УДК 539.9+510.22

В.О. БАРАНЕНКО, Д.Л. ВОЛЧОК
Придніпровська державна академія будівництва та архітектури

ОЦІНКА МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ СТИСКАЮЧОЇ ЦИЛІНДРИЧНУ ОБОЛОНКУ СИЛИ В УМОВАХ ТРЬОХ ГРАНИЧНИХ СТАНІВ І ПРИ ЗАВДАННІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НЕЧІТКО-ВИПАДКОВОЇ І ВИПАДКОВО-НЕЧІТКОЇ ПРИРОДИ

В роботі представлені оцінки максимального значення осьової сили, діючої на циліндричну оболонку, в умовах трьох граничних станів (місцевої та загальної втрати стійкості і міцності) і при заданих геометричних параметрах невизначеної природи. Застосовується поняття випадково-нечітких і нечітко-випадкових величин. Задача зводиться до реалізації оптимізаційної моделі. Наводяться обчислювальні алгоритми і чисельні ілюстрації.

Ключові слова: оптимізація, оболонка, випадково-нечіткі і нечітко-випадкові величини

В.А. БАРАНЕНКО, Д.Л. ВОЛЧОК
Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры

ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ СЖИМАЮЩЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ СИЛЫ В УСЛОВИЯХ ТРЕХ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ И ПРИ ЗАДАНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НЕЧЕТКО-СЛУЧАЙНОЙ И СЛУЧАЙНО-НЕЧЕТКОЙ ПРИРОДЫ

В работе представлены оценки максимального значения осевой силы, действующей на цилиндрическую оболочку, в условиях трех предельных состояний (местной и общей потери устойчивости и прочности) и при заданных геометрических параметрах неопределенной природы. Применяется понятие случайно-нечетких и нечетко-случайных величин. Задача сводится к реализации оптимизационной модели. Приводятся вычислительные алгоритмы и численные иллюстрации.

Ключові слова: оптимизация, оболочка, случайно-нечеткие и нечетко-случайные величины

V.A. BARANENKO, D.L. VOLCHOK
Prydniprovs'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture

EVALUATION OF MAXIMUM FORCE WHICH COMPRESS CYLINDRICAL SHELL WITH THREE BOUNDARY CONDITIONS AND GEOMETRICAL PARAMETERS OF FUZZY-RANDOM AND RANDOM-FUZZY NATURE

This paper presents estimates of maximum axial force acting on the cylindrical shell. Conditions are limited with three states (local and general loss of stability and strength). Initial data are given with geometrical parameters of uncertain nature. Mathematical model applies the concept of random-fuzzy and fuzzy-random variables. The problem comes down to the implementation of the optimization model. We give numerical algorithms and numerical illustrations.

Keywords: optimization, shell, random-fuzzy and fuzzy-random variables

Постановка проблеми

Проектування нових технічних систем відноситься до одного з найбільш складних задач інженерної діяльності. Серед різних етапів процесу проектування окремо стоїть концептуальне проектування. На цьому етапі головною особливістю є необхідність прийняття рішень в умовах невизначеної, недостатньої або навпаки надлишкової інформації. Цим такі задачі відрізняються від "класичного" підходу, коли усі характеристики, які потрібні для проектування, задані точно. Крім того, кожний розробник прагне до того, щоб усі важливі характеристики системи, яка проектується, були б найкращими. Особливе місце в цій діяльності займає використання попереднього досвіду у вигляді статистичного матеріалу, отриманого при розгляді прототипів конструкції.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Більшість задач теорії оптимального проектування конструкцій розглядалось в рамках детермінованого підходу, тобто вважалось при цьому, що проектувальник має повну інформацію про навантаження, властивість матеріалу, із якого буде виготовлена конструкція, граничні умови тощо. Для розв'язання таких задач придатні методи варіаційного числення, методи оптимізації систем з розподіленими параметрами, методи лінійного та нелінійного програмування та інші. Принципово відмінними за постановками і методами дослідження є задачі проектування оптимальних конструкцій при неповній інформації [1].

Може бути така ситуація, коли статистична інформація щодо тої чи іншої характеристики носить неточний, нечіткий характер. Тому статистичні дані треба використовувати критично, як допоміжну інформацію при розв’язання задач, які виникають на різних етапах оптимального проектування. При формуванні таких задач треба враховувати невизначеність щодо вхідних даних, поведінки системи та інше.

Ці задачі потребують для свого розв’язання такого математичного апарату, який апріорі містив в собі можливість появи і врахування невизначеності.

Джерелом невизначеності може бути наявність, в оптимізаційних моделях проектування випадкових (random), нечітких (fuzzy) та неточних (rough) величин – значень вхідних (початкових) характеристик, а також і кінцевих значень – розв’язків задачі.

Випадкова величина [2] є однією із основних понять теорії ймовірностей. Невизначеність ситуації тут описується деякою мірою – ймовірністю із множини дійсних чисел [0,1]. Нечіткі величини [3] (числові та лінгвістичні) використовуються для опису ситуації, коли вхідні параметри не мають чітко визначених границь, тобто вже "розмиті". Прикладом може бути таке висловлювання "навантаження, що діє на конструкцію, має значення близьке до 50кН". Нечітка величина є одним із понять теорії нечітких множин. Будь-яка нечітка множина характеризується функцією належності, яку можна інтерпретувати як міру можливості (або необхідності, правдоподібності), що описується множиною дійсних чисел із інтервалу [0,1].

Уведення Л. Заде (1965) концепції нечітких множин дозволило сформулювати і розвити теорію можливостей [4]. Принцип теорії можливостей полягає в розгляді кількісного як граничний випадок якісного.

Визначення неточних величин базується на теорії неточних множин, яка уведена в роботі [5]. Апарат неточних величин є математичним засобом для роботи з невиразним (нечітким) описом об’єктів.

Крім таких невизначеностей, можуть бути їх комбінації – нечітко-випадкові, випадково-нечіткі, нечітко-нечіткі та інші, які уявляють собою математичний опис нечітко-стохастичних, стохастично-нечітких явищ[6–8].

Мета дослідження

В даній роботі на прикладі задачі визначення максимального значення сили, яка стискує циліндричну кругову ізотропну оболонку, в умовах трьох граничних станів (місцева та загальна стійкість, міцність) і вхідних даних (радіусу) випадково-нечіткої та нечітко-випадкової природи. В роботах [9–11] один із авторів використовував методи невизначеної оптимізації до задач оптимального проектування конструкцій. Підходи, що наведені тут, відносяться до методів сучасного напряму математики, який з’явився наприкінці 20 сторіччя – "м’які обчислення" (soft computing), керуючим принципом якого є "терпимість" (tolerance) до неточностей, невизначеностей [12].

Викладення основного матеріалу дослідження

1. Об'єкт та постановка задачі оптимізації

Розглядається задача пошуку максимальної величини осьової сили $F^{\max}$, яка стискує циліндричну кругову ізотропну оболонку в умовах чітко заданих вихідних даних і фізичних обмежень міцності оболонки на стиснення силою F_R і стійкості, які являють собою наближені вирази критичних зусиль [13] при шарнірному обпиранні оболонки в припущені достатньої зсувної жорсткості в трансверсальній площині і площині оболонки F_{KP}^{M}, а також наближені вирази критичного зусилля для шарнірно обпертого стержня з кільцевим поперечним перерізом F_{KP}^{C} і міцності оболонки на стиснення F_R, тобто

$$g_1(x) = F^{\max} - F_{KP}^{M} \le 0\,;\; g_2(x) = F^{\max} - F_{KP}^{C} \le 0\,;\; g_3(x) = F^{\max} - F_R \le 0\,. \quad (1)$$

В співвідношеннях (1) уведено такі позначення:

$$F_{KP}^{M} = Dh^2;\; F_{KP}^{C} = Bh\,R^{\,3};\; F_R = ChR\,; B = \pi^3 E / L^2;\; C = 2\pi\sigma_T;\; D = 2\pi E / \sqrt{3(1-\nu^2)}\,,$$

де L – довжина твірної циліндра; E,ν – відповідно модуль Юнга і Пуассона; σ_T – величина границі текучості матеріалу оболонки.

Сформулюємо таку детерміновану задачу оптимізації: при заданих значеннях характеристик h,R,L,σ_0,E,ν і умов збереження стійкості та міцності (1) знайти максимальне значення стискуючої сили $F^{\max}$. В термінах уведених вище означень запишемо задачу оптимізації як

$$F^{\max} = \arg\Big\{ \max_{F^- \le F \le F^+} F \;\Big|\; g_i(L,E,\nu,\sigma_T,R,h) \ge F^{\max}; i = 1,2,3 \;\Big\}. \quad (2)$$

Перше обмеження $(i=1)$ в співвідношенні (2) визначає можливість місцевої втрати стійкості оболонки, друге обмеження $(i=2)$ лімітує значення параметрів h і R з урахуванням можливості загальної втрати стійкості, третє обмеження $(i=3)$ в (2) установлює значення h і R з урахуванням можливості руйнування оболонки при стисненні її силою $F^{\max}$.

2. Алгоритми реалізації оптимізаційної детермінованої задачі

2.1. Алгоритм розв'язання задачі (2)

Нижче за роботою [11] наведено дії алгоритму метода Монте-Карло:

1. Задати область пошуку змінної $F \in \left[F^-;F^+\right]; v = -\infty$; $i = 1$;
2. Випадковим чином згенерувати детерміновані значення F в області пошуку $F = F^- + (F^+ - F^-) \cdot \zeta; \zeta - random; \zeta \in [0,1]$;
3. Обчислити вирази: g_j; $j = 1,2,3$ обмежень в (2).
4. **If** $(g_1 \le 0 \wedge g_2 \le 0 \wedge g_3 \le 0) \wedge (F > v)$ **then** $v = F$.
5. $i = i + 1$.
6. **If** $i \le N$ повторити дії алгоритму з етапу 2, інакше – закінчити процес пошуку.

Величина v і буде шуканим значенням оцінки стискаючої сили. Чим більше величина N, тим точніше буде результат.

2.2. Задача (2) з нечітким описом параметра

Нехай в задачі (2) деякі параметри є невизначеними. Без порушення загальності підходу припустимо, що цим параметром є величина радіусу R. Нехай величина цього радіусу буде нечіткою з заданою функцією належності $\mu(x)$. Наведемо алгоритм обчислення дефаззіфікованого значення $F^{\max}_{fuzzy-\det}$ нечіткої сили.

Нехай значення R є нечіткою величиною з трикутним видом функції належності

$$\mu(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{m-a}, x \in [a,b] \\ \dfrac{b-x}{b-m}, x \in [m,b] \\ 0, \forall x \notin [a,b]. \end{cases} \qquad (3)$$

Величини a,b є границями множини деякої множини A_α для α–рівня. У випадку $\alpha = 0$ $A_0(a,m,b); a = a_0; b = b_0$. Величина m є модальним значення R, для якого $\mu(m) = 1$. За теорією нечітких множин, скориставшись поняттям α–рівнів, запишемо $\alpha_i = i\Delta\alpha; i = 1,2,...,M; M\Delta\alpha = 1; \Delta\alpha = 1/M$, де M – число дискретів величини μ. Побудуємо множини $A_\alpha(a_\alpha, m, b_\alpha)$ для $\alpha \in [0,1]$. Для α–рівня із рівняння $\mu(x) = \alpha$ випливає: $a_\alpha = m\alpha + a(1-\alpha)$; $b_\alpha = m\alpha + b(1-\alpha)$. За теоремою о декомпозиції з теорії нечітких множин [14], яка стверджує, що будь-яка нечітка множина A може бути представлена у вигляді суми чітких множин, які генеруються α–рівнями, маємо $A = \cup \alpha A_\alpha$; $\alpha \in (0,1]$, або в розвиненому виді:

$$A = \sum_{i=1}^{M-1} \left(\frac{\mu_i}{A_{i\Delta\alpha}} + \frac{\mu_{2M-i}}{A_{(2M-i)\Delta\alpha}}\right) + \frac{1}{A_{M\Delta\alpha}}.$$

Якщо нечітка множина A, що визначена на множині дійсних чисел $A \subseteq \mathbf{R}$, і функція належності якої є $\mu_A(x): \mathbf{R}$ [0,1] задовольняє умовам: 1) нормальності; 2) опуклості; 3) напівнеперервності зверху, тобто $\overline{\lim_{x \to x_0}} \mu(x) \le \mu(x_0)$, то вона називається нечітким числом. Дефаззифікація нечіткого числа A здійснюється на основі методу центра [14]:

$$A_{defuzzy} = \sum_{i=1}^{n} w_i A_{i\Delta\alpha}, \qquad (4)$$

де вагові коефіцієнти w_i обчислюються за формулами:

$$w_i = \frac{\mu_i}{\sum_{j=1}^{2M-1} \eta_j}; \mu_i = \mu_{2M-i}; \; i = 1,2,...,M \;; \; \eta_i = \mu_{i\Delta\alpha}; \text{ для } \; i = 1,2,...,M; \; \eta_i = \mu_{(2M-i)_{\Delta\alpha}} \text{ для } \; i = 2M-1.$$

В роботі також використовувався підхід, описаний в роботі [15]:

$$w_i = w_i(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_m); m = 2M - 1, \qquad (5)$$

де $w_1=\frac{1}{2}(\beta_1+A_0-B_0)$, для $i=1$; $w_i=\frac{1}{2}(C_0-D_0+Q_0-S_0)$, для $2\le i\le m-1$; $w_m=\frac{1}{2}(A_0-P_0+\beta_m)$,

де $\beta_i=\mu_i$; $A_0=\max\limits_{1\le j\le m}\beta_j$; $B_0=\max\limits_{1<j\le m}\beta_j$; $C_0=\max\limits_{1\le j\le i}\beta_j$; $D_0=\max\limits_{1\le j<i}\beta_j$; $S_0=\max\limits_{1<j\le m}\beta_j$; $Q_0=\max\limits_{i\le j\le m}\beta_j$;

$P_0=\max\limits_{i\le j<m}\beta_j$; $M-$ кількість $\beta-$ рівнів ; $0\le\beta_j\le 1$; $1\le j\le M$.

2.3. Визначення нечітко-випадкової та випадково-нечіткої величини

Означення 1.

Нечітко-випадковою називають випадкову величину $\xi_{fuzzy-rand}$, яка приймає окремі можливі нечіткі значення $\tilde{F}_i$, з певними ймовірностями $p_i\,(i=1,2,...,M)$ [8, 15]. Відповідність між можливими нечіткими значеннями $\tilde{F}_i$ та заданими ймовірностями їх появи в експерименті (випробуванні) задається законом розподілу дискретної випадкової величини у вигляді таблиці $\xi_{fuzzy-rand}=\left\{\tilde{F}_i\,\middle|\,p_i\right\}$; $i=1,2,...,M$. При цьому сума ймовірностей подій – появи в одному випробуванні тільки одного можливого значення дорівнює 1, тобто $\sum\limits_{i=1}^{M}p_i=1$. Нечітка величина $\tilde{F}_i$ описується як нечітка нормалізована множина $\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{\mu_i}{F_i}$; $\mu_i\in[0,1]$ з відомою дискретною опуклою функцією належності [14].

Означення 2.

Випадково-нечіткою називають нечітку величину $\xi_{rand-fuzzy}$, що приймає з відомою можливістю μ_i ($\mu_i\in[0,1]$) випадкові значення F_{ij} ; $i=1,2,...,N$; $j=1,2,...,M$ з відомим законом розподілу ймовірностей p_{ij}, тобто [8, 15]:

$$\xi_{rand-fuzzy}=\sum_{i=1}^{N}\frac{\mu_i}{F_i};\ \ \mu_i\in[0,1]\ , \tag{6}$$

де $F_i=\left\{F_{ij}\,\middle|\,p_{ij}\right\}$; $i=1,2,...,N$; $j=1,2,...,M$ – випадкові величини. В виразі (6) позначення $\sum$ є знак об'єднання елементів множини. Величини F_{ij} і p_{ij} задаються.

2.4. Алгоритм отримання детермінованих значень величин $\xi_{fuzzy-rand}$ і $\xi_{rand-fuzzy}$

2.4.1. Задача $\xi_{fuzzy-rand}\to\xi^{\det}_{fuzzy-rand}$

При необхідності отримати детерміновані очікувані значення вказаних вище величин необхідно виконати наступні дії:

1. Виконати дефаззіфікацію заданих нечітких величин $\tilde{F}_i$ $i=1,2,...,N$, а саме

$$\left(F^{\det}_{def}\right)_i=\sum_{j=1}^{M}w_{ij}F_{ij}\to\tilde{F}_i,\ \ \text{де}\ \ \tilde{F}_i=\sum_{j=1}^{M}\frac{\mu_{ij}}{F_{ij}};\ \ w_i=w_i(\mu_{i1},\mu_{i2},...,\mu_{iM},)\ ;\ i=1,2,...,N\ ;$$

N, M – відповідно кількість інтервалів і градацій в визначені нечіткого числа.

2. Сформувати випадкову величину $\left(\xi_{rand}\right)_i=\left\{S_i\,\middle|\,p_i\right\}$; $i=1,2,...,N$, де $S_i=\tilde{F}_i$.
3. Виконати дерандомізацію величини $\left(\xi_{rand}\right)_i$, тобто обчислити математичне сподівання $\left(\xi^{\det}_{fuzzy-rand}\right)=\sum\limits_{i=1}^{N}p_iS_i$.

Ця величина і є шуканим очікуваним значенням нечітко-випадкової величини $\xi_{fuzzy-rand}$

2.4.2. Задача $\xi_{rand-fuzzy}\to\xi^{\det}_{rand-fuzzy}$

Для розв'язання цієї задачі необхідно:

1. Виконати операцію дерандомізації випадкової величини, тобто $F_i = \sum_{j=1}^{M} p_{ij} F_{ij}; \;\; i = 1, 2, ..., N.$
2. Сформувати нечітку величину $G_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{F_i}$.
3. Виконати операцію дефаззіфікації нечіткої величини G, в результаті чого отримати шукане детерміноване значення випадково-нечіткої величини $F_{rand-fuzzy}^{\det} = \xi_{rand-fuzzy}^{\det}$.

3. Чисельна ілюстрація

Ілюстрація уведення до розгляду невизначених величин виду $fuzzy - rand$ і $rand - fuzzy$ в оптимізаційну задачу (2) було здійснено на ряді числових експериментів.

В якості незмінних початкових даних в розв'язанні задачі взято рівними:

$$L = 100 см, \; E = 816 ГПа, \; \sigma = 1620 МПа, \;\; \nu = 0.3, \; h^{\det} = 0.1 см.$$

3.1. Використання $fuzzy - rand$ величин.

Нехай задані нечіткі значення радіусів і відповідні значення ймовірностей задані табл. 1.

Таблиця 1

Початкові дані

i	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{R}_i$ (см)	$\tilde{10}$	$\tilde{9}$	$\tilde{8}$	$\tilde{7}$	$\tilde{11}$	$\tilde{12}$	$\tilde{12.5}$
p_i	0,5	0,1	0,1	0,05	0,1	0,1	0,05

Для перелічених нечітких радіусів, використовуючи поняття α –рівнів, обчислимо за алгоритмом нечіткі величини $F_{fuzzy}^{\max}$. Дефаззіфіковані значення цієї сили наведені в табл. 2.

Таблиця 2

i	1	2	3	4	5	6	7
$F_i^{\max}$ (кН)	1019,75	918	816,25	714,48	1121,6	1223,4	1274,3

З них сформуємо випадкову величину

$$F_{rand-fuzzy} = \left\{ \frac{1019.8}{0.5} \middle| \frac{918}{0.1} \middle| \frac{816}{0.1} \middle| \frac{714.5}{0.05} \middle| \frac{1121}{0.1} \middle| \frac{1223.4}{0.1} \middle| \frac{1274}{0.05} \right\}.$$

Виконуючі далі операцію дерандомізації з урахуванням даних табл. 1 і 2, отримаємо завершальний результат $F_{fuzzy-rand}^{\det} = \sum_{i=1}^{7} p_i F_i = 1017.2 kH$. Для виконаних 6 експериментів в табл. 4 наведено вирішальні результаті $F_{fuzzy-rand}^{\det}$ при нечітко-випадкових даних, які наведені в тій же таблиці.

В прикладі для отримання $F_{fuzzy-rand}^{\det}$ використано дефаззіфіковане значення сили $F_{fuzzy}^{\max}$. Для ілюстрації покажемо отримання числа 1019.8. Нехай $\tilde{R} = \tilde{10}(9.5, 10, 10.5)$, а функція належності нечіткої величини $\tilde{R}$ описується трикутним законом (3). Тут $a = 9.5;\; m = 10;\; b = 10.5;\; \Delta = 0.5 см$ – розкид нечіткої величини; $a = m - \Delta;\; b = m + \Delta.$ З цього визначення шляхом розв'язання рівняння $\mu(x) = \alpha$ отримуються границі множин $Q_i(\alpha)$, $Q_i(a_L(\alpha), b_R(\alpha))$; $i = 1, 2, .., N$, де $a_L(\alpha) = \alpha m + (1-\alpha) a$; $b_R(\alpha) = \alpha m + (1-\alpha) b$. Нехай $N = 10$, тоді $\Delta\alpha = 0.1$.

Таблиця 2

$Q_i(a_L(\alpha), b_R(\alpha))$

α	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$a_L(\alpha)$	9.5	9.55	9.6	9.65	9.7	9.75	9.8	9.85	9.9	9.95	10
$b_R(\alpha)$	10.5	10.45	10.4	10.35	10.3	10.25	10.2	10.15	10.1	10.05	10

Застосування процедури обчислення песимістичних F^{pes} та оптимістичних F^{optim} значень сили F в кожному рівні α за алгоритмом, який наведено в п.3.1, дає табл. 4 фаззіфікованих значень цієї сили.

Таблиця 3

Множина нечітких значень сили F

α	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
F_L^{pes}	870.4	884.8	899.2	913.8	928.3	942.9	957.7	972.7	987.8	1002,7	1017,8
F_R^{optim}	1175,4	1159,3	1143,2	1127,1	1113	1095	1079,6	1064,1	1048,6	1023,2	1017,8

За формулами (5) маємо: $w_i = 0.05$ для i=1,2,…,10; i=12,13,…, 21 ; $w_{11} = 0.1$.

Якщо підставити отримані значення $w_i, F_i^{pes}, F_i^{optim}$ в формулу (6), то будемо мати $F_{fuzzy}^{\max} = 1019.8$ кН.

Таблиця 4

Вихідні дані для шести числових експериментів

Експ-т	i	4	3	2	1	5	6	7	$F_{fuzzy-rand}^{\det}$
1	$\tilde{R}_i$	7	8	9	10	11	12	12,5	1017,2
	p_i	0,05	0,1	0,1	0,5	0,1	0,1	0,05	
2	$\tilde{R}_i$	7	8,5	9	10	12	13	13,8	1063,6
	p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	
3	$\tilde{R}_i$	7	8	9	10	10,5	11	12,5	1058,5
	p_i	0,02	0,03	0,05	0,2	0,4	0,2	0,3	
4	$\tilde{R}_i$	8	9	9,8	10	10,5	11	12	1028,9
	p_i	0,05	0,05	0,3	0,2	0,3	0,05	0,05	
5	$\tilde{R}_i$	8	8,5	9	10	10,5	11,5	12	843,6
	p_i	0,1	0,3	0,2	0,3	0,05	0,04	0,01	
6	$\tilde{R}_i$	8	8,5	9	10	10,5	10,8	11,2	787,9
	p_i	0,05	0,15	0,3	0,15	0,2	0,15	0,05	

Примітка. При детермінованих даних сила $F^{\max} = 1018$ кН.

3.2 Використання $rand - fuzzy$ величин

Початкові данні $\tilde{R}$ і p_i для 5 експериментів і результати розв'язання оптимізаційної задачі у випадку завдання нечітко-випадкової величини – радіусу оболонки надано в таблиці 5.

Таблиця 5

Початкові дані і результати розв’язання оптимізаційної задачі при нечітко-випадковому завданні радіусу оболонки

Експ-т	i	1	2	3	4	5	6	7	$F^{\det}_{fuzzy-rand}$
1	$\tilde{R}_i$	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1044
	p_i	0,01	0,01	0,02	0,92	0,02	0,01	0,01	
	$F(R)$	895,73	936,45	997,52	1017,88	1068,77	1093	1140	
2	$\tilde{R}_i$	7	8	9	10	11	12	13	1145
	p_i	0,05	0,05	0,02	0,4	0,2	0,1	0,1	
	$F(R)$	712,51	814,3	916,1	1017,88	1119,7	1221,5	1323,,2	
3	$\tilde{R}_i$	7	8	9	10	11	12	13	948,2
	p_i	0,05	0,05	0,2	0,5	0,1	0,05	0,05	
	$F(R)$	712,8	814,3	916,1	1017,88	1119,7	1221,5	1323,2	
4	$\tilde{R}_i$	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1011
	p_i	0,02	0,03	0,3	0,3	0,27	0,02	0,01	
	$F(R)$	896	936,5	997,5	1018	1069	1093	1140	
5	$\tilde{R}_i$	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1000
	p_i	0,05	0,2	0,4	0,2	0,05	0,05	0,05	
	$F(R)$	896	936,5	997,5	1018	1069	1093	1140	

Сформуємо із $F_i = F^{\det}_{fuzzy-rand}$, i=1,2,3,4,5 (табл. 5), нечітку величину F :

$$F_{fuzzy} = \frac{0.6}{1044} + \frac{0.8}{1141} + \frac{1}{948} + \frac{0.4}{1011} + \frac{0.2}{1000},$$

де μ={0.6, 0.8, 1, 0.4, 0.2} задано заздалегідь як початкова умова завдання нечітко-випадкових величин. У відповідності до формул (6-7) маємо:

$$w_1 = 0.2;\; w_2 = 0.26667;\; w_3 = 0.33333;\; w_4 = 0.13333;\; w_5 = 0.06333.$$

Нарешті нечітко-випадкова величина буде $F^{\det}_{rand-fuzzy} = \sum_{i=1}^{5} w_i F_i = 1027\kappa H$. Ця величина на 1% більша розв’язку при детермінованих даних.

Висновки

1. На прикладі задачі про знаходження максимальної величини стискаючої сили, діючої на ідеальну циліндричну оболонку, яка знаходиться в умовах трьох граничних станів і невизначеній інформації про параметри конструкції, показано можливості синтезу теорії нечітких множин і теорії ймовірності.
2. Запропоновані обчислювальні підходи реалізації оптимізаційної задачі в умовах завдання різнорідної: випадково-нечіткої і нечітко-випадкової інформації про радіус оболонки.
3. Виконано ряд чисельних експериментів, результати яких показують, що збільшення "акценту" невизначеності в задаванні радіусу (в більшу сторону від детермінованого) веде до збільшення величини стискаючої сили і навпаки (в меншу сторону) веде до зменшення величини сили.
4. Включення безпосередньо невизначеності в апарат дослідження представляє собою нову область математики, що розвивається. Це дозволяє:
   – проаналізувати вплив неповноти інформації на шукані параметри проекту, оцінити отриманий розв’язок;
   – провести аналіз чутливості проекту до зміни характеру невизначеності.

Список використаної літератури

1. Баничук Н.В. Введение в оптимизацию конструкций / Н.В. Баничук. – М.: Наука, 1986. – 302 с.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложение. В 2-х томах / В. Феллер. – М.: Мир,1984. – Т. 1. – 528 с; Т. 2. – 738 с.
3. Кофман А. Введение в теорию нечётких множеств / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1992. – 432 с.
4. Дюбуа Д. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике: Пер. с фр. / Д. Дюбуа, А. Прад. – М.: Радил и связь, 1990. – 288 с.
5. Pawlak Z. Rough sets / Z. Pawlak // International Journal of Information and Computer Science. – 1982. – Vol. 11. – №5. – P. 341-356.
6. Lui B. Random fuzzy variables random fuzzy programming / B. Lui // Technical report, Tsingua University, 2000.
7. Lui B. Random fuzzy dependent – chance programming and its hybrid intelligent algorithm / B. Lui // Information Science. – 2002. – Vol. 141. – № 3-4. – P. 259-271.
8. Lui B. Fuzzy random chance constrained programming / B. Lui// IEEE, Transactions on Fuzzy Systems. – 2001. – Vol. 9. – №5. – P. 713-720.
9. Baranenko V. Probability approach to the structural optimization problem and dynamic programming / V. Baranenko // Proc. of the Second World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (May 23-30 1997, Zakopane, Poland). – 1997. – Vol. 1 IPPT PAN. – P. 27-29.
10. Baranenko V. Optimal design truss in conditions of fuzzy load by expected value models and dynamic programming / V. Baranenko // Theoretical Foundation of Civil Engineering. Polish-Ukrainian-Lithuanian transaction. – Warsaw, 2006. – Vol. 14. – P. 495-498.
11. Бараненко В.О. Пошук максимального значення навантаження кругової циліндричної стиснутої оболонки в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних / В.О. Бараненко, Д.Л. Волчок // Опір матеріалів та теорія споруд. – 2015. – Вип.96. – С. 88-99.
12. Zadeh L.A. Some reflections of soft computing, granular computing and their roles in the conception design and utilization/intelligent system / L.A. Zadeh // Soft computing. – 1998. – Vol. 2. – P. 23-25.
13. Тетерс Г.А. Оптимизация оболочек из слоистых материалов / Г.А. Тетерс, Р.Б. Рикардс, В.Л. Нарусберг. – Рига: Зинанте, 1978. – 240 с.
14. Rutkowska D. Sieci neuronowe, algorytmy genetuczne i systemy rozmyte / D. Rutkowska, M. Pilinski, L. Rutkowski. – Warsaw–Logz: PWN, 1999. – 452 p.
15. Lui B. Uncertain Programming / B. Lui. – New-York: Wiley, 1999. – 201 p.