

УДК 004.942

В.И. ДУБРОВИН, С.А. ИКОЛ
Запорожский национальный технический университет
Э.А. ТРОЦЕНКО
ООО «Инфоком ЛТД»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ

В данной работе рассмотрен принцип построения математической модели передвижения автомобиля на основе линейного плоского одноколесного подхода. Предложена усовершенствованная математическая модель передвижения автомобиля Гойя. Представлены результаты исследования точности позиционирования математической модели по сравнению с данными полученными с GPS датчика.

Ключевые слова: математическая модель передвижения, передвижение в колонне, относительное позиционирование.

V.I. DUBROVIN, S.O. IKOL
Запорізький національний технічний університет
E.A. TROTSENKO
ТОВ «Інфоком ЛТД»

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЕРЕСУВАННЯ АВТОМОБІЛЯ

У даній роботі розглянуто принцип побудови математичної моделі пересування автомобіля на основі лінійного плоского одноколесного підходу. Запропоновано удосконалену математичну модель пересування автомобіля Гойя. Представлені результати дослідження точності позиціонування математичної моделі в порівнянні з даними, отриманими з GPS датчика.

Ключові слова: математична модель пересування, пересування в колонні, відносно позиціонування.

V.I. DUBROVIN, S.A. IKOL
Zaporozhye national technical university
E.A. TROTSENKO
Infocom Ltd

MATHEMATICAL MODEL OF CAR MOVEMENT

The article views, the principle of constructing a mathematical model of car movement based on a linear flat one-wheel scheme is considered. An improved mathematical model for the movement of the Goya car is proposed. The results of the study of the accuracy of the positioning of the mathematical model are compared with the data obtained from a GPS sensor.

Keywords: mathematical model of movement, movement in a column, relative positioning

Постановка проблемы

Многие приложения для беспилотных наземных транспортных средств (БНТС) включают в себя автономное взаимодействие между двумя или более автомобилями. Такое взаимодействие выражается в использовании рядом идущих автомобилей в качестве локального позиционирования, в условиях невидимости дорожной разметки, или движения в колонне, где траектория впереди идущего автомобиля является маршрутом для следования следующего. Для грузовых автомобилей появился термин truck platooning [1], который подразумевает объединение грузовых автомобилей в колонны для дальнейшего совместного передвижения по заданному маршруту с сохранением минимальной дистанции между всеми участниками. Первый автомобиль в колонне является ведущим, а другие следующие за ним грузовики подстраиваются под его параметры движения. Этот подход позволяет добиться ощутимой экономии топлива и сокращения уровня выбросов углекислого газа за счёт уменьшения лобового сопротивления.

Рассмотрим колонну автомобилей, перемещающихся по городской местности, где первый ведущий автомобиль управляется человеком, как показано на рис. 1.

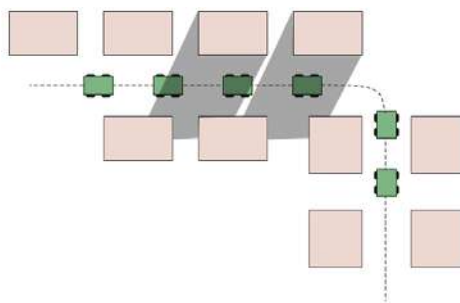


Рис. 1. Колонна автомобилей в условиях городского ландшафта

Каждый следующий автомобиль (ведомый) будет использовать видеокамеру, чтобы следить за впереди идущим автомобилем (ведущим). Это очень сложная задача потому что непрямолинейное движение ведущих автомобилей вызывает увеличение ошибки при передвижении ведомых автомобилей. Эти дестабилизирующие движения могут проходить через всю колонну. При этом возникают следующие проблемы, которые необходимо решить:

- отсутствие информации о местоположении;
- отсутствие связи между транспортными средствами;
- периодическое пропадание образа ведущего автомобиля из поля зрения видеокамер.

На рис. 1 показаны транспортные средства, поворачивающие под углом в 90 градусов вокруг здания или каких-либо других препятствий. В данной ситуации ведущий автомобиль пропадет из поля зрения ведомого автомобиля. Поэтому управление ведомым автомобилем, основанное на идее прямого слежения и управления, было бы неэффективным, потому что ведомый автомобиль срезал бы углы и ударялся в препятствия. Вместо того, чтобы напрямую ехать на визуальную цель, ведомый автомобиль получает относительные данные о положении визуальной цели и создает путь, описывающий движение визуальной цели – ведущего автомобиля. На рис. 2 показаны данные относительного положения автомобилей в виде черных точек и относительный путь, который строится из данных, полученных с видеокамер. Первый ведущий автомобиль, управляется пилотом вдоль этого пути, что позволяет ведомому автомобилю избегать стационарные препятствия.



Рис. 2. Относительное положение ведущего автомобиля

Система GPS может использоваться для получения текущего положения для управления ведомым автомобилем; однако относительные расстояния между автомобилями могут быть меньше чем погрешности в данных, полученных с GPS-датчика. При таких погрешностях ведущий автомобиль может представлять собой препятствие для ведомого автомобиля.

Решение, которое не подразумевает связи между транспортными средствами, очень востребовано на сегодняшний день. Военные приложения требуют, чтобы транспортные средства, которые могут быть перехвачены, передавали минимальное количество сигналов. Передаваемый сигнал можно отследить, что облегчает для противника поиск транспортных средств.

Для решения задачи определения относительного положения ведущего автомобиля предлагается разработать математическую модель передвижения автомобиля. Используя данные с видеокамер об относительном передвижении ведущего автомобиля и данные, полученные с помощью математической модели о текущем положении и ориентации ведомого автомобиля, становится возможным рассчитать относительную траекторию движения ведомого автомобиля.

Анализ последних исследований и публикаций

При проектировании систем управления автономных транспортных средств (АТС) необходимы математические модели, отражающие основные свойства автомобиля, как объекта управления, и позволяющие прогнозировать реакцию и поведение автомобиля на воздействия внешней среды, воздействия со стороны исполнительных механизмов системы автоматического управления и воздействия со стороны водителя.

Исследователям (например, [2-4]) часто приходится прибегать к упрощению зависимостей взаимодействия пневматической шины с опорной поверхностью, упрощать тригонометрические функции в расчетах углов увода и кинематики рулевого управления, накладывать ограничения на углы поворота колес и минимальную скорость движения и т.д. Все это не лучшим образом сказывается на точности получаемых результатов и показывает расхождение расчетных данных с экспериментальными в пределах 20%. При оценке и прогнозировании эксплуатационных характеристик АТС с применением алгебраических или частотных критериев устойчивости [5, 6], очевидным является то обстоятельство, что результаты подобных оценок варьируются в зависимости от составленной системы уравнений, принятых допущений и исходных данных.

Широко применялся линейный плоский одноколейный («велосипедный») подход к моделированию передвижения автомобиля в инерциальной системе координат [7]. В данной модели отсутствует подвеска, колеса жестко закреплены, принимается постоянная скорость прямолинейного движения, уравнения динамики записывались только для движения в поперечном направлении и во вращении относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс автомобиля.

В работе Гойя [8] рассматривается движение колонны с помощью данных, полученных с видеокамер. В данной работе сделан большой акцент на стабилизацию передвижения колонны как единой системы. Но разработанная математическая модель не в полной мере описывает передвижение автомобиля, поскольку в ней не учитывается вращение автомобиля вокруг своей оси и вокруг центра системы координат. Так же, координаты x, y рассчитываются на единичной окружности и не привязаны к пройденному расстоянию автомобиля.

Принимается допущение, что колеса не имеют массы, а боковой увод возникает за счет деформаций пневматических шин, оцениваемых их боковыми жесткостями. Значение критической скорости автомобиля, при которой боковое движение изменяет свой характер от устойчивого аperiodического движения к неустойчивому колебательному, определяется выражением:

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{2 * K_{y1} * K_{y2} * (l_1 + l_2)^2}{m_a * (K_{y1} * l_1 - K_{y2} * l_2)}} \quad (1)$$

где: m_a – масса автомобиля; K_{y1}, K_{y2} – коэффициенты сопротивления боковому уводу передней и задней оси, соответственно; l_1, l_2 – расстояние от центра тяжести автомобиля до передней и задней оси, соответственно.

Таким образом, автомобиль с закрепленным рулевым управлением будет устойчив при всех скоростях движения, если по абсолютной величине произведение расстояния от задней оси до центра тяжести автомобиля на коэффициент сопротивления боковому уводу задних колес будет меньше произведения расстояния от передней оси автомобиля до центра тяжести на коэффициент сопротивления боковому уводу передних колес.

Цель исследования

Целью данной работы является разработка математической модели передвижения автомобиля для уменьшения ошибки поперечного перемещения автомобилей в колонне.

Задача исследования заключается в разработке и анализе адекватности математической модели передвижения автомобиля.

Основной материал исследования

Для реализации расчетов перемещения и проецирования пути движения автомобиля необходимо разработать такую модель, которая позволит учитывать характеристики различных автомобилей. Их отличительной чертой является колесная база d – расстояние между задним и передним колесом, и максимальный угол поворота передних колес $\gamma_{l,r}$. Вследствие своей конструкции движение автомобиля при нормальных условиях дорожного покрытия ограничивается движением по прямой (A_4, A_5) либо по контуру определенной окружности (A_1, A_2, A_3, A_4) (рис. 3). Радиус окружности R , по которой может проехать автомобиль, зависит от его колесной базы и угла поворота передних колес, и рассчитывается по формуле:

$$R = \frac{d}{\tan(\gamma) * \left(\frac{\pi}{180}\right)} \quad (2)$$

Из-за механических особенностей автомобиля, датчик контроля поворота руля выдает значения не в диапазоне от -100 (полный поворот налево), до +100 (полный поворот направо), а для каждого автомобиля по-разному. Например, -125 – полный поворот налево, +136 – полный поворот направо.

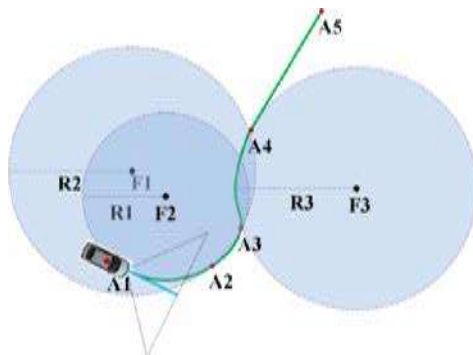


Рис. 3. Ожидаемая траектория движения автомобиля

Зная эти данные и значение максимально возможного угла поворота переднего колеса W_{max} , можно узнать текущий угол поворота передних колес $\gamma_{l,r}$.

$$\gamma_{l,r} = abs\left(\frac{W_{steering} * W_{max}}{100\%}\right), \tag{3}$$

где $W_{steering}$ – текущее значение датчика положения руля.

Для корректного перемещения модели автомобиля необходимо, также, следить за перемещением центра окружности, по которой движется автомобиль.

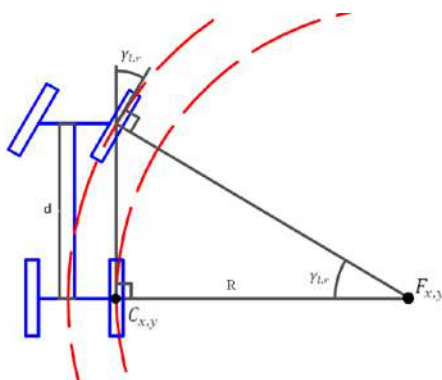


Рис. 4. Схема движения по окружности

Расчет координаты центра окружности, по которой планируется движение, производится относительно текущей координаты расположения автомобиля и его вектора направления.

$$\begin{aligned} P_x &= C_x + (N_x - C_x) * \cos\left(\phi * \frac{\pi}{180}\right) - (N_y - C_y) * \sin\left(\phi * \frac{\pi}{180}\right) \\ P_y &= C_y + (N_x - C_x) * \sin\left(\phi * \frac{\pi}{180}\right) + (N_y - C_y) * \cos\left(\phi * \frac{\pi}{180}\right), \end{aligned} \tag{4}$$

где $C_{x,y}$ – текущая позиция, $N_{x,y}$ – прогнозируемая позиция при тех же показателях скорости и угла поворота, ϕ – угол наклона вектора (зависит от того, в какую сторону поворачивает автомобиль: направо – 270°, налево 90°), $P_{x,y}$ – точка на единичной окружности. Далее необходимо перенести эту точку на нормализованный вектор $V_{x,y}^{norm}$, который равен радиусу окружности поворота транспортного средства R .

$$V_x = P_x - C_x \tag{5}$$

$$V_y = P_y - C_y$$

$$V_x^{norm} = V_x * \left(\frac{1}{\sqrt{V_x * V_x + V_y * V_y}} \right) \tag{6}$$

$$V_y^{norm} = V_y * \left(\frac{1}{\sqrt{V_x * V_x + V_y * V_y}} \right)$$

$$F_x = V_x^{norm} * R + C_x \tag{7}$$

$$F_y = V_y^{norm} * R + C_y,$$

где $P_{x,y}$ – центр окружности. Для расчета прогнозируемой позиции $N_{x,y}$ используется нормализованный вектор направления $V_x^{direction}$:

$$V_x^{direction} = C_x - T_x \tag{8}$$

$$V_y^{direction} = C_y - T_y$$

$$N_x = V_x^{direction} * L \tag{9}$$

$$N_y = V_y^{direction} * L,$$

где $T_{x,y}$ предыдущая позиция, а L – пройденное расстояние.

При расчете текущей позиции $C_{x,y}$ учитывается вектор направления $V_y^{direction}$, пройденное расстояние L и угол поворота передних колес $\gamma_{l,r}$. Если транспортное средство движется по прямой, то есть $\gamma_{l,r} = 0$, то формула расчета текущей позиции имеет вид:

$$C_x = T_x + V_x^{direction} \tag{10}$$

$$C_y = T_y + V_y^{direction}$$

В случае если же транспортное средство движется по контуру окружности, то уравнение (10) приобретает более сложный вид. Пройденное расстояние является длиной дуги сектора. Таким образом, зная пройденное расстояние, мы можем определить координату позиции, в которую переместился автомобиль.

$$\theta = \left(S / \left(\frac{\pi * R}{180} \right) \right) * \frac{\pi}{180}, \tag{11}$$

где θ угол сектора, длина которого равна пройденному расстоянию $l = S$.

$$C_x = \sin(\theta) * R + F_x \tag{12}$$

$$C_y = \cos(\theta) * R + F_y$$

При движении по контуру окружности автомобиль производит вращательное движение вокруг своей оси. Таким образом при каждом изменении угла поворота передних колес автомобиль будет оказываться на новой позиции относительно окружности, по которой он двигается. Для компенсации погрешности, которая возникает во время смены угла поворота, предлагается учитывать отклонение модели относительно оси ординат:

$$p_x^1 = T_x - F_x \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 p_y^1 &= T_y - F_y \\
 p_x^2 &= C_x - F_x \\
 p_y^2 &= C_y - F_y \\
 \xi &= \cos^{-1} \left(\frac{(p_x^1 * p_x^2) + (p_y^1 * p_y^2)}{\sqrt{p_x^1^2 + p_y^1^2} * \sqrt{p_x^2^2 + p_y^2^2}} \right),
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

где ξ – угол отклонения автомобиля от оси ординат. Таким образом формула перемещения автомобиля по контуру окружности принимает вид:

$$\begin{aligned}
 C_x &= \sin(\theta + \xi) * R + F_x \\
 C_y &= \cos(\theta + \xi) * R + F_y
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Результаты исследования

Ввиду отсутствия в открытом доступе прямых аналогов разработанной системы моделирования передвижения автомобиля, сравнение качества позиционирования транспортного средства с существующими системами затруднительно. Поэтому было принято решение сравнить точность расчета координат перемещения автомобиля, используя разработанную математическую модель и данные, полученные с GPS датчика.

Интерфейс математической модели представлен на рис. 5. Красный куб – это примитивная модель автомобиля, которая перемещается по двумерному пространству. Динамика передвижения автомобиля по прямой и окружности поворота отображается выражениями (2)-(15). Пройденный путь показан синей линией. Окружность, по которой двигается автомобиль, отображается красной линией, а ее радиус зеленой.

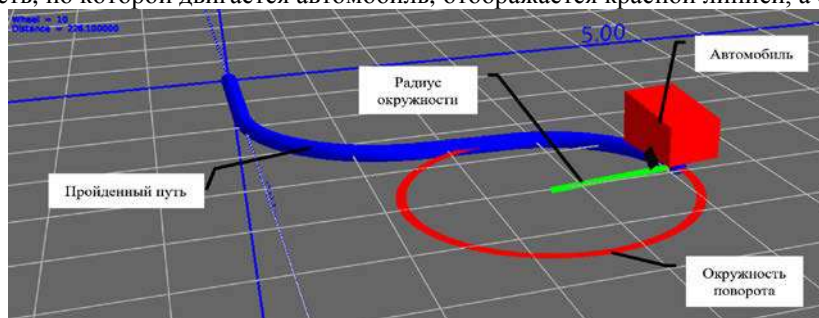


Рис. 5. визуализация математической модели движения автомобиля

Цель данного экспериментального исследования заключалась в проверке точности разработанной математической модели движения автомобиля.

Ожидаемыми результатами, подтверждающими работоспособность математической модели, являются смоделированные координаты перемещения автомобиля.

БНТС производства компании ООО «Инфоком ЛТД» [9] на базе автомобиля Jeep Cherokee, под управлением пилота, проехал по траектории, показанной на рис. 6 синей линией. Во время движения автомобиля с частотой 10 кадров/секунду снимались показания с бортовых датчиков пройденного пути, усилия на руль, GPS координаты (таб. 1). Эти данные параллельно записываются на жесткий диск и используются математической моделью.

Таблица 1

Фрагмент экспериментальных данных, полученных с бортовых датчиков

№	Пройденное расстояние, м	Поворот руля, %	Скорость, км/ч	GPS (широта)	GPS (долгота)
1	8.931715	-14	0	47.8386616666667	35.12048
2	8.931715	-14	0	47.8386616666667	35.12048
3	8.931715	-14	0	47.8386616666667	35.12048
...
519	9.052031	-8	25	47.8379166666667	35.1196833333333
520	9.05261	-8	25	47.8379166666667	35.1196833333333
521	9.053335	-8	24	47.8379166666667	35.1196833333333
522	9.053335	-8	24	47.8379166666667	35.1196833333333
523	9.05406	-7	24	47.8379166666667	35.1196833333333
...
2463	9.726522	-11	4	47.8380133333333	35.1202516666667
2464	9.726522	-11	4	47.8380133333333	35.1202516666667
2465	9.726667	-11	4	47.8380133333333	35.1202516666667

Далее математическая модель в режиме реального времени обрабатывала входящие сигналы и рассчитывала текущее положение транспортного средства в двумерном пространстве. Для большей наглядности сравнения эти данные были переведены в GPS – координаты (таб. 2).

Таблица 2

Фрагмент расчетных данных, полученных с помощью математической модели

№	C _x	C _y	Азимут	GPS (широта)	GPS (долгота)
1	3.61829	0.00756989	0	47.838699	35.1204190000134
2	3.61829	0.00756989	0	47.8386947157967	35.1204149328022
3	3.61829	0.00756989	0	47.838693387008	35.1204135554957
...
519	7.61491	-0.149367	-0.0725638	47.8379193236383	35.1195030033149
520	7.63416	-0.150726	-0.0725638	47.8379172083098	35.1195005085003
521	7.65827	-0.152428	-0.0725638	47.8379157980909	35.1194988452906
522	7.65827	-0.152428	-0.0725638	47.8379143878719	35.1194971820808
523	7.68237	-0.154129	-0.0725638	47.837912977653	35.1194955188711
...
2463	5.91444	1.77334	3.1275	47.8361630756581	35.1181331807521
2464	5.91444	1.77334	3.1275	47.8361651452119	35.1181357593801
2465	5.90961	1.77339	3.12912	47.8361665249144	35.1181374784654

На рис. 6 изображена траектория движения автомобиля. Синим цветом обозначена траектория, смоделированная математической моделью на основе показаний отклонения рулевого колеса и пройденного расстояния. Желтым цветом обозначены данные, полученные с GPS – датчика.



Рис. 6. Пройденный путь автомобиля

На рис. 7 сделан замер участка с максимальным отклонением GPS-трека от середины дороги, которое составляет 13 метров.



Рис. 7. Отклонение GPS – трека

Ширина дорожного покрытия на этом участке равна 4м (рис. 8).



Рис. 8. Ширина дорожного покрытия

Траектория движения автомобиля (синяя линия) не выходит за рамки дорожного покрытия. Ширина автомобиля Jeep Cherokee составляет 2,2м [10]. То есть можно судить о том, что отклонение показателей математической модели, от реальной траектории движения, не превышает $\frac{4 - 2,2}{2} = 0,9$ метров.

Выводы

При реализации программного обеспечения автономного движения в колонне одним из важнейших модулей является модель передвижения транспортного средства в пространстве, поскольку на его основе необходимо производить расчеты как в плане управления ведомым автомобилем, так и при отслеживании ведущего автомобиля по видео потоку.

В этой связи в данной работе были рассмотрены существующие подходы к решению задачи моделирования передвижения автомобиля. Усовершенствована математическая модель передвижения автомобиля Гойя. Усовершенствование состоит в учете вращения автомобиля вокруг своей оси и вокруг начала координат.

Приведен сравнительный анализ точности усовершенствованной математической модели с данными, полученными с датчика GPS. Показатель точности для математической модели составляет меньше 0,9 метров, в то время как для GPS-данных аналогичный показатель составляет 13 метров.

На основе результатов экспериментального исследования можно сделать выводы о том, что разработанная математическая модель может использоваться как эмулятор GPS-датчика в режиме «тишины» для автономного передвижения специальной техники. При работе в обычном режиме, данные которые генерируются моделью по радио каналу можно передавать на ведомые автомобили для более точного позиционирования колонны.

Список использованной литературы

1. Tsugawa S. A Review of Truck Platooning Projects for Energy Savings / S. Tsugawa, S. Jeschke, S. E. Shladovers // IEEE Transactions on intelligent vehicle, (march 2016). 2016. P. 68-77
2. Карпов В.В. Разработка методов оценки безопасности маневра автомобиля: дис. ... канд. техн. наук. 05.22.10, 05.05.03. М. 2005. 180 с.
3. Ахмедов А.А. Улучшение управляемости и устойчивости автомобиля при движении по неровной дороге методами многокритериальной параметрической оптимизации: дис. ... канд. техн. наук. 05.05.03. М. 2004. 169 с.
4. Гаевский В.В. Расчетное определение показателей управляемости и устойчивости для сертификации АТС: дис. ... канд. техн. наук. 05.05.03. М. 1998. 169 с.
5. Гурьянов М.В. Частотный метод оценки курсовой устойчивости автомобиля на основе его моделей в виде систем с многими степенями свободы и нелинейным взаимодействием шин с дорожным покрытием: дис. ... канд. техн. наук. 05.13.18. Ульяновск. 2007. 226 с.
6. Rodrigues A.O. Evaluation of an active steering system. Master's degree project. [Электронный ресурс] / Sweden, 2004. 41 p. URL: https://people.kth.se/~kallej/grad_students/rodriguez_orozco_thesis04.pdf (дата обращения: 29.06.2017).
7. Ходес И.В. Методология прогнозирования управляемости колесной машины: дис. ... докт. техн. наук. 05.05.03. Волгоград. 2006. 377 с.
8. K. Goi, J. L. Giesbrecht, T. D. Barfoot, and B. A. Francis. Vision-based autonomous convoying with constant time delay. In Journal of Field Robotics, volume 27(4), pp. 430-449, 2010.
9. Обзор беспилотного наземного транспортного средства на базе автомобиля Jeep Cherokee. [Электронный ресурс] URL: <http://ia.ua/ru/solutions-ru/bespilotnye-technologii/unmanned-jeep-ru> (дата обращения: 29.06.2017).
10. Обзор Jeep Grand Cherokee Кроссовер (Внедорожник) 4.7 V8 Limited. [Электронный ресурс] URL: <http://avto-flot.ru/spec/jeep/grand-chokeee/station-wagon-1999/18089.html>.