УДК: 667.024.487.52

І.Й. ВАЙНЕР, І.А. ШАТОХІНА
Херсонський національний технічний університет

АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ ПАКУВАНЬ ТЕКСТИЛЬНИХ НИТОК

У статті представлений аналіз пакувань текстильних матеріалів, пропонованих у вигляді суцільного анізотропного квазіпружного середовища. Ідеологія математичного моделювання представлена безперервним процесом у вигляді накладення окремих шарів по мірі формування пакування. При цьому зміна напружено-деформованого стану окремих шарів знаходиться в межах їх пружних властивостей. В основу визначення дискретних значень фізико-механічних параметрів шарів намотування покладено ітеративний метод. Таким чином, фактори і параметри пакування представляються у вигляді безперервних реалізацій. Це робить можливим дискретизацію їх і, застосовуючи теорію суцільного квазіпружного середовища для окремих шарів, стежити за змінами в пакуванні в цілому по методу Лагранжа. Даний метод уможливлює максимальне наближення математичної моделі до реального процесу. В основу моделі покладено фізико-механічні параметри намотуваного матеріалу і тіла намотування, отримані експериментальним шляхом. Розрахунки на основі отриманих співвідношень добре узгоджуються з експериментальними даними розподілу тиску і щільності намотування по радіусу пакування.

Ключові слова: пакування, процес, моделювання, ітеративний, накладення, дискретизація, тиск, щільність.

И.И. ВАЙНЕР, И.А. ШАТОХИНА
Херсонский национальный технический университет

АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ПАКОВОК ТЕКСТИЛЬНЫХ НИТЕЙ

В статье представлен анализ паковок текстильных материалов, предлагаемых в виде сплошной анизотропной квазиупругой среды. Идеология математического моделирования представлена непрерывным процессом в виде наложения отдельных слоёв по мере формирования паковки. При этом изменение напряжённо-деформированного состояния отдельных слоёв находится в пределах их упругих свойств. В основу определения дискретных значений физико-механических параметров слоёв намотки положен итеративный метод. Таким образом, факторы и параметры паковки представляются в виде непрерывных реализаций. Это делает возможным дискретизацию их и, применяя теорию сплошной квазиупругой среды для отдельных слоёв, следить за изменениями в паковке в целом по методу Лагранжа. Данный метод делает возможным максимальное приближение математической модели к реальному процессу. В основу модели положены физико-механические параметры наматываемого материала и тела намотки, полученные экспериментальным путём. Расчёты на основе полученных соотношений хорошо согласуются с экспериментальными данными распределения давления и плотности намотки по радиусу паковки.

Ключевые слова: паковка, процесс, моделирование, итеративный, наложение, дискретизация, давление, плотность.

I.Y. VAJNER, I.A. SHATOKHINA
Kherson National Technikal University

THE ANALYSIS OF THE PROCESS OF THE FORMATION OF PACKAGES OF TEXTILE YARNS

The analysis of packages of textile materials, presented in the form of a solid anisotropic quasi-elastic medium. Mathematical modeling ideology represented by a continuous process as a superposition of the individual layers as the formation of the package. The change tense -deformed condition of the individual layers is within the range of their elastic properties. The definition of discrete values of the physico-mechanical properties of the winding layers laid iterative method. Thus, the factors and options packages are presented in the form of continuous realizations. This makes it possible sampling them and by applying the theory of quasi-elastic solid medium for the individual layers, monitor changes into a package as a whole on the Lagrange method. This method makes it possible to maximum approximation of the mathematical model to the real process. The model is based on physical and mechanical properties of material to be wound and the winding body obtained experimentally. Calculations based on these relations are in good agreement with the experimental data of pressure distribution and winding density at the radius of the package.

Keywords: packing, process, modeling, iterative, application, sampling, pressure, density.

Постановка проблеми

Розробка керованих технологічних процесів за допомогою сучасних засобів автоматики та обчислювальної техніки - найважливіший шлях вдосконалення і витратності виробництва, підвищення якості продукції. В основі керованості будь-якого процесу лежить чітке розуміння впливу різних чинників на кінцевий результат. Але цього не достатньо. Необхідні алгоритми зміни факторів таким чином, щоб у підсумку отримати очікуваний результат. Найважливішим методом створення таких алгоритмів є математичне моделювання.

Формування мети дослідження

Мета дослідження - на основі фізико-механічних параметрів текстильних ниток і тіл намотування створення універсальної математичної моделі формування намотувальних виробів і на її основі отримання фізико-механічних параметрів кінцевого продукту з метою можливості впливу на цей процес і отримання пакувань з наперед заданими властивостями. При цьому тіло намотування представляється як квазіпружнє суцільне середовище.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо процес формування пакувань текстильних ниток (надалі - пакування) при відсутності укочуючого впливу. Визначальними факторами напружено-деформованого стану пакування є намотувальний натяг і фізико-механічні параметри намотуваного матеріалу. При цьому пакування володіє трьохмірною анізотропією пружних властивостей. Ідеологія математичного моделювання полягає в послідовному накладенні шарів матеріалу в пакуванні, що формується з впливом на попередні шари з відомими параметрами і зміною їх у вузькому діапазоні навантажень під впливом шару, що накладається. В основу визначення дискретних значень фізико-механічних параметрів шарів намотування покладено ітеративний метод [1]. Сучасні обчислювальні засоби дозволяють легко впоратися з цим завданням. Таким чином, фактори і параметри пакування представляються у вигляді безперервних реалізацій. Це робить можливим дискретизацію їх і, застосовуючи теорію суцільного квазіпружного середовища для окремих шарів, стежити за змінами в пакуванні в цілому по методу Лагранжа. Даний метод уможливлює максимальне наближення математичної моделі до реального процесу.

Виділимо в тілі намотування елемент нескінченно малої товщини одиничної довжини (рис. 1). Спроектуємо всі силові фактори на вісь У.

$$qrd\alpha - (q + dq)(r + dr)d\alpha + dF_M + 2dF_T \sin({}^{d\alpha}/_{2}) - 2\sigma_C\, sin\left({}^{d\alpha}/_{2}\right) = 0 \quad (1)$$

Так як $d\alpha \to 0$, то $(\mathrm{Sin}\,{}^{d\alpha}/_{2} = {}^{d\alpha}/_{2})$;

$$qr - (q + dq)(r + dr) + {}^{dF_M}/_{d\alpha} + dF_T - \sigma_C dr = 0 \quad (2)$$

де dF_M - елементарна сила інерції маси виділеного елемента;

dF_T - елементарна сила тертя-зчеплення витків.

Відповідно до [2]: $\sigma_{н.с} = \sigma_н æ \,\mathrm{Cos}^2\,\beta$

де β - кут підйому витка,

$\sigma_н$ - нормальні напруги в ниті з урахуванням релаксації напружень,

æ - коефіцієнт заповнення шару.

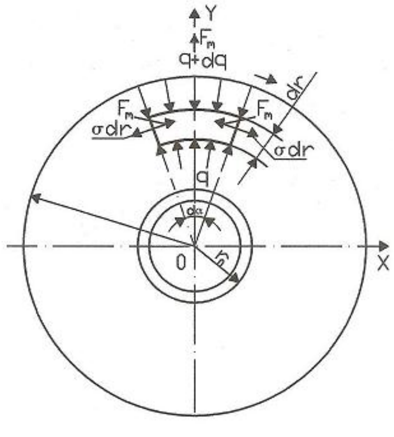

Рис. 1. Розподіл тиску по радіусу снувального пакування бавовняної пряжі

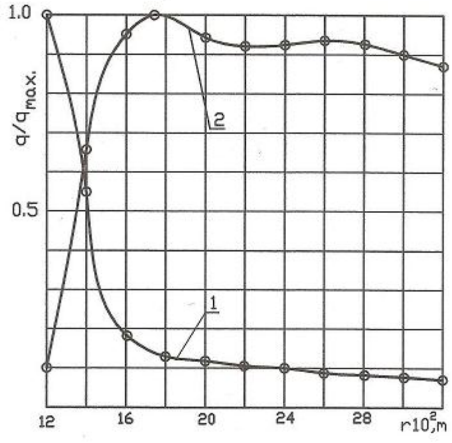

Рис. 2. Зміна тиску на основу по мірі її формування

$$dF_M = r\omega^2 dm;$$
$$dm = æ r^2 \rho_н d\alpha dr;$$

і, отже:

$$dF_M = \omega^2 æ r^2 \rho_н d\alpha dr;$$
$$dF_M = d\varphi dr$$

де ω – кутова швидкість пакування;
m – маса елемента;
φ – коефіцієнт тертя-зчеплення;
$\rho_с = æ\rho_н$ – щільність шару,
$\rho_н$ – щільність ниті.

Після перетворення отримуємо:

$$dq/_{dr} + {}^{q(1-\varphi)}/_{r} = \omega^2 æ r \rho_н - \sigma_с \quad (3)$$
$$\sigma_с = \sigma_{н.с} + \Delta\sigma_с,$$

де $\sigma_{н.с}$ – початкова розтяжна напруга в шарі;
$\sigma_н$ – розтяжна початкова напруга нитки;
$\Delta\sigma_с$ – зміна розтяжної напруги в результаті тиску вищележачих шарів.

На основі фізико-геометричних співвідношень, які використовуються в теорії пружності анізотропних середовищ [3], запишемо:

$$\varepsilon_r = {}^{d\delta_r}/_{dr} = {}^{q}/_{E_r} - {}^{\mu\theta r \sigma_с}/_{E_\theta}$$
$$\varepsilon_\theta = {}^{\delta_r}/_{r} = {}^{\sigma_c}/_{E_\theta} - {}^{\mu_r \theta q}/_{E_r} = {}^{\sigma_н æ \operatorname{Cos}^2\beta}/_{E_\theta} - {}^{\mu_r\theta q}/_{E_{r.c}}$$

$$\Delta\sigma_c = -({}^{E_\theta \delta_r}/_{r} + {}^{\mu_r \theta q E_\theta}/_{E_r})$$

Складовою, що містить коефіцієнт Пуассона, можна знехтувати з міркувань, викладених в [4].

$$E_\theta = æ E_н;$$
$$\Delta\sigma_с = {}^{æE_н\delta_r}/_{r} \quad \text{та} \quad \sigma_с = \sigma_н æ \operatorname{Cos}^2\beta - {}^{æE_н\delta_r}/_{r}$$

де $E_{\theta.с}$ – модуль пружності шару на розтяг;
$E_н$ – модуль пружності нитки;
δ_r – деформація шару в радіальному напрямку;
β – кут підйому витків;
μ – коефіцієнт Пуассона.

Підставляємо отримані вирази в (3)

$$dq/_{dr} + {}^{q(1-\varphi)}/_{r} = æ r\rho_н\omega^2 - (\sigma_н æ \operatorname{Cos}^2\beta - {}^{æE_н\delta_r}/_{r} \quad (4)$$

Продиференціюємо рівняння (4) по радіусу r з урахуванням наведених вище закономірностей, після ряду перетворень отримуємо:

$$r^2 d^2q/_{d^2r} + {}^{(1-\varphi) r dq}/_{dr} + q(\varphi - 1 + E_н æ) = æ\rho_н\omega^2 r^2 + {}^{\sigma_н æ 2E_н}/_{E_r \cos^2\beta} \quad (5)$$

Введемо позначення:

$$1 - \varphi = A$$
$$\varphi + E_н æ = B$$
$$\rho_н æ \boldsymbol{\omega^2} = D; \qquad {}^{2\sigma_н æ \boldsymbol{E}_н}/_{E_r} \operatorname{Cos} 2\beta = G$$
$$r^2 d^2q/_{dr^2} + {}^{Ardq}/_{dr} + Bq = Dr^2 + G \quad (6)$$

Для неоднорідного диференціального рівняння з постійними коефіцієнтами (6) шукаємо спочатку рішення для однорідної частини:

$$r^2 d^2 q /_{d^2 r} + Ardq/_{dr} + Bq = 0 \quad (7)$$

Представимо: $q(r) = r^Z$

$$r^2 d^2 (r^z)/_{dr^2} + Ard(r^Z)/_{dr + Br^Z} = 0$$

$$z^2 r + z(A-1)r^Z + Br^Z = 0$$

$$[z^2 + z(A-1) + B]r^Z = 0;$$

Так як $r^Z \neq 0$, то $z^2 + z(A-1) + B = 0$

$$Z_{1,2} = -A/_2 \pm (1/_2)\sqrt{A^2 - 2A - 4B + 1} + 1/_2$$

Загальне рішення для однорідної частини (7):

$$q_0(r) = C_1 r^{A/_2 - (1/_2)\sqrt{A^2-2A-4B+1} + 1/_2} + C_2 r^{A/_2 + (1/_2)\sqrt{A^2-2A-4B+1} + 1/_2} \quad (8)$$

Права частина рівняння (6) являє многочлен другого ступеня. Окреме рішення шукаємо так само у вигляді многочлена другого ступеня.

$$g_1(r) = C_1{}^1 r^2 + C_2{}^1 r + S \quad (9)$$

Для вирішення використовуємо метод невизначених коефіцієнтів. Знаходимо першу і другу похідну від $g_1(r)$:

$$g_1(r)^` = 2C_1{}^1 r + C_2{}^1 ;$$
$$g_1(r)^{``} = 2C_1{}^1$$

Підставимо отримані вирази в ліву частину неоднорідного рівняння:

$$2C_1{}^2 r^2 (1 + 2A) + ArC_2{}^1 + B\left(C_1{}^1 r^2 + C_2{}^1 r + S\right) = Dr^2 + O_r + G$$

$$C_1{}^1 r^2 (2 + 2A + B) + \left(AC_2{}^1 + BC_2{}^1\right)r + BS = Dr^2 + O_r + G$$

$$\left|\begin{matrix} C_1{}^1(2+2A+B) = D \\ AC_2{}^1 + BC_2{}^1 = 0 \\ BS = G \end{matrix}\right| \rightarrow \left|\begin{matrix} C_1{}^1 = D/(2A-B-2) \\ C_2{}^1 = -(A+B) \\ S = G/B \end{matrix}\right|$$

Підставимо отримані значення у вираз (9):

$$g_1(r) = \left[Dr^2/_{(2A-B-2)}\right] - (\mathrm{A}+\mathrm{B})r + G/B$$

Загальне рішення неоднорідного рівняння дорівнює сумі загального рішення однорідного рівняння і окремого рішення рівняння (6)

$$q(r) = C_1 r^{A/_2 - (1/_2)\sqrt{A^2-2A-4B+1} + 1/_2} + C_2 r^{A/_2 + (1/_2)\sqrt{A^2-2A-4B+1} + 1/_2} + \left[Dr^2/_{2A-B-2)}\right] - (A+B)r + {} + G/_B \quad (10)$$

Як було зазначено вище, методика розрахунку полягає у визначенні параметрів окремих шарів по мірі намотування верхніх шарів. Параметри шарів на їх межах постійно змінюються по мірі формування пакування, отже будуть змінюватися постійні C_1 і C_2, що названі ковзаючими постійними [3]. Таким чином, ковзаючі постійні інтегрування в рівнянні (10) знаходимо у межах кожного і-го шару с внутрішнім радіусом r_{j-1} і зовнішнім радіусом r_j. Рівняння (10) в цьому випадку має вигляд:

$$g(r_i) = C_{1,i}r_i^{z_1} + C_{2,i}r_i^{z_2} + \left[Dr^2 / 2A - B - 2 \right] - (A+B)r + G/B \tag{11}$$

В цьому випадку:
$$\varepsilon(r_j - 1) = \lambda_T q(r_j - 1);$$
$$q = q(r_j)$$

Тут $\lambda_г = 1/E_г$ - середній модуль податливості тіла намотування, на якому лежить розглянутий шар і який змінюється в міру намотування пакування.

Напруга ниток на радіусі r_0 дорівнює намотувальному натягу, так як радіальні деформації котушки близькі до 0:

$$\delta(r_0) = 0$$

і

$$\sigma_{н.с}(r_0) = \sigma_н æ \operatorname{Cos}^2 \beta$$

На поверхні першого шару, при відсутності наступних шарів, тиск $q(r_0)$ так само дорівнює 0. З фізико-механічних співвідношень анізотропних тіл знаходимо першу граничну умову для першого шару:

$$q(r_0) = \sigma_н \operatorname{Cos}^2 \beta E_r / E_н$$

$$\sigma_н \cos^2 \beta E_r / E_н = C_{1,1}r_0^{z_1} + C_{2.1}r_0^{z_2} + \left[Dr_0^2 / 2A - B - 2 \right] - (A+B)r_0 + G/B$$

Другу граничну умову для першого шару:

$$C_{1.1}r_1^{z_1} + C_{2.1}r_1^{z_2} + \left[Dr_1^2 / 2A - B - 2 \right] - (A+B)r_0 + G/B = 0$$

Для спрощення викладення позначимо:

$$\sigma_н \operatorname{Cos}^2 \beta\, E_r / E_н - Dr_0^2 / 2A - B - 2 + (A+B)r_0 - G/B = M_1$$

$$Dr_1^2 / 2A - B - 2 + (A+B)r_1 - G/B = M_2$$

Граничні умови запишуться:

$$C_{1.1}r_0^{z_1} + C_{2.1}r_0^{z_2} = M_1|r_1^{z_2}|r_1^{z_1}|$$
$$C_{1.1}r_1^{z_1} + C_{2.1}r_1^{z_2} = M_2|r_0^{z_2}|r_0^{z_1}|$$

Спільно вирішуючи отримані рівняння, знаходимо:

$$C_{11} = M_1 r_2^{z_2} - M_2 r_0^{z_2} / r_0^{z_1} r_1^{z_2} - r_0^{z_2} r_1^{z_1}$$

$$C_{12} = M_1 r_1^{z_1} - M_2 r_0^{z_1} / r_0^{z_2} r_1^{z_1} - r_0^{z_1} r_1^{z_2}$$

У загальному випадку шукаємо ковзаючі коефіцієнти для j-го шару на його кордонах як величини змінні по мірі формування пакування Cj - для зовнішнього радіуса j-го шару і Cj-1 - для внутрішнього радіусу цього шару.

У загальному вигляді постійні коефіцієнти інтегрування запишуться:

$$C_{1,j} = M_1 r_j^{z_2} - M_2 r_{j-1}^{z_2} / r_{j-1}^{z_1} r_j^{z_2} - r_{j-1}^{z_2} r_j^{z_1} \tag{12}$$

$$C_{2,j} = {M_1 r_j^{Z_1} - M_2 r_{j-1}^{Z_1}} \Big/ {r_{j-1}^{Z_2} r_j^{Z_1} - r_{j-1}^{Z_1} r_j^{Z_2}} \tag{13}$$

В кінцевому вигляді рівняння

$$q(r_j) = C_{1,j} r^{A/2-(1/2)\sqrt{A^2-2A-4B+1}+1/2} + C_{2,j} r^{A/2+(1/2)\sqrt{A^2-2A-4B+1}+1/2} +$$

$$+\left[{Dr_j^2}\Big/{2AB-2)} - (A+B)r + {G}/{B} \right] \tag{14}$$

Рівняння (14) сумісно з прийнятими граничними умовами (12) і (13) дозволяє, застосовуючи метод Ейлера, простежити за зміною структурних параметрів кожного шару від r_0 до R в процесі формування пакування. При цьому параметри кожного шару змінюються дискретно зі зміною тиску на його поверхні. На кінцевій стадії розрахунку здійснюється перехід до безперервної зміни параметрів по радіусу пакування.

На рис. 2 показані у відносних одиницях графіки розподілу тиску по радіусу снувального пакування бавовняної пряжі при намотувальному натягу 0,3N. Графік 1 - розподіл тиску по радіусу; графік 2 - тиск на вал снувального пакування по мірі його намотування. На рис. 3 показані в відносних одиницях графіки зміни тиску і щільності намотування бобіни бавовняної пряжі 29 текс пневмомеханічного прядіння при намотувальному натягу 0,15N. Тут графік 1 і 2 - відповідно експериментальна $\rho_э(r)$ і теоретична $\rho_т(r)$ криві розподілу щільності намотування по радіусу; графіки 3 і 4 - відповідно експериментальна $q_э(r)$ і теоретична $q_т(r)$ криві розподілу тиску по радіусу намотування. На рис. 4 показані графіки зміни відносного переміщення шарів намотування по мірі формування пакування. Тут крива 1 отримана експериментально, крива 2 - розрахунковим шляхом.

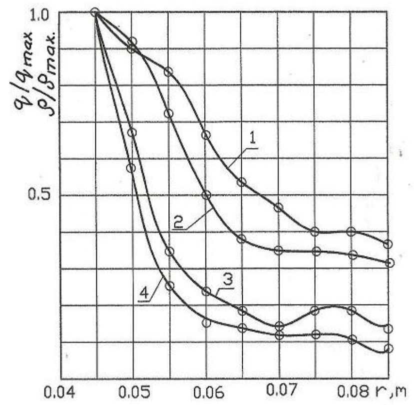

Рис. 3. Розподіл тиску і щільності намотування по радіусу бобіни бавовняної пряжі 29 текс

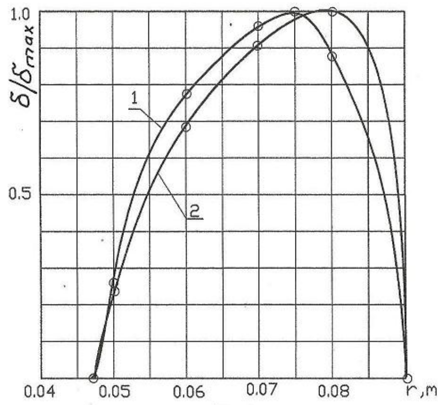

Рис. 4. Переміщення шарів циліндричної бобіни бавовняної пряжі по мірі її формування

Висновки

1. На основі поєднання методів пошарового спостереження за процесом намотування пакування та подання окремих шарів як суцільного поля розподілу сил, включаючи масові сили інерції і опору зсуву шарів відносно один одного, отримані основні співвідношення для розрахунку тіл намотування з урахуванням реологічних особливостей текстильних матеріалів, масових сил інерції при обертанні пакування і сил опору зрушенню між окремими шарами тіла намотування.
2. Наведено результати розрахунку розподілу тиску, щільності і відносного переміщення шарів намотування по радіусу пакувань, що показують повну відповідність експериментальним даним.

Список використаної літератури

1. Фильчаков П.Ф. Численные и графические методы прикладной математики.- Киев, Наукова думка, 1970.
2. Степанов В.А, Саввин А.П. К расчёту давления нитей на основание паковки. Изв.ВУЗов. Технология текстильной промышленности. №3, 1971.
3. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М., Наука, 1977.
4. Вайнер И.И. Влияние эффекта Пуассона на напряжённое состояние паковок текстильных нитей. Изв. ВУЗов, Технология текстильной промышленности №2, 1992.