

УДК 678.023.5

О. М. СИНЮК

Хмельницький національний університет

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРУЖНОГО ВІДНОВЛЕННЯ СТРУМЕНЯ, ЩО ВИХОДИТЬ
З ФОРМУЮЧОЇ ГОЛОВКИ**

Стаття присвячена розробці математичної моделі утворення струменя полімерного матеріалу, що дозволяє досліджувати процес еластичного відновлення струменя після виходу розплаву полімеру з профілюючої головки або сопла. Отримані залежності коефіцієнта еластичного відновлення струменя від розміру впускного каналу, які можна використовувати при проектуванні технологічного обладнання для виробництва синтетичних волокон.

Ключові слова: полімер, волокна, капіляр, профілююча головка, сопло, струмінь, еластичне відновлення.

О. Н. СЫНЮК

Хмельницкий национальный университет

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ СТРУИ, ВЫХОДЯЩЕЙ
ИЗ ФОРМИРУЮЩЕЙ ГОЛОВКИ**

Статья посвящена разработке математической модели образования струи полимерного материала, что позволяет исследовать процесс эластичного восстановления струи на выходе расплава полимера с профилирующей головки или сопла. Полученные зависимости коэффициента эластичного восстановления струи от размера впускного канала, которые можно использовать при проектировании технологического оборудования для производства синтетических волокон.

Ключевые слова: полимер, волокна, капилляр, профилирующая головка, сопло, струя, эластичное восстановление.

O. M. SYNYUK

Khmelnitsky National University

**MODELING OF ELASTIC RECOVERY STREAM COMING OUT OF THE
FORMING HEAD**

We elaborated the mathematical model of the jet of polymer material that allows you to explore the process of elastic recovery after the stream of molten polymer with a profile head or nozzle. We got the resulting coefficient dependence of the elastic recovery of the stream on the size of the inlet channel that can be used in the design of process equipment for the production of synthetic fibers.

Keywords: polymer, fiber, capillary, profiling head, nozzle, stream, elastic recovery.

Постановка проблеми

У практиці формування полімерних виробів, таких як синтетичні волокна, кабелі з полімерною ізоляцією, будівельні профілі і таке подібне відомий факт пружного відновлення полімерної струменя, що виходить з формуючої головки, коли її поперечний розмір в кілька разів може перевищувати діаметр впускного отвору [1-3]. Це явище часто називають Барус-ефектом, кількісною характеристикою якого служить відношення діаметра струменя до діаметру впускного отвору, яке називається коефіцієнтом розбухання (або високоеластичного відновлення).

Якісно очевидно, що зміна розмірів струменя після виходу з капіляра обумовлено високоеластичними деформаціями, накопиченими полімером під час перебування його в формуючій голівці і впускному отворі. Причому тут середовище знаходиться під дією неоднорідних напруг, тобто в різних перерізах зразка накопичується різна пружна деформація. Тому ефект пружного відновлення, що спостерігається, є інтегральним, пов'язаним з різним по радіусу пружним відновленням матеріалу.

Розглянутий ефект спостерігається для будь-яких високоеластичних полімерних систем, але в кожній з них по-різному. Особливий інтерес представляє залежність коефіцієнта високоеластичного відновлення від напруги зсуву для матеріалів, для яких відома повна реологічна крива. При цьому з'являється можливість визначати не тільки якісний, але й кількісний характер розбухання струменя залежно від різних факторів.

Крім цього, при більш строгому підході до проблеми пружного відновлення струменя слід враховувати перебудову профілю швидкостей, що відбувається від моменту виходу з впускного отвору до досягнення сталого стану. Відомо [1], що не тільки точне знання розподілу швидкостей у вихідному перерізі, але й напруг, необхідно для адекватного теоретичного передбачення процесу розбухання, тому що достовірно встановлено, що вплив розміру впускного отвору є значним, а саме приводить до сильного перерозподілу швидкостей і концентрації напружень.

Описані вище проблеми, пов'язані з моделюванням екструзії полімеру з каналу, в сукупності представляють завдання розрахунку течії в'язкопружної рідини з вільною поверхнею в каналі конічної форми.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Необхідно відзначити, що процес еластичного відновлення моделювався різними авторами, які використовують різні чисельні методи: кінцеві різниці [4], кінцеві [5-7] і граничні [8-9] елементи. У цих роботах були використані як релаксаційні реологічні моделі, так і інтегральні. В даний час вважається загально визнаним, що для більш точного і повного опису пружних характеристик середовища найбільш прийнятні інтегральні моделі [10], які охоплюють весь діапазон механічної реакції середовища на зовнішній вплив по всій часовій шкалі. Хоча чисельна реалізація для отримання рішення задачі течії таких рідин складніша в порівнянні з релаксаційним моделями.

В даній роботі для вирішення поставленого завдання будемо використовувати кінцево-різницеви метод, як найбільш алгоритмічний і той, що не пред'являє високі вимоги до можливостей ЕОМ, і який дозволить чисельно досліджувати течію рідини інтегрального типу в конічному каналі довільної конфігурації і на виході з нього.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо течію в'язкопружної рідини з інтегральним реологічним законом в плоскому або циліндричному каналах з раптовим звуженням (рис. 1).

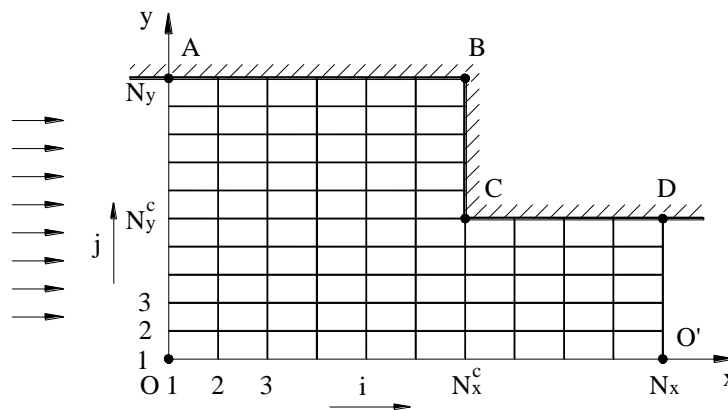


Рис. 1. Розрахункова сітка, якою покривається область течії розплаву полімеру

Задамо наступні параметри каналу: $h_1 = AO$; $h_2 = DO$; $Q_1 = AB/AO$; $Q_2 = CD/DO$, окремий випадок $h_1 = h_2$ відповідає каналу без звуження (течія в трубі). Будемо вважати, що в плоскому випадку має місце декартова система координат x, y , а в осесиметричному – циліндрична система координат x, r, θ . У загальному випадку введемо безрозмірний параметр α , який дорівнює 0 для плоского випадку і 1 для осесиметричного.

Як реологічне рівняння виберемо лінійне інтегральне рівняння з релаксацією у вигляді експоненти:

$$\tau^{ij}(x, t) = \frac{\mu}{\lambda^2} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-\bar{t}}{\lambda}} \cdot \left[(C^{-1}(x, \bar{t}))^{ij} - \delta^{ij} \right] d\bar{t} \tag{1}$$

де τ^{ij} – контраваріантні компоненти тензора надлишкових напруг;

$F^{ij} \equiv (C^{-1})^{ij}$ – контраваріантні компоненти тензора Фінгера, зворотного до тензора деформацій Коші-Гріна C ;

x – радіус-вектор точки в рухомій системі координат, пов'язаної з рідиною;

μ і λ – реологічні константи: в'язкість і час релаксації.

Рівняння (1) відповідає рідині Максвелла і прогнозує для простої зсувної течії; постійну в'язкість; першу різницю нормальних напружень, що пропорційні квадрату швидкості; і другу різницю, що дорівнює нулю.

Контраваріантні компоненти тензора Фінгера $(C^{-1})^{ij}$ і коваріантні компоненти тензора деформації Коші C^{ij} , в нерухомій системі координат обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned} (C^{-1})^{ij}(x) &= \frac{\partial x^i}{\partial(\bar{x})^m} \cdot \frac{\partial x^j}{\partial(\bar{x})^k} \cdot g^{km}(\bar{x}), \\ C^{ij}(x) &= \frac{\partial(\bar{x})^m}{\partial x^i} \cdot \frac{\partial(\bar{x})^k}{\partial x^j} \cdot g_{km}(\bar{x}). \end{aligned} \quad (2)$$

де g^{km} , g_{km} – відповідно контраваріантні і коваріантні компоненти метричного тензора g в нерухомій системі координат.

У випадку плоскої задачі компоненти тензорів напруг і деформацій утворюють симетричні матриці розміром 2x2. У декартовій системі координат різниця між коваріантними і контраваріантними компонентами зникає: $g^{km} = g_{km} = g_m^k = g_k^m$, а компоненти тензора деформації Коші згідно (2) приймають вигляд:

$$\begin{aligned} C_{xx} &= (\bar{x}'_x)^2 + (\bar{y}'_x)^2, \\ C_{yy} &= (\bar{x}'_y)^2 + (\bar{y}'_y)^2, \\ C_{xy} &= \bar{x}'_x \bar{x}'_y + \bar{y}'_x \bar{y}'_y. \end{aligned} \quad (3)$$

Компоненти тензора Фінгера знайдемо з умови $C \cdot F = 1$, тобто:

$$\begin{vmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} F^{xx} & F^{xy} \\ F^{yx} & F^{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

З урахуванням того, що $C_{xx}C_{yy} - C_{xy}^2 \equiv \det C = 1$ (умова нестискаємості) з (4) отримуємо:

$$F^{xx} = C_{yy}, \quad F^{yy} = C_{xx}, \quad F^{xy} = -C_{xy}. \quad (5)$$

В осесиметричному випадку матриця компонент напружень має розмір 3x3 і ненульові компоненти τ^{xx} , τ^{rr} , τ^{xr} , $\tau^{\theta\theta}$; $\tau^{x\theta}$ і $\tau^{r\theta}$ дорівнюють нулю внаслідок симетрії. Тут зручно користуватися фізичними компонентами тензорів:

$$C\langle ij \rangle = \frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^i} \cdot \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^j} \cdot \frac{g_{km}(\bar{x})}{\sqrt{g_{ii}(\bar{x}) \cdot g_{jj}(\bar{x})}}. \quad (6)$$

Оскільки в циліндричній системі координат компоненти метричного тензора на діагоналі рівні одиниці, а решта нулю, то з (6) з урахуванням $\bar{\theta}'_x = \bar{\theta}'_r = \bar{x}'_\theta = \bar{r}'_\theta = 0$, та $\bar{\theta}'_\theta = 1$ отримаємо:

$$\begin{aligned} C\langle xx \rangle &= (\bar{x}'_x)^2 + (\bar{r}'_x)^2, \\ C\langle rr \rangle &= (\bar{x}'_r)^2 + (\bar{r}'_r)^2, \\ C\langle \theta\theta \rangle &= (\bar{r}/r)^2, \\ C\langle xr \rangle &= \bar{x}'_x \cdot \bar{x}'_r + \bar{r}'_x \cdot \bar{r}'_r. \end{aligned} \quad (7)$$

Компоненти тензора Фінгера, як і в плоскому випадку, знаходимо з умови:

$$\begin{vmatrix} C\langle xx \rangle & C\langle xr \rangle & 0 \\ C\langle rx \rangle & C\langle rr \rangle & 0 \\ 0 & 0 & C\langle \theta\theta \rangle \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} F\langle xx \rangle & F\langle xr \rangle & 0 \\ F\langle rx \rangle & F\langle rr \rangle & 0 \\ 0 & 0 & F\langle \theta\theta \rangle \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (8)$$

І, з огляду на умови нестискаємості $\det C \equiv C_{\theta\theta}(C_{xx}C_{rr} - C_{xr}^2) = 1$, отримаємо:

$$\begin{aligned} F\langle xx \rangle &= C\langle \theta\theta \rangle \cdot C\langle rr \rangle, \\ F\langle rr \rangle &= C\langle \theta\theta \rangle \cdot C\langle xx \rangle, \\ F\langle xr \rangle &= -C\langle \theta\theta \rangle \cdot C\langle xr \rangle, \\ F\langle \theta\theta \rangle &= \frac{1}{C\langle \theta\theta \rangle}. \end{aligned} \quad (9)$$

Запишемо основні рівняння стаціонарного течії в змінних "функція току" Φ , "вихор" Θ . При цьому зробимо їх безрозмірними, використовуючи такий вираз:

$$\begin{aligned} x^* &= x/h_1, \quad y^* = y/h_1, \quad u^* = u/u_0, \quad v^* = v/v_0, \quad \tau^* = \frac{h_1 \cdot \tau}{\mu \cdot u_0}, \\ s^* &= \frac{t - \bar{t}}{\lambda} W, \quad \Phi^* = \frac{\Phi}{u_0 h_1}, \quad \Theta^* = \frac{\Theta h_1^{(1-\alpha)}}{u_0}. \end{aligned} \quad (10)$$

де u, v – відповідно, горизонтальна і вертикальна компоненти вектора швидкості;

u_0, v_0 – компоненти вектора швидкості на вході;

s^* – безрозмірний час;

$W = \lambda \cdot u_0 / h_1$ – безрозмірне число Вайсенберга.

Надалі всюди використовуються безрозмірні величини, при цьому зірочки опускаються.

Реологічне рівняння (1) в безрозмірному вигляді запишеться таким чином:

$$\tau^{ij} = \frac{1}{W^2} \int_0^\infty e^{-\frac{s}{W}} \cdot (F^{ij} - \delta^{ij}) ds. \quad (11)$$

В декартовій системі координат функцію току і вихор введемо в такий спосіб:

$$u = \Phi'_y, \quad v = -\Phi'_x. \quad (12)$$

$$\Theta = v'_x - u'_y. \quad (13)$$

Тоді умова нестискаємості задовольниться автоматично, а підстановка (12) в (13) дає таке рівняння для функції току:

$$\Phi''_{xx} + \Phi''_{yy} = -\Theta. \quad (14)$$

Диференціюючи перше рівняння руху за y , а друге за x і віднімаючи з першого друге, отримаємо:

$$(\tau^{xx})''_{xy} + (\tau^{xy})''_{yy} - (\tau^{xy})''_{xx} - (\tau^{yy})''_{xy} = 0. \quad (15)$$

Виділимо в тензор напружень T в'язкопружну добавку \tilde{T} , віднімаючи з T тензор ньютонівських напружень, який для безрозмірної одиничної в'язкості збігається з тензором швидкостей D :

$$\tilde{\tau}^{xx} = \tau^{xx} - 2u'_x, \quad \tilde{\tau}^{yy} = \tau^{yy} - 2v'_y, \quad \tilde{\tau}^{xy} = \tau^{xy} - (u'_y - v'_x). \quad (16)$$

Підставивши (16) в (15), отримаємо з урахуванням (13) рівняння для вихору:

$$\Theta''_{xx} + \Theta''_{yy} = (\tau^{xx})''_{xy} + (\tau^{xy})''_{yy} - (\tau^{xy})''_{xx} - (\tau^{yy})''_{xy}. \quad (17)$$

Отже, в декартовій системі координат необхідно вирішувати систему двох рівнянь (14) і (17) для двох невідомих Φ і Θ , а ті, що входять до рівняння (17) в'язкопружні добавки $\tilde{\tau}^{ij}$ – обчислюються за формулами (11) і (16).

В циліндричній системі координат рівняння для функції току Φ запишеться в такий спосіб:

$$\frac{1}{r^2} \left(\Phi''_{xx} + \Phi''_{rr} - \frac{1}{r} \Phi'_r \right) = -\Theta. \quad (18)$$

В'язкопружні компоненти тензора напружень мають вигляд:

$$\tilde{\tau}^{xx} = \tau^{xx} - 2u'_x, \quad \tilde{\tau}^{rr} = \tau^{rr} - 2v'_r, \quad \tilde{\tau}^{\theta\theta} = \tau^{\theta\theta} - \frac{2v}{r}, \quad \tilde{\tau}^{xr} = \tau^{xr} - (v'_x + u'_r). \quad (19)$$

Виконуючі ті ж операції, що й для плоского випадку, можна отримати диференціальне рівняння для вихору:

$$r \cdot (\Theta''_{xx} + \Theta''_{rr} + 3\Theta'_r) = (\tilde{\tau}^{xr})''_{rr} - (\tilde{\tau}^{xr})''_{xx} + \frac{1}{r} (\tilde{\tau}^{xr})'_r - \frac{\tilde{\tau}^{xr}}{r^2} + (\tilde{\tau}^{xx} - \tilde{\tau}^{rr})''_{xr} + \frac{1}{r} (\tilde{\tau}^{\theta\theta} - \tilde{\tau}^{rr})'_x. \quad (20)$$

Отже, для циліндричних координат необхідно вирішувати систему рівнянь (18) і (20), з яких визначаються функція току і вихор, при цьому в'язкопружні добавки обчислюються за формулами (11) і (19).

Рівняння (18) і (20) можна об'єднати, ввівши параметр α :

$$\frac{1}{y^{2\alpha}} \cdot (\Phi''_{xx} + \Phi''_{yy} - \frac{\alpha}{y} \Phi'_y) = -\Theta, \quad (21)$$

$$y^\alpha (\Theta''_{xx} + \Theta''_{yy} + 3 \cdot \alpha \cdot \Theta'_y) = (\tilde{\tau}^{xy})''_{yy} - (\tilde{\tau}^{xy})''_{xx} + \frac{\alpha}{y} (\tilde{\tau}^{xy})'_y - \alpha \frac{\tilde{\tau}^{xy}}{y^2} + (\tilde{\tau}^{xx} - \tilde{\tau}^{yy})''_{xy} + \frac{\alpha}{y} (\tilde{\tau}^{\theta\theta} - \tilde{\tau}^{yy})'_x$$

Вирішувати цю систему будемо методом кінцевих різниць з проведенням послідовних релаксації. Для цього введемо сітку, показану на рис.1, з постійним кроком h по обох координатах. Для перших і других похідних будемо використовувати центральні різниці з другим порядком апроксимації. Позначивши параметр релаксації через ω ($0 < \omega < 2$), можна записати систему (21) у вигляді, зручному для проведення ітерацій:

$$\Phi_{i,j}^{k+1} = (1-\omega) \cdot \Phi_{i,j}^k + \frac{\omega}{4} \left[\Phi_{i+1,j}^k + \Phi_{i-1,j}^{k+1} + \Phi_{i,j+1}^k \cdot \left(1 - \frac{\alpha \cdot h}{2y_j}\right) + \Phi_{i,j-1}^{k+1} \cdot \left(1 - \frac{\alpha \cdot h}{2y_j}\right) + \Theta_{i,j}^k \cdot h^2 y_j^{2\alpha} \right], \quad (22)$$

$$\Theta_{i,j}^{k+1} = (1-\omega) \cdot \Theta_{i,j}^k + \frac{\omega}{4} \left[\left[\Theta_{i+1,j}^k + \Theta_{i-1,j}^{k+1} + \Theta_{i,j+1}^k \cdot \left(1 - \frac{3\alpha \cdot h}{2y_j}\right) + \Theta_{i,j-1}^{k+1} \cdot \left(1 - \frac{3\alpha \cdot h}{2y_j}\right) \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{y^\alpha} \left[\left[-\tilde{\tau}_{i+1,j}^{xy} - \tilde{\tau}_{i-1,j}^{xy} + \tilde{\tau}_{i,j+1}^{xy} \left(1 - \frac{\alpha \cdot h}{2y_j}\right) + \tilde{\tau}_{i,j-1}^{xy} \left(1 - \frac{\alpha \cdot h}{2y_j}\right) - \frac{\alpha \tilde{\tau}_{i,j}^{xy}}{y_j^2} \right] + \right. \right. \quad (23)$$

$$\left. \left. + \frac{1}{4} \left((\tilde{\tau}^{xx} - \tilde{\tau}^{yy})_{i+1,j+1} - (\tilde{\tau}^{xx} - \tilde{\tau}^{yy})_{i+1,j-1} - (\tilde{\tau}^{xx} - \tilde{\tau}^{yy})_{i-1,j+1} + (\tilde{\tau}^{xx} - \tilde{\tau}^{yy})_{i-1,j-1} \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{\alpha \cdot h}{2y_j} \left((\tilde{\tau}^{\theta\theta} - \tilde{\tau}^{yy})_{i+1,j} - (\tilde{\tau}^{\theta\theta} - \tilde{\tau}^{yy})_{i-1,j} \right) \right] \right\}^k$$

де k – номер ітерації.

Для обчислення компонент тензора напружень за формулою (11) необхідно знати залежність компонент тензора деформацій Коші від часу s в інтервалі $(0; \infty)$. У свою чергу для знаходження компонент тензора деформацій Коші можна використовувати функції зміщення $\bar{x}(x,y,s)$ (3), (7). Для їх визначення скористаємося умовою рівності нулю повної похідної за часом від конвективної координати $\frac{d\bar{x}}{ds} = \frac{d\bar{y}}{ds} = 0$.

Тоді функції зміщення можна знайти з рішення системи гіперболічних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}'_s + u \cdot \bar{x}'_x + v \cdot \bar{x}'_y &= 0, \\ \bar{y}'_s + u \cdot \bar{y}'_x + v \cdot \bar{y}'_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

При чисельному рішенні системи (24) є важливим вибрати схему, як мінімум, з другим порядком точності по просторовим змінним, так як обчислення компонент тензора деформацій суттєво впливає на точність рішення [4].

Будемо використовувати для розв'язку системи явну двошарову за часом схему Лакса-Вендрофа другого порядку точності по просторовим змінним і часу [11].

Розглянемо перше з рівнянь (24). Нехай Δt – крок за часом. Розклавши $\bar{x}(s + \Delta t)$ в ряд Тейлора за часом, враховуючи умову стаціонарності $\bar{u}'_s = \bar{v}'_s = 0$, отримаємо:

$$\bar{x}(s + \Delta t) = \bar{x}(s) - \Delta t (u \cdot \bar{x}'_x + v \cdot \bar{x}'_y) + \frac{1}{2} \Delta t [u(u \cdot \bar{x}'_x + v \cdot \bar{x}'_y)'_x + v(u \cdot \bar{x}'_x + v \cdot \bar{x}'_y)'_y] + 0 \cdot (\Delta t^3)'. \quad (25)$$

Використовуючи центральні різниці для перших і других похідних, можна отримати для значення функції зміщення у вузлі сітки в наступний момент часу вираз:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{l,m}^{n+1} = & \bar{x}_{l,m}^n - \frac{\Delta t}{2h} \left[u_{l,m}^n (\bar{x}_{l+1,m}^n - \bar{x}_{l-1,m}^n) + v_{l,m}^n (\bar{x}_{l,m+1}^n - \bar{x}_{l,m-1}^n) \right] + \frac{1}{4} \left\{ u_{l,m}^n \left[u_{l+1,m}^n (\bar{x}_{l+1,m}^n - \bar{x}_{l-1,m}^n) - u_{l,m}^n (\bar{x}_{l,m}^n - \bar{x}_{l-1,m}^n) + \right. \right. \\ & + u_{l,m}^n (\bar{x}_{l+1,m}^n - \bar{x}_{l,m}^n) - u_{l-1,m}^n (\bar{x}_{l,m}^n - \bar{x}_{l-1,m}^n) + v_{l+1,m}^n (\bar{x}_{l+1,m}^n - \bar{x}_{l+1,m-1}^n) - v_{l-1,m}^n (\bar{x}_{l,m}^n - \bar{x}_{l,m-1}^n) + v_{l,m}^n (\bar{x}_{l,m+1}^n - \bar{x}_{l,m}^n) - \\ & - v_{l-1,m}^n (\bar{x}_{l-1,m+1}^n - \bar{x}_{l-1,m}^n) \left. \right] + v_{l,m}^n \left[u_{l,m+1}^n (\bar{x}_{l,m+1}^n - \bar{x}_{l-1,m+1}^n) - u_{l,m}^n (\bar{x}_{l,m}^n - \bar{x}_{l-1,m}^n) + u_{l,m}^n (\bar{x}_{l+1,m}^n - \bar{x}_{l,m}^n) - \right. \\ & \left. - u_{l,m+1}^n (\bar{x}_{l,m+1}^n - \bar{x}_{l,m}^n) + v_{l,m}^n (\bar{x}_{l,m}^n - \bar{x}_{l,m-1}^n) + v_{l,m}^n (\bar{x}_{l,m+1}^n - \bar{x}_{l,m}^n) - v_{l,m-1}^n (\bar{x}_{l,m}^n - \bar{x}_{l,m-1}^n) \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

Тут введено позначення $\bar{x}_{l,m} = \bar{x}(x_l, y_m, n\Delta t)$. Рівняння для знаходження u аналогічно (26), необхідно тільки x замінити на y .

Розрахункова схема стійка за умови:

$$p^2 = \left(\frac{\Delta t}{h} \right)^2 \leq \frac{1}{8 \cdot \max\{u^2, v^2\}} \quad (27)$$

Початкові умови тут такі: $\bar{x}_{l,m}^0 = x_l$, $\bar{y}_{l,m}^0 = y_m$. Зміщення на осі симетрії обчислюються з (26), де приймається $v = 0$, $\bar{y} = y$, при будь-якому s . На твердих стінках в силу умови прилипання приймаємо $\bar{x} = x$, $\bar{y} = y$. На вході в канал будемо вважати, що $v = 0$, а u – задане, тоді:

$$\bar{x}_{i,j}^n = x_i - u_{i,j} n\Delta t; \quad \bar{y}_{i,j}^n = y_j, \quad j = 1, 2, \dots, N_y - 1. \quad (28)$$

на вході каналу:

$$\bar{x}_{N_x,j}^n = x_{N_x} - u_{N_x,j} n\Delta t; \quad \bar{y}_{N_x,j}^n = y_{N_x}, \quad j = 1, 2, \dots, N_y^0 - 1. \quad (29)$$

Змоделюємо процес еластичного відновлення струменя, використавши кінцево-різницевий метод маркерів і комірок, який був детально розглянутий в роботах [12]. Будемо досліджувати отримання синтетичного волокна з полімерного матеріалу ПВХ. Прийємо тиск на вході у впускний канал рівним 5 МПа, час формування струменя – 0,5 секунд. Крім того, прийємо такі припущення: на виході розплаву з впускного каналу зберігається ізотермічність потоку; гравітаційні сили, що діють на розплав, незначні; полімерний матеріал не стискається; течія полімеру в каналі усталена.

В процесі моделювання будемо досліджувати вплив діаметра впускного каналу, що виконаний без звуження, на лінійні розміри струменя (рис. 2).

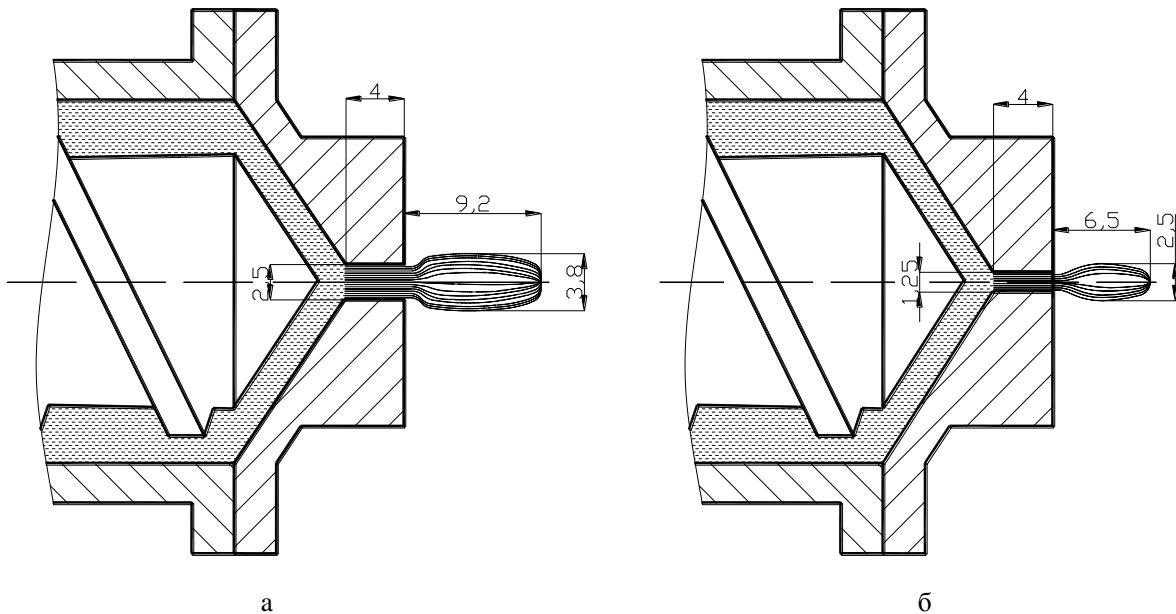


Рис. 2. Моделювання еластичного відновлення струменя
а – діаметр впускного каналу 0,25 мм; б – діаметр впускного каналу 0,12 мм

На рис. 2 показаний процес утворення струменів в результаті витискання полімерного матеріалу через впускні канали різного діаметру, з якого видно, що коефіцієнт еластичного відновлення струменя (K_e) збільшується при зменшенні діаметра впускного каналу (d_k). Так, при $d_k = 0,25$ мм коефіцієнт $K_e = 1,52$, а при $d_k = 0,12$ мм коефіцієнт $K_e = 2,02$. Крім того, змінюється й довжина струменя (L_{cm}).

Так, при $d_k = 0,25$ мм довжина струменя за час 0,5 секунд становитиме 9,2 мм, а при $d_k = 0,12$ мм – становитиме 6,5 мм.

Це пояснюється тим, що пружна деформація, яка накопичилася у розплаві під його час руху у впускному каналі профілюючої головки, відновлюється після зняття зовнішньої сили, тобто при виході з каналу макромолекули переходять у зрівноважений стан і діаметр струменя збільшується при зменшенні його довжини. Але цей процес відбувається тільки при вільному виході струменя. Крім того, слід враховувати, що накопичена пружна деформація відновлюється не повністю, оскільки частина нормальних напружень τ^{xx} врівноважується гідростатичним тиском, що створюється в середині струменя на виході після його еластичного відновлення.

Таким чином, варіюючи конструкційними та технологічними параметрами (діаметром отворів філ'єр, витратою полімерного розплаву) можна визначити діаметр волокон, при якому міцність на розрив та відносне подовження при розриві волокон дозволять отримати неткане полотно.

Оскільки орієнтація макромолекул кількісно пов'язана з напруженнями зсуву [13, 14], то коефіцієнт еластичного відновлення залежить від швидкості зсуву, температури і довжини впускного каналу. Вплив довжини каналу на коефіцієнт еластичного відновлення досліджувався в даній роботі (рис. 3).

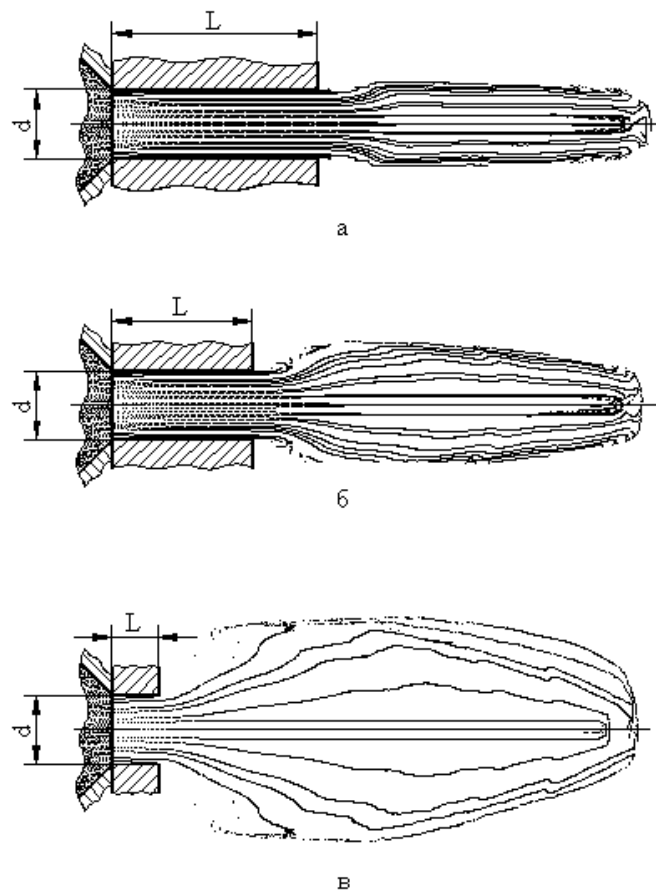


Рис. 3. Моделювання струменя при різних довжинах впускного каналу
а – довжина каналу 22 мм; б – довжина каналу 15 мм; в – довжина каналу 5 мм

Як видно з рис. 3, довжина впускного каналу суттєво впливає на форму і розміри струменя. Так, зі збільшенням довжини каналу L коефіцієнт еластичного відновлення струменя K_e знижується, що пояснюється вхідними втратами тиску. Оскільки на вході у впускний канал мають місце величезні напруження зсуву τ , то при течії полімерного матеріалу в коротких каналах вони до виходу не встигають знизитися і розчин полімерного матеріалу витікає із великим ступенем орієнтації, а коефіцієнт еластичного відновлення струменя більший, ніж в довгих каналах. При збільшенні довжини впускного каналу напруження поступово знижується і на деякій відстані від входу в канал переходячи в усталений режим плинку стає мінімальним, тому висока ступінь орієнтації на вході в канал поступово на виході зменшується, що відображається на формі і розмірах струменя.

Проаналізувавши зміну лінійних розмірів струменя (довжини та діаметру) після еластичного відновлення для впускних каналів діаметром від 12 мкм до 25 мкм та довжиною від 4 мм до 24 мм, були отримані залежності зміни коефіцієнта еластичного відновлення струменя від діаметру і довжини впускного каналу (рис. 4).

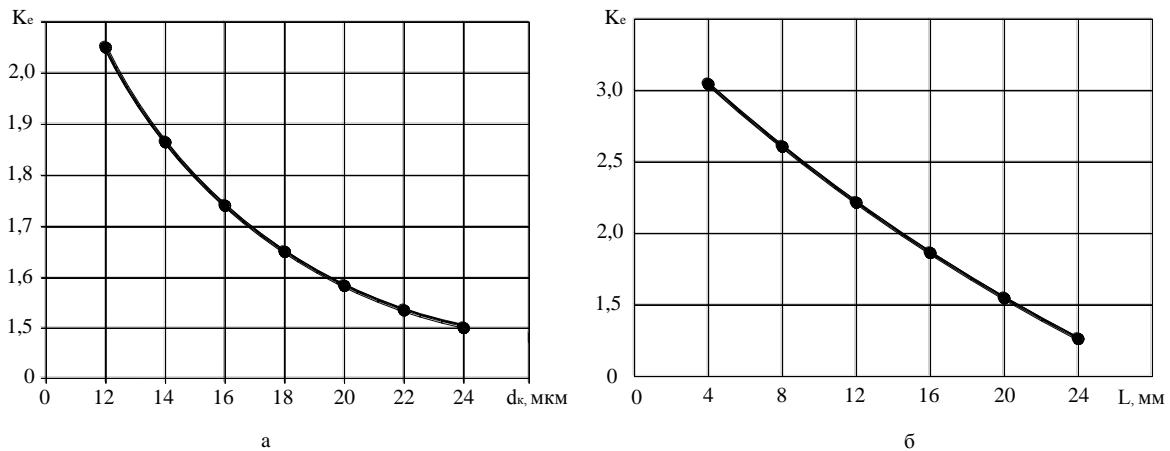


Рис. 4. Залежність зміни коефіцієнта еластичного відновлення струменя від геометричних розмірів впускного каналу
а – залежність K_e від діаметра каналу d_k ; б – залежність K_e від довжини каналу L

Як видно з рис. 4 зміна лінійних розмірів впускного каналу суттєво впливає на коефіцієнт еластичного відновлення струменя, а отже на діаметр та довжину майбутнього волокна.

Аналізуючи подібним чином, можна передбачати зміну коефіцієнта пружного відновлення струменя зі змінною конструкційних параметрів перероблюючого обладнання та технологічних параметрів процесу екструзії. Варіюючи конструкційними параметрами філь'єри, наприклад, лінійними розмірами впускного каналу, можна отримувати задані розміри синтетичних волокон, що є надзвичайно важливим при виробництві виробів легкої промисловості, а саме одягу, коврового покриття, нетканого текстилю і волоконного армуючого наповнювача. Так, дослідження, що проведені в роботах [14], показали, що найбільш оптимальними механічними властивостями володіють композиційні матеріали, що армовані полімерними волокнами довжиною 5...6 мм, а діаметром – 10...15 мкм. Таким чином, визначення конструкційних та технологічних параметрів, що забезпечать отримання волокон, оптимального розміру, є пріоритетною задачею при проектуванні обладнання для виготовлення цих волокон із термопластів.

Висновки

1. Розроблено математичну модель утворення струменя полімерного матеріалу, на основі якої за допомогою кінцево-різницевого методу маркерів і комірок змодельований процес еластичного відновлення струменя після виходу розплаву полімеру з профілюючої головки або сопла.

2. За результатами досліджень зміни лінійних розмірів струменя (довжини та діаметру) в результаті еластичного відновлення після виходу полімерного матеріалу з впускних каналів різної геометричної форми були отримані залежності зміни коефіцієнта еластичного відновлення струменя від діаметру і довжини впускного каналу, які можна використовувати при проектуванні технологічного обладнання для виробництва синтетичних волокон.

Список використаної літератури

1. Виноградов Г. В. Реология полимеров / Г. В. Виноградов, А. Я. Малкин. – М. : Химия, 1977. – 440 с.
2. Тадмор З. Теоретические основы переработки полимеров. / З. Тадмор, К. Гогос. – М. : Химия, 1984. – 632 с.
3. Торнер Р.В. Основные процессы переработки полимеров / Р. В. Торнер. – М. : Химия, 1972. – 454 с.
4. Crochet M. J. Numerical simulation of non-Newtonian flow / M. J. Crochet, A. R. Davies, K. Walters. – New York : Elsevier, 1984. – 352 p.

5. Baracos G. Numerical simulation of extrusion through orifice dies and prediction of Bagley correction for an IUPAC-LDPE melt / G. Baracos, E. Mitsoulis // *Journal of rheology*, 1995. – Vol. 39, № 1. – P. 193-209.
6. Bernstein B., Malkus D. S. Finite elements for stationary fluid flows with memory / B. Bernstein, D. S. Malkus // *Int. J. for Num. Meth. in Fluids*, 1985. – Vol. 5. – № 1. – P. 43-70.
7. Luo X.-L., Mitsoulis E. A numerical study of the effect on elongation viscosity on vortex growth in contraction flows of polyethylene melts / X.-L. Luo, E. Mitsoulis // *J. of Rheology*, 1990. – Vol. 34. – № 3. – P. 309-342.
8. Bush M. B. Boundary element simulation of polymer extrusion processes / M. B. Bush // *Eng. Anal.*, 1987. – Vol. 4. – № 1. – P. 7-14.
9. Bush M. B., Tanner R.I., Phan-Thien N. A boundary element investigation of extrudate swell / M. B. Bush, R. I. Tanner, N. Phan-Thien // *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 1985. – Vol. 18. – № 2. – P. 143-162.
10. Синюк О.М. Вирішення задачі про плин рідини з в'язкістю, що є функцією координат / О. М. Синюк, М. Є. Скиба, Б. М. Злотенко // *Вісник Технологічного університету Поділля*. - 2000. - № 5. – С. 46 - 48.
11. Поттер Д. Вычислительные методы в физике / Д. Поттер. – М. : Мир, 1976. – 392 с.
12. Скиба М.Є., Бурмістенков О.П., Злотенко Б.М., Синюк О.М. Числові методи математичного моделювання в створенні технологічної оснастки для лиття виробів з полімерних матеріалів / М. Є. Скиба, О. П. Бурмістенков, Б. М. Злотенко, О. М. Синюк – Хмельницький: ПП Ковальський В.В., 2002. – 148 с.
13. Лапшин В. В. Основы переработки термопластов литьем под давлением / В. В. Лапшин. – М. : Химия, 1974. – 270 с.
14. Бортников В. Г. Основы технологии переработки пластических масс: Учебное пособие для вузов / В. Г. Бортников – Л.: Химия, 1983. – 304 с.