

УДК 514.182: 004.15

В.Г. УСЕНКО, Д.Ф. ПОГОРІЛИЙ, І.С. УСЕНКО  
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

### СТРУКТУРНА НАДІЙНІСТЬ ТРИКІЛЬЦЕВОЇ МЕРЕЖІ З РІЗНОЮ НАДІЙНІСТЮ ЕЛЕМЕНТІВ

Висвітлено результати аналітичного опису ймовірності зв'язності резервованих структур з трьома кільцями, що застосовуються у моделюванні надійності різних складних систем. Рівняння систематизовано в порядку збільшення складності та числа елементів. Установлено особливості будови рівнянь, які дозволяють складати вирази ймовірності зв'язності структур у процесі їх побудови. На прикладах показано утворення формул та їх структурних частин. Використано величину співвідношення значення ненадійності елемента структури мережі та його надійності, що скорочує громіздкість точних виразів ймовірності зв'язності структур мереж й суттєво підвищує компактність рівнянь.

Ключові слова: структурне моделювання, ймовірність зв'язності, надійність системи з різною надійністю елементів.

В.Г. УСЕНКО, Д.Ф. ПОГОРЕЛЫЙ, И.С. УСЕНКО  
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

### НАДЕЖНОСТЬ ТРИКОЛЬЦЕВОЙ СТРУКТУРЫ СЕТИ С РАЗНОЙ НАДЕЖНОСТЬЮ ЭЛЕМЕНТОВ

Отражены результаты аналитического описания вероятности связности резервируемых структур с тремя кольцами, которые применяются в моделировании надежности сложных систем. Уравнения систематизировано в порядке увеличения сложности и числа элементов. Установлены особенности строения уравнений, которые позволяют составлять выражения вероятности связности структур в процессе их построения. На примерах показано образование формул и их структурных частей. Использована величина соотношения значения ненадежности элемента структуры сети и его надежности, которая сокращает громоздкость точных выражений вероятности связности структур сетей и существенно повышает компактность уравнений.

Ключевые слова: структурное моделирование, вероятность связности, надежность системы с разной надежностью элементов.

V.G USENKO, D.F. POGORILY, I.S. USENKO  
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University

### THE STRUCTURAL RELIABILITY OF THE TRICLE NETWORK WITH DIFFERENT RELIABLE ELEMENTS

The results of the analytical description of the probability of the connection of redundant structures with three rings, used in modeling the reliability of various complex systems, are described. The equation is systematized in order of increasing the complexity and number of elements. The peculiarities of the structure of equations are established, which allow us to conveniently formulate expressions of the probability of the connectivity of structures in the process of their construction. The examples show the formation of formulas and their structural parts. The value of the relationship between the unreliability of the element of the network structure and its reliability is used, which reduces the cumbersome of the exact expressions of the probability of the network structure's connectivity and greatly increases the compactness of the equations.

Keywords: structural modeling, connectivity probability, the reliability of a system with different reliability of elements.

#### Постановка проблеми

З розвитком сучасних технологій широко застосовуються різні технічні системи у всіх галузях виробництва. Рівень якісних властивостей складових частин технічних систем постійно підвищується. Однак проблема їх надійності сьогодні зостається однією з найбільш важливих. У процесі проектування та оновлення різних комунікацій в містобудуванні, водопровідних, теплових, газових мереж та інших інженерних мереж знаходження ймовірності зв'язності є актуальним питанням [1].

Складність та комплексність проблеми надійності технічних систем визначає необхідність спільної взаємодії різних наукових напрямів для успішного її вирішення. Результати проведених досліджень вказують на те [2], що окремі розрізнені засоби, методи, моделі, алгоритми не дають можливості суттєво підвищити рівень надійності технічних систем.

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Наукові джерела висвітлюють методи обчислення надійності структур різних систем з ділянками, що мають рівні значення надійності [3]. У роботах [1, 3] обґрунтовано, що властивості надійності та економічності діючих технічних систем є протилежними. Підвищення рівня надійності складних систем потребує додаткових вкладень коштів і цим зменшується відповідно їх економічність.

У [7] показано основні причини недостатнього опрацювання задач надійності резервованих інженерних мереж. Запропоновано поняття інтервалу та границь ефективного підвищення рівня надійності структури резервованої інженерної мережі. У роботі [8] розроблено модель ймовірності безвідмовної роботи технічної системи. У публікаціях [5–6] опрацьовано спосіб раціонального нормування надійності в системах з паралельними та паралельно-последовними структурами.

#### Мета дослідження

Існує необхідність точного визначення надійності структур систем з різною надійністю елементів. Тому є актуальним виведення формул ймовірності зв'язності трикільцевих структур мереж з ділянками, що мають різну надійність. На етапах проектування та реконструкції складних резервованих систем ця модель буде корисною для прийняття оптимальних рішень.

#### Викладення основного матеріалу дослідження

Форма мережі суттєво впливає на її структурну надійність. Важливою є зв'язність структури, яка є топологічною властивістю мережі як складної системи. У визначенні структурної надійності використовується поняття працездатного стану, в якому усі вузли структури з'єднані між собою [3]. Складним мережевим системам властивий структурний резерв (надлишковість), який утворюється замкненими зв'язками між їх складовими частинами у формі циклів (кілець). Порушення працездатності мережевої системи відбувається внаслідок втрати зв'язку з одним із вузлів структури.

Розглянемо моделювання надійності структури з трьома кільцями. Вважатимемо, що ділянки мають різну надійність:  $r_1^d \neq r_2^d \neq \dots \neq r_n^d$ , надійність вузлів вважатимемо абсолютною  $r_1^v = r_2^v = \dots = r_n^v = 1$ . Змінні величини надійності елементів утворюють багатovid як геометричну модель у просторі станів об'єкта дослідження. Аналітичний опис цього багатovidу представляється функцією структурної надійності кожної окремої структури системи.

Поєднаємо чотири ділянки так, щоб структура системи була замкненою. Структури систем з паралельно поєднаних елементів мають структурний резерв та високу надійність. Зі збільшенням числа ділянок у цьому з'єднанні нелінійно збільшується рівень структурної надійності системи. У замкненої в цикл структури ділянки мають спільні кінці. Утворюється структурний резерв системи, коли вузли поєднані чотирма зв'язками. Рівняння надійності для резервованої структури із чотирьох ділянок різної надійності  $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq r_4$ , у формі паралельного з'єднання двох вузлів  $v_1$  та  $v_2$  має вигляд [2]

$$R = 1 - \prod_{i=1}^4 (1 - r_i), \quad i = 1, 2, \dots, 4, \quad (1)$$

а для  $n$  паралельних зв'язків

$$R = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

На рис. 1 показано множину неповторних станів найпростішої резервованої структури із чотирьох ділянок та двох вузлів. Штрихові лінії позначають втрату зв'язків, що мають надійність  $r_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  між вузлами.

Рівняння ймовірності зв'язності структури  $S^4$  із чотирьох паралельних ділянок має вигляд:

$$R = -\prod_{i=1}^4 r_i + \prod_{i=1}^3 r_i + r_1 \prod_{i=3}^4 r_i + r_4 \left( \prod_{i=1}^2 r_i + \prod_{i=2}^3 r_i \right) - r_1 \sum_{i=2}^4 r_i - r_2 (r_3 + r_4) - r_3 r_4 + \sum_{i=1}^4 r_i \quad (3)$$

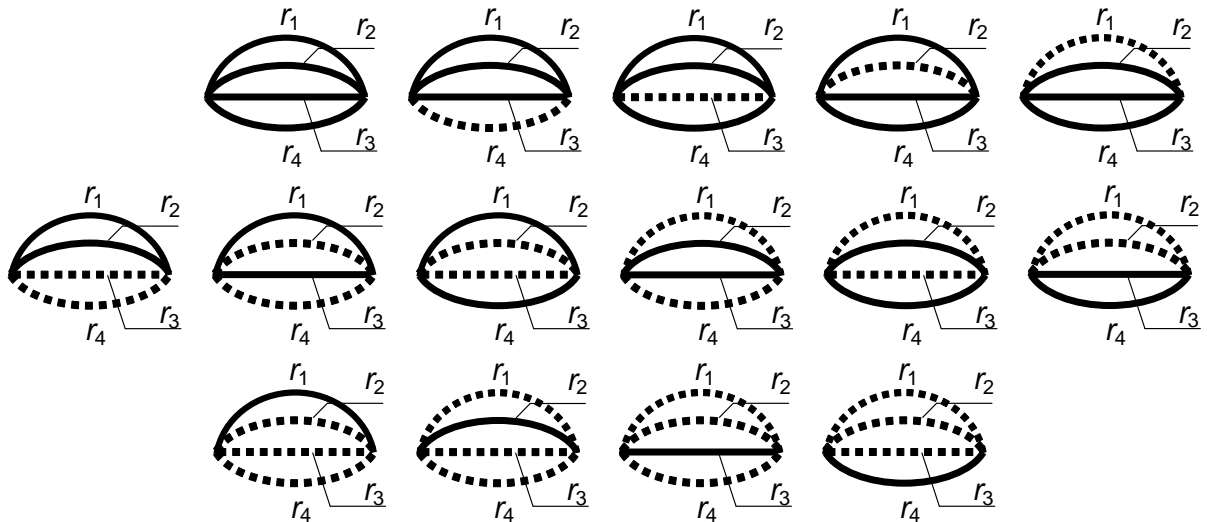


Рис. 1. П'ятнадцять різних працездатних станів резервованої структури  $S^4$  із 4-х ділянок  $r_1, r_2, r_3, r_4$

Позначимо ймовірні відмови ділянок структури порядковими номерами ряду натуральних чисел. Використаємо алгоритм побудови множини станів структури мережі [4]. Рівняння ймовірності зв'язності структури представляється:

$$R = M \cdot \left( 1 + \sum_{i=1}^4 e_i + (e_1 + e_2)(e_3 + e_4) + e_1 e_2 (1 + e_3 + e_4) + e_3 e_4 (1 + e_1 + e_2) \right), \quad (4)$$

де  $r_i$  – надійність ділянки структури,  $e_i = \frac{1 - r_i}{r_i}$  – відношення значень ненадійності та надійності елементів,

$M = \prod_{i=1}^4 r_i$  – добуток надійності ділянок структури.

Збільшимо складність структури  $S^p$  та додамо до неї одну ділянку, що має надійністю  $r_5$  в цикл  $C^1$  та новий вузол  $C_1^2 \cup d_3 = C_1^3$ . Зі збільшенням числа ділянок та вузлів у структурі  $S^4 \rightarrow S^5$  з трьома циклами  $C_i^i, i = 1, 2, 3$  змінюється її рівняння ймовірності зв'язності:

$$R = M \cdot \left( 1 + \sum_{i=1}^4 e_i + (e_1 + e_2)(e_3 + e_4) + e_1 e_2 (1 + e_3 + e_4) + e_3 e_4 (1 + e_1 + e_2) \right) + F, \quad (5)$$

де  $F$  – адитивна складова частина нового рівняння, що утворюється після додавання нової ділянки  $d_3$  та вузла  $v_3$ :  $F = e_5 \cdot \left( e_4 + (1 + e_4) \left( \sum_{i=1}^3 e_i + e_2 e_3 + e_1 (e_2 + e_3) \right) \right)$ .

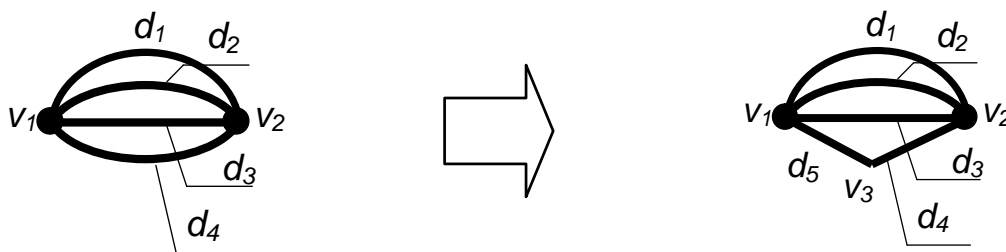


Рис. 2. Уведення до елементарної резервованої структури  $S^4$  із 4-х ділянок нового вузла  $v_3$  та нової ділянки  $d_5$

Загальне рівняння ймовірності зв'язності для резервованих структур, що мають три цикли  $S \subset C_i^p, i = 1, 2, 3$  з  $n$  ділянок має вигляд:

$$R = M \cdot \left( 1 + \sum_{i=1}^n e_i + F \right), \tag{6}$$

де  $e_i = \frac{1-r_i}{r_i}$ ,  $M = \prod_{i=1}^n r_i$ ,  $F$  – адитивна складова з табл. 1,  $r_i$  – значення надійності  $i$ -ої ділянки структури  $S^P$ ,  $n$  – число ділянок в структурі,  $j$  – число ділянок у першому циклі  $C_1^l$ ,  $v$  – число циклів,  $l$  – число ділянок у  $i$ -ому циклі.

До табл. 1 занесені різні графічні моделі структур з трьома циклами  $C^P$  та з числом ділянок  $n < 10$  та відповідні їм адитивні вирази  $F$ , що утворюються з додаванням до структури нових вузлів та ділянок.

Таблиця 1

Формули ймовірності зв'язності структур мереж з трьома кільцями

	$F = (e_4 + e_5 + e_4 e_5) \left( \sum_{i=1}^3 e_i + e_6 + e_7 \right) + e_4 e_5 + e_3 (e_1 + e_6 + e_7) + (e_1 + e_2 (1 + e_5) + e_3 e_4) (e_6 + e_7) + e_2 (e_3 (e_5 + e_6 + e_7) + e_4 (e_6 + e_7)) + e_1 (e_5 (e_3 + e_6 + e_7) + (e_3 + e_4) (e_6 + e_7)) + e_2 e_3$
	$F = (e_5 e_6 + e_4 ((e_3 (e_2 + e_5) + e_5 e_6) + e_3 (e_4 (1 + e_6) + e_5 + e_6) + e_2 \cdot \left( \sum_{i=3}^6 e_i + e_5 (e_4 + e_6) + e_3 (e_5 + e_6) \right) + e_1 \cdot \left( \sum_{i=2}^6 e_i + e_2 \sum_{i=4}^6 e_i + e_3 (e_4 + e_5) + e_6 \cdot \left( \sum_{i=3}^5 e_i \right) \right)$
	$F = e_5 e_6 + e_4 ((e_3 (e_2 + e_5) + e_5 e_6) + e_3 (e_4 (1 + e_6) + e_5 + e_6) + e_2 \cdot \left( \sum_{i=3}^6 e_i + e_5 (e_4 + e_6) + e_3 (e_5 + e_6) \right) + e_1 \cdot \left( \sum_{i=2}^6 e_i + e_2 \sum_{i=4}^6 e_i + e_3 (e_4 + e_5) + e_6 \cdot \left( \sum_{i=3}^5 e_i \right) \right) + e_7 ((e_1 + e_4) (e_3 + e_6) + (1 + e_2) (e_1 + e_3 + e_4 + e_6))$
	$F = e_1 (e_2 + e_6) + e_5 (1 + e_2) + e_6 (1 + e_5) (e_7 + e_8) + e_5 e_6 + (e_4 + e_4) \sum_{i=5}^8 e_i + (e_2 (1 + e_4) + e_4 e_6) \sum_{i=5}^8 e_i + e_3 (e_4 + e_5) \sum_{i=6}^8 e_i + e_3 e_4 (1 + e_5) + e_2 (e_4 + e_3 (1 + e_4 + e_5)) + e_1 \left( \sum_{i=6}^8 e_i (1 + e_3) + e_4 (1 + e_6) + e_3 (1 + e_4) + e_2 (1 + e_3 + e_4) \right)$
	$F = e_{10} \cdot \left( \sum_{i=2}^4 e_i + \sum_{i=6}^9 e_i \right) + e_7 \cdot \left( e_1 + \sum_{i=3}^5 e_i + e_8 + e_9 \right) + e_6 (e_{10} (e_9 + e_8) + e_1 + e_3 + e_4) + (e_9 + e_8) (e_7 e_{10} + \sum_{i=1}^6 e_i + e_5 \left( \sum_{i=2}^4 e_i + e_6 \right) + (e_6 + e_7) \left( e_5 (e_8 + e_9) + e_4 \cdot \left( e_5 + \sum_{i=8}^{10} e_i \right) \right)) + e_3 \left( \sum_{i=6}^9 e_i (e_4 + e_5 + e_{10}) + e_4 (1 + e_5 + e_{10}) \right) + e_2 ((e_5 + e_{10}) (e_8 + e_9) + (e_3 + e_4) (1 + e_5 + e_{10})) + e_4 (e_3 + e_9 + e_8) + e_1 ((e_6 + e_7) (e_4 + e_8 + e_9) + e_4 + (e_2 + e_3) (1 + e_4 + e_8 + e_9) + e_3 (e_2 + e_6 + e_7))$

### Висновки

Змінні параметри надійності елементів утворюють багатovid як геометричну модель у просторі станів об'єкта дослідження. Отримано вирази ймовірності зв'язності структури мережі як функції багатьох змінних для структур, що мають три цикли. Вони можуть використовуватись для моделювання структурної надійності інженерних мереж. Визначено можливості зміни розмірності структури системи та функції структурної надійності.

### Список використаної літератури

1. Райншке К. Оценка надежности систем с использованием графов / К. Райншке, И.А. Ушаков. – М.: Радио и связь, 1988. – 209 с.
2. Надежность технических систем: Справочник / Под ред. И.А. Ушакова – М.: Радио и связь, 1985. – 606 с.
3. Новохатній В.Г. Порівняльний аналіз надійності і топології структур водопровідних мереж / В.Г. Новохатній, І.С. Усенко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2002. – Вип. 10. – С. 50-55.
4. Усенко В.Г. Алгоритм побудови множини станів структури комунікаційної мережі зв'язками / В.Г.Усенко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2010. – Вип. 85. – С. 216-220.
5. Усенко В.Г. Метод раціонального розподілу надійності між елементами системи з паралельними зв'язками / В.Г.Усенко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 89. – С. 358-363.
6. Усенко В.Г. Раціональне нормування надійності елементів в системах з паралельно-послідовними структурами / В.Г.Усенко // Містобудування та територіальне планування. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 46. – С. 578-582.
7. Усенко В.Г. Границы эффективности повышения структурной надежности в резервируемых инженерных сетях / В.Г. Усенко, И.С. Усенко // Сборник научных трудов SWorld. – Иваново: МАРКОВА АД, 2013. Вип. 4. – Том 13. – С. 78-83.
8. Усенко В.Г. Модель ймовірності безвідмовної роботи технічної системи з рівними значеннями надійності її елементів / В.Г.Усенко // Геометричне та комп'ютерне моделювання: зб. наук. пр. / – Харків: ХДУХТ, 2011 – Вип. 29. – С. 57-62.