание.

К особенностям исторического здания можно отнести – ветхость кровли (аварийное состояние стропильной системы, разрушения кровельного покрытия).

Поскольку без сохранения кровли невозможно сохранить фасады и целостность здания, то, в первую очередь, должна быть сохранена историческая форма кровли и её целостность.

Постановка проблемы

Для ремонта, восстановления и реконструкции кровли здания необходима техническая документация.

Техническая документация для исторического здания может отсутствовать или не содержать требуемых данных. Поэтому *создание технической документации* для сохранения первичного вида кровли при ремонте, восстановлении и реконструкции здания является актуальной проблемой.

Для сохранения существующего вида кровли необходимо определить её габаритные размеры, длины и уклоны скатов кровельного покрытия.

Поскольку, как правило, кровля исторического здания находится в аварийном состоянии, то непосредственный физический контакт с объектом исследования не допускается.

При непосредственном (прямом) определении геометрических параметров кровли существует возможность дополнительных повреждений несущих нагрузку конструкций и её покрытия.

Следовательно, необходима разработка методики бесконтактного определения геометрических параметров кровли исторического здания.

Для бесконтактного определения координат точек кровли в некоторой единой системе измерения необходимо разработать геометрическую модель (аппарат измерения) определения координат точки объекта для заданного расположения инженерного геодезического оборудования.

Суть проблемы заключается в *противоречии* между необходимостью определить *единую комплексную характеристику* объекта (положение конструктивного элемента в пространстве) и наличием возможности измерить только *отдельные различные параметры* такой характеристики (угол места, азимут и т.п.). Такое противоречие может быть разрешено разработкой геометрической модели получения требуемого результата.

Анализ исследований и публикаций

Получить координаты точки объекта можно с помощью электронных инженерно-геодезических приборов [3–5].

Электронный тахеометр обладает возможностью получения координат точки отдаленного объекта без вспомогательного оборудования и материалов, но при условии возможности произвести съемку. Для съемки требуется получить три параметра, необходимых операционной системе оборудования. Такими тремя параметрами являются два угла поворота зрительной трубы относительно начала отсчёта в горизонтальной и вертикальной плоскости и расстояние от прибора до точки исследуемого объекта. Угол поворота зрительной трубы в вертикальной плоскости относительно горизонтального положения называется *углом места*. Угол поворота зрительной трубы в горизонтальной плоскости относительно направления на север называется *азимутальным углом* или азимутом.

Существуют роботизированные тахеометры с функцией сканирования, которые облегчают работу оператора и обладают повышенной точностью. После проведения изысканий таким прибором с применением функции наземного лазерного сканирования получают облако точек, которое можно позиционировать как трехмерную модель исследуемого объекта.

В тоже время, стоимость таких электронных инженерно-геодезических приборов чрезвычайно высока. Стоимость электронного тахеометра в Украине в 2016 году составляет около 5000\$, роботизированного тахеометра около 20000\$.

Поэтому *разработка геометрической модели* для экспериментального (эмпирического) определения координат точки объекта, снижающей затраты для получения результата, *актуальна*.

Цель и задачи исследования

Целью статьи является разработка геометрической модели определения координат точки объекта для заданного расположения геодезического оборудования.

Задачи исследования:

1. Разработать геометрическую модель для экспериментального (эмпирического) определения координат точки объекта.
2. Создать аналитическую модель для разработанной геометрической модели.
3. Доказать аналитически возможности практического использования разработанной геометрической модели.

Основной материал исследования

Структурно геометрическая модель для экспериментального бесконтактного определения координат точки объекта состоит из следующих компонентов:

1. Точка $C(x_C; y_C; z_C)$ объекта исследования (рис. 1).
2. Трехмерная декартова система координат $OXYZ$ с началом координат (рис. 2) в точке $O(0; 0; 0)$.
3. Точка $A(x_A; y_A; z_A)$ – первая точка зрения. Точка A соответствует первому положению геодезического прибора.
4. Точка $B(x_B; y_B; z_B)$ – вторая точка зрения. Точка B соответствует второму положению геодезического прибора.
5. Проецирующий луч AC , соединяющий точку зрения A с точкой исследования C .
6. Проецирующий луч BC , соединяющий точку зрения B с точкой исследования C .

7. Некоторая точка $A1$, принадлежащая лучу AC , и некоторая точка $B1$ принадлежащая лучу BC (рис. 2).

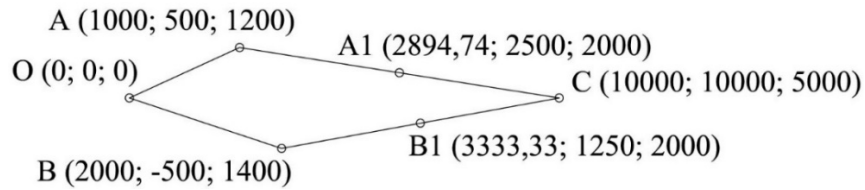


Рис. 1. Двухмерная геометрическая модель экспериментального (эмпирического) определения координат точки объекта.

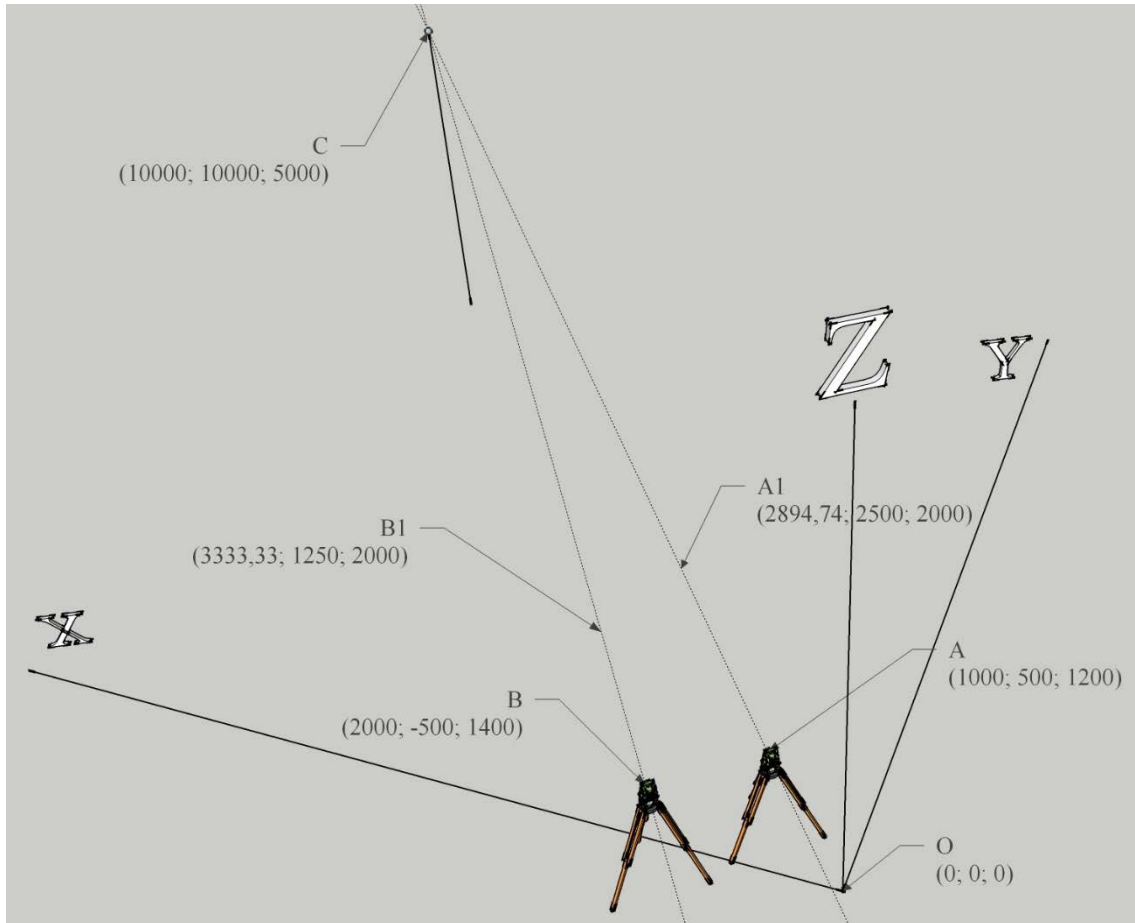


Рис. 2. Трехмерная геометрическая модель экспериментального (эмпирического) определения координат точки объекта.

Аналитическая модель разработанной геометрической модели состоит из следующих компонентов.

1. Каноническое уравнение прямой линии:

$$\frac{x - x_A}{\rho_1} = \frac{y - y_A}{\rho_2} = \frac{z - z_A}{\rho_3}, \quad (1)$$

где x_A, y_A, z_A – координаты некоторой заданной точки $A(x_A; y_A; z_A)$ в пространстве в системе $OXYZ$,
 x, y, z – координаты произвольной точки $A(x; y; z)$ в пространстве на проецирующем луче;

ρ_1, ρ_2, ρ_3 – координаты направляющего вектора $\vec{\rho}(\rho_1; \rho_2; \rho_3)$, совпадающего с проецирующим лучом.

2. Уравнение прямой линии, проходящей через две заданные точки $A(x_A; y_A; z_A)$ и $A1(x_{A1}; y_{A1}; z_{A1})$:

$$\frac{x - x_A}{x_{A1} - x_A} = \frac{y - y_A}{y_{A1} - y_A} = \frac{z - z_A}{z_{A1} - z_A}, \quad (2)$$

где $\vec{AA1}(x_{A1} - x_A; y_{A1} - y_A; z_{A1} - z_A)$ – направляющий вектор с координатами

$$\rho_{1,A} = x_{A1} - x_A, \rho_{2,A} = y_{A1} - y_A, \rho_{3,A} = z_{A1} - z_A. \quad (3)$$

3. Уравнение прямой линии, заданной точкой $A(x_A; y_A; z_A)$ и параллельным ей вектором $\vec{\rho}(\rho_{1,A}; \rho_{2,A}; \rho_{3,A})$ в параметрическом виде:

$$\begin{cases} x = \rho_{1,A} \cdot t + x_A, \\ y = \rho_{2,A} \cdot t + y_A, \\ z = \rho_{3,A} \cdot t + z_A. \end{cases} \quad (4)$$

где t – параметр, определяющий положение точки на проецирующем луче.

4. Система уравнений для определения значения параметра t , при котором два проецирующих луча пересекаются в точке C :

$$\begin{cases} \rho_{1,A} \cdot t_A + x_A = \rho_{1,B} \cdot t_B + x_B, \\ \rho_{2,A} \cdot t_A + y_A = \rho_{2,B} \cdot t_B + y_B, \\ \rho_{3,A} \cdot t_A + z_A = \rho_{3,B} \cdot t_B + z_B. \end{cases} \quad (5)$$

где t_A – параметр, определяющий положение точки на проецирующем луче A ;

t_B – параметр, определяющий положение точки на проецирующем луче B ;

$$\rho_{1,B} = x_{B1} - x_B, \rho_{2,B} = y_{B1} - y_B, \rho_{3,B} = z_{B1} - z_B. \quad (6)$$

– координаты направляющего вектора.

Докажем аналитически возможность практического использования разработанной геометрической модели.

Пусть заданы координаты точек зрения геометрических приборов:

$A(1000; 500; 1200)$, $B(2000; -500; 1400)$,

и вспомогательные точки образования проецирующих лучей:

$A_1(2894,74; 2500; 2000)$, $B_1(3333,33; 1250; 2000)$.

Двухмерная геометрическая модель проведенного эксперимента изображена на рис. 1. Трехмерная модель проведенного эксперимента изображена на рис. 2.

Необходимо *определить* координаты точки C аналитическим способом.

Доказательство. 1. Определим координаты направляющих векторов ρ_A и ρ_B с помощью уравнений (3) и (6):

$$\rho_A(\rho_{1,A} = 2894,74 - 1000 = 1894,74; \rho_{2,A} = 2500 - 500 = 2000, \rho_{3,A} = 2000 - 1200 = 800), \quad (7)$$

$$\rho_B(\rho_{1,B} = 3333,22 - 2000 = 1333,33; \rho_{2,B} = 1250 - (-500) = 1750; \rho_{3,B} = 2000 - 1400 = 600). \quad (8)$$

2. Подставим значения (7) и (8) в систему уравнений (5).

Получим систему уравнений (9):

$$\begin{cases} 1874,94 \cdot t_A + 1000 = 1333,33 \cdot t_B + 2000, \\ 2000 \cdot t_A + 500 = 1750 \cdot t_B - 500, \\ 800 \cdot t_A + 1200 = 600 \cdot t_B + 1400. \end{cases} \quad (9)$$

3. Из первого уравнения системы (9) выразим параметр t_A через параметр t_B :

$$t_A = (1333,33 \cdot t_B + 1000) / 1874,94. \quad (10)$$

4. Подставляем (10) во второе уравнение системы (9):

$$2000 \cdot ((1333,33 \cdot t_B + 1000) / 1874,94) - 1750 \cdot t_B + 1000 = 0.$$

Преобразуем последнее полученное уравнение к виду:

$$1407,402 \cdot t_B + 1055,554 + 1750 \cdot t_B + 1000 = 0$$

и, приведя в данном равенстве подобные члены, определим значение параметра t_B :

$$t_B = 5,9999 \approx 6. \quad (11)$$

5. Подставим (11) в (10), определим значение параметра t_A :

$$t_A = (1333,33 \cdot 6 + 1000) / 1874,94 = 4,75. \quad (12)$$

Таким образом, получены значение параметра $t_B \approx 6$, соответствующее точке C на луче $BB1$, и значение параметра $t_A = 4,75$, соответствующее точке C на луче $AA1$.

6. Определим координаты точки C на луче $AA1$ и координаты точки C на луче $BB1$, записав систему уравнений (4) для этих лучей:

$$x^{AA1} = \rho_{1,A} \cdot t_A + x_A; y^{AA1} = \rho_{2,A} \cdot t_A + y_A; z^{AA1} = \rho_{3,A} \cdot t_A + z_A, \quad (13)$$

$$x^{BB1} = \rho_{1,B} \cdot t_B + x_B; y^{BB1} = \rho_{2,B} \cdot t_B + y_B; z^{BB1} = \rho_{3,B} \cdot t_B + z_B. \quad (14)$$

7. Подставив в уравнение (13) и (14) значения (11), (12), (7), (8), координаты точек A и B , получим координаты точки C :

$$\begin{cases} x_C^{AA1} = 1894,74 \cdot 4,75 + 1000 = 10000, \\ y_C^{AA1} = 2000 \cdot 4,75 + 500 = 10000, \\ z_C^{AA1} = 800 \cdot 4,75 + 1200 = 5000. \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} x_C^{BB1} = 1333,33 \cdot 6 + 2000 = 10000, \\ y_C^{BB1} = 1750 \cdot 6 - 500 = 10000, \\ z_C^{BB1} = 600 \cdot 6 + 1400 = 5000. \end{cases} \quad (16)$$

Сравнивая координаты точки C на луче $AA1$ и координаты точки C на луче $BB1$, убеждаемся в том, что их значения одинаковы. Таким образом, точка C действительно является точкой пересечения разных лучей $AA1$ и $BB1$.

Следовательно, созданная аналитическая модель соответствует разработанной геометрической модели.

Таким образом, аналитически доказана возможность применения разработанной геометрической модели.

Выводы

1. Разработанная геометрическая модель может использоваться для бесконтактного определения координат точки объекта при заданном расположении геодезического оборудования.
2. Данная геометрическая модель является основанием для разработки программного обеспечения геодезического оборудования и наглядной схемой использования оборудования инженером.

Список использованной литературы

1. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1986 – 544 с.
2. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1978. – 832 с.
3. Геодезические инструменты SOKKIA. Серия CX. Руководство по эксплуатации. [Электронный ресурс] – Japan: TOPCON CORPORATION. – 75-1 Hasunuma-cho, Itabashi-ku, Tokyo 174-8580. – 312 с. – Режим доступа: <http://www.topcon.co.jp>.
4. Тахеометр Trimble Серия S. Руководство пользователя, версия 06.00, артикул 57021001. [Электронный ресурс] – USA: Trimble Navigation Limited, Engineering and Construction Division, 645 North Mary Avenue, PO Box 3642, Sunnyvale, CA 94085, USA, ноябрь 2008. – 160 с. – Режим доступа: <http://www.trimble.com>.
5. Электронный тахеометр Trimble серии M3 DR. Руководство пользователя, версия 1.00, редакция А. [Электронный ресурс] – USA: Trimble Navigation Limited, Engineering and Construction Division, 5475 Kellenburger Road Dayton, Ohio 45424-1099 USA, декабрь 2009. – 50 с. – Режим доступа: <http://www.trimble.com>.