УДК 539.3

В.И. ГНИТЬКО, Д.В.КРЮТЧЕНКО[1)], Ю.В. НАУМЕНКО, Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА[1),2)]
[1)]Институт проблем машиностроения им. А.Н.Подгорного НАНУ, Украина,
[2)]Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ОТСЕКАМИ, СОДЕРЖАЩИМИ ЖИДКОСТЬ

В работе исследованы задачи о свободных и вынужденных колебаниях оболочечных конструкций с отсеками, частично заполненными идеальной несжимаемой жидкостью. Движение жидкости предполагается потенциальным. Рассмотрены импульсные воздействия на оболочки. Для гашения колебаний жидкости предлагается устанавливать внутренние перегородки. Для исследования колебаний применен метод интегральных уравнений. Его численная реализация осуществлена с использованием граничных элементов и суперэлементов. Получены частоты и формы колебаний жидкости в резервуарах с перегородками. Рассмотрены вынужденные колебания под действием гармонических и импульсных нагрузок.

Ключевые слова: *оболочка вращения, идеальная несжимаемая жидкость, перегородки, сингулярные интегральные уравнения, импульсные воздействия*

В.І. ГНИТЬКО, Д.В.КРЮТЧЕНКО[1)], Ю.В. НАУМЕНКО, О.О. СТРЕЛЬНІКОВА[1),2)]
[1)]Інститут проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАНУ, Україна,
[2)]Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна

МОДЕЛЮВАННЯ ВІЛЬНИХ ТА ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ З ВІДСІКАМИ, ЩО МІСТЯТЬ РІДИНУ

Досліджено задачі вільних та вимушених коливань оболонкових конструкцій з відсіками, що частково заповнені ідеальною нестисливою рідиною. Рух рідини вважається потенційним. Розглянуто імпульсні впливи на оболонки. Для гасіння коливань рідини запропоновано встановлювати внутрішні перегородки. Для дослідження коливань застосовано метод інтегральних рівнянь. Його числову реалізацію здійснено з використанням граничних елементів і суперелементів. Отримано частоти і форми коливань рідини в резервуарах з перегородками. Досліджені вимушені коливання під дією гармонічних та імпульсних навантажень.

Ключові слова: *оболонка обертання, ідеальна нестислива рідина, перегородки, сингулярні інтегральні рівняння, імпульсні впливи*

V.I. GNITKO, D.V. KRUTCHENKO[1)], Y.NAUMENKO, E. STRELNIKOVA[1),2)]
[1)]A.N. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine
[2)]V.N.Karazin Kharkov National University

ESTIMATION OF FREE AND FORCED VIBRATIONS OF SHELL STRUCTURES WITH FLUID-FILLED COMPARTMENT

In this paper we consider free and forced vibrations of shell structures with fluid-hilled compartments. The liquid is supposed to be an ideal and incompressible one and its flow introduced by the vibrations of a shell is irrotational. The impulse loads are considered. For slosh damping it is proposed to install inner baffles. The problem of the fluid-structure interaction was solved using the single-domain and multi-domain reduced boundary element methods. The numerical valued of frequencies are obtained. The forced vibrations are considered under harmonic and impulse loading.

Keywords: shell of revolution, ideal imcompressible liquid, baffles, singular integral equations, impulse loading

Анализ последних публикаций по теме исследования и постановка задачи

Контейнеры и резервуары для хранения нефти, легковоспламеняющихся и ядовитых жидкостей широко используются в различных областях инженерной практики, таких как авиастроение, химическая и нефтегазовая промышленность, энергетическое машиностроение, транспорт. Эти резервуары функционируют в условиях повышенных технологических нагрузок и заполнены нефтью, легковоспламеняющимися или ядовитыми веществами. В результате внезапного действия нагрузок, вызванных землетрясениями, другими форс-мажорными обстоятельствами жидкость, хранящаяся в резервуарах начинает испытывать интенсивные плескания.

Плескания – это феномен, наблюдающийся в ряде промышленных объектов: в контейнерах для хранения сжиженного газа, нефти, топливных баках, в резервуарах грузовых танкеров. Известно, что именно частично заполненные резервуары подвергаются действию особо интенсивных плесканий. Это может привести к высокому давлению на стенки резервуара, разрушению конструкции или к потере устойчивости и вызвать утечку опасного содержимого, что в свою очередь, может привести к серьезным экологическим последствиям. Интенсивное движение жидкости в резервуарах является предметом научных исследований в течение нескольких последних десятилетий. Интерес к проблеме вызван чрезвычайной важностью контроля плесканий в топливных баках ракетоносителей. Близость частот колебаний жидкости к частотам регулирующих механизмов неоднократно приводила к потере устойчивости, сходу с орбиты, разрушению летательных аппаратов [1].

Анализ исследований, посвященных проблемам плескания жидкости в резервуарах, дан в работах Р.А. Ибрагима [2,3]. Отметим также работы, посвященные плесканиям жидкости в цилиндрических резервуарах под действием сейсмических нагрузок [5]. Свободные колебания жидкости в конических и цилиндрических резервуарах рассмотрены в работе [6].

Цель исследования

Целью данного исследования является анализ свободных и вынужденных колебаний оболочек вращения с произвольным меридианом и внутренними перегородками, установленными для гашения плесканий.

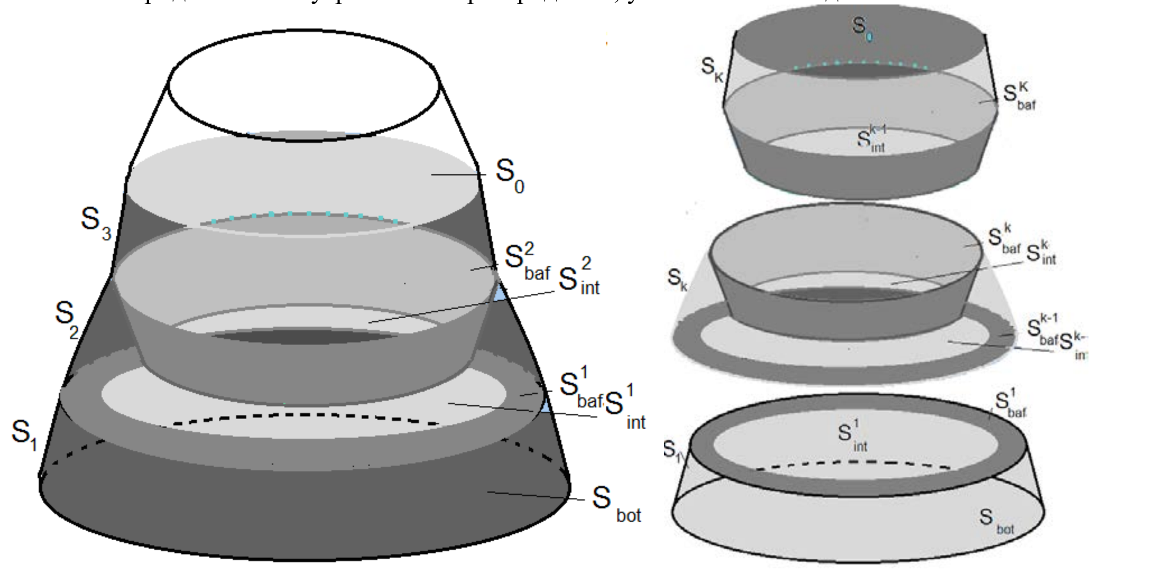


Рис.1.Оболочка с внутренними перегородками и схема с суперэлементами

Обозначим смоченную поверхность оболочки через S_1, а свободную поверхность - S_0. Пусть также S_{baf}. – поверхность перегородки, S_{int} – поверхность интерфейса. Отметим, что перегородок, а , следовательно, и поверхностей интерфейса может быть несколько.

Считаем, что декартова система координат $0xyz$ связана с оболочкой, свободная поверхность жидкости S_0 совпадает с плоскостью $x0y$ в состоянии покоя. Предполагается, что жидкость идеальная, несжимаемая, а ее движение, начавшееся из состояния покоя, является безвихревым. В этих условиях существует потенциал скоростей жидкости Ф

$$V_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; V_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}; V_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z},$$

удовлетворяющий уравнению Лапласа.

Величину давления p на стенки оболочки определяем из линеаризованного интеграла Коши-Лагранжа по формуле

$$p = -\rho_l \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz \right) + p_0 + a_s(t)x,$$

в которой Ф – потенциал скоростей, g – ускорение свободного падения, z – координата точки жидкости, отсчитываемая в вертикальном направлении, ρ_l – плотность жидкости, p_0 – атмосферное давление, $a_s(t)x$ - функция, характеризующая внешнее воздействие (горизонтальная сейсмическая нагрузка или импульс).

На свободной поверхности жидкости должны быть выполнены следующие условия:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad p - p_0 |_{S_0} = 0,$$

где функция ζ описывает форму и положение свободной поверхности.

Таким образом, для потенциала скоростей имеем следующую краевую задачу

$$\nabla^2\Phi = 0\,;\ \left.\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{S_1} = 0\,;\left.\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right|_{S_0} = \frac{\partial\zeta}{\partial t};\quad \left.p - p_0\right|_{S_0} = 0\,;\quad \left.\frac{\partial\Phi}{\partial t} + g\zeta + a_s(t)x\right|_{s_0} = 0\,.$$

Определив потенциал скоростей Φ и функцию ζ, установим высоту подъема свободной поверхности и определим давление жидкости на стенки оболочки.

Изложение основного материала исследования

Представим потенциал Φ в виде

$$\Phi = \sum_{k=1}^{M}\dot{d}_k\varphi_k\,. \tag{1}$$

Для функций φ_k рассмотрим следующие краевые задачи:

$$\nabla^2\varphi_k = 0\,,\ \left.\frac{\partial\varphi_k}{\partial\mathbf{n}}\right|_{S_1} = 0\,, \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial\varphi_k}{\partial\mathbf{n}}\right|_{S_0} = \frac{\partial\varsigma}{\partial t};\quad \frac{\partial\varphi_k}{\partial t} + g\zeta = 0\,. \tag{3}$$

Продифференцируем второе соотношение в (3) по t и подставим в полученное равенство $\frac{\partial\varsigma}{\partial t}$ из первого соотношения. Далее представим функции φ_k в виде $\varphi_k(t,x,y,z) = e^{i\chi_k t}\varphi_k(x,y,z)$. Приходим к проблеме собственных значений, при этом на свободной поверхности будет выполнено равенство

$$\frac{\partial\varphi_k}{\partial n} = \frac{\chi_k^2}{g}\varphi_k\,. \tag{4}$$

Для уравнения свободной поверхности получим выражение

$$\zeta = \sum_{k=1}^{M} d_k\frac{\partial\varphi_k}{\partial n}\,. \tag{5}$$

В цилиндрической системе координат имеем выражения для искомых функций

$$\varphi_k(r,z,\theta) = \varphi_k(r,z)\cos\alpha\theta \tag{6}$$

Здесь α – номер гармоники. Таким образом, отдельно рассматриваются частоты и формы свободных колебаний для различных α.

Представим φ в виде суммы потенциалов простого и двойного слоя [5]

$$2\pi\varphi(P_0) = \iint_S \frac{\partial\varphi}{\partial n}\frac{1}{|P-P_0|}dS - \iint_S \varphi\frac{\partial}{\partial n}\frac{1}{|P-P_0|}dS\,. \tag{7}$$

Здесь $S = S_1 \cup S_0$; точки P и P_0 принадлежат поверхности S.

Величина $|P - P_0|$ - декартово расстояние между точками P и P_0.

Удовлетворив граничным условиям (2),(3), приходим к системе интегральных уравнений в виде [5]. Для решения этой системы сингулярных интегральных уравнений применим метод граничных элементов. Для расчета колебаний бака при наличии перегородки используем метод подобластей (граничных суперэлементов). Для этого вводим «искусственную» поверхность интерфейса $S_{\rm int}$ [6], разбиваем область, заполненную жидкостью, на части $\Sigma_1;\Sigma_2,\ldots$ ограниченные соответственно поверхностями $S_{\rm w}$, $S_{\rm baf}$, $S_{\rm int}$ и $S_{\rm w}$, $S_{\rm baf}$, $S_{\rm int}$, S_0. На поверхности интерфейса ставятся такие граничные условия:

$$\left.\Phi\right|_{S_{\rm int}\cap\partial\Sigma_1} = \left.\Phi\right|_{S_{\rm int}\cap\partial\Sigma_2};\quad \left.\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{S_{\rm int}\cap\partial\Sigma_1} = -\left.\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{S_{\rm int}\cap\partial\Sigma_2} \tag{9}$$

Краевая задача с дополнительными граничными условиями (9) сводится к системе сингулярных интегральных уравнений вида [5]

$$A_{11}\varphi_1 + A_{12}\varphi_{1i} = B_{12}q_1;\quad P_0 \in S_1;$$
$$A_{21}\varphi_1 + A_{22}\varphi_{1i} = B_{22}q_1;\quad P_0 \in S_{\rm int};$$

$$A_{32}\varphi_{1i} + A_{33}\varphi_2 + A_{34}\varphi_0 - \omega^2 B_{34}\varphi_0 = -B_{32}q_1; \quad P_0 \in S_2;$$
$$A_{22}\varphi_{1i} + A_{23}\varphi_2 + A_{24}\varphi_0 - \omega^2 B_{24}\varphi_0 = -B_{22}q_1; \quad P_0 \in S_{\text{int}};$$
$$A_{42}\varphi_{1i} + A_{43}\varphi_2 + A_{44}\varphi_0 - \omega^2 B_{44}\varphi_0 = -B_{42}q_1; \quad P_0 \in S_0.$$

Определив базисные функции φ_k , подставим их в выражения для потенциала скоростей (1) и формы свободной поверхности (5). Полученные ряды подставляем в краевое условие на свободной поверхности

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta + a_s(t)x\right|_{s_0} = 0.$$

Поскольку в цилиндрической системе координат $x = r\cos\theta$, то нас будет интересовать только первая гармоника, т.е. в формуле (6) полагаем α=1. Приходим к следующему соотношению, выполненному на поверхности S_0

$$\sum_{k=1}^{M} \ddot{d}_k \varphi_k + g\sum_{k=1}^{M} d_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} + a_s(t)r = 0.$$

Но на поверхности S_0 выполнено соотношение (4), тогда приведенное выше равенство примет вид

$$\sum_{k=1}^{M} \ddot{d}_k \varphi_k + \sum_{k=1}^{M} \chi_k^2 d_k \varphi_k + a_s(t)r = 0. \tag{9}$$

Умножая равенство (9) скалярно на $\varphi_l\ \left(l = \overline{1, M}\right)$ и воспользовавшись ортогональностью собственных форм , получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

$$\ddot{d}_k + \chi_k^2 d_k + a_s(t)F_k = 0; \quad F_k = \frac{(r, \varphi_k)}{(\varphi_k, \varphi_k)}; \quad k = \overline{1, M}. \tag{10}$$

Считаем, что до приложения горизонтального импульса резервуар находился в состоянии покоя. Тогда (10) решаем при нулевых начальных условиях. Для решения системы (10) в работе применен операционный метод.

Рассмотрим цилиндрическую оболочку с плоским дном, частично заполненную жидкостью. Параметры резервуара следующие: радиус R = 1м, толщина h = 0.01м, длина L = 2м. Уровень заполнения оболочки H=0.8м. В качестве функции $a_s(t)$ принималась ступенька Хевисайда. Для проведения расчетов принимали разное количество базисных функций M=1,2, 5. Дальнейшее увеличение числа базисных функций не приводило к существенному изменению результатов. На рис 2 показана форма колебаний свободной поверхности в точке r = 0.5м в зависимости от времени при числе базисных функций M=5.

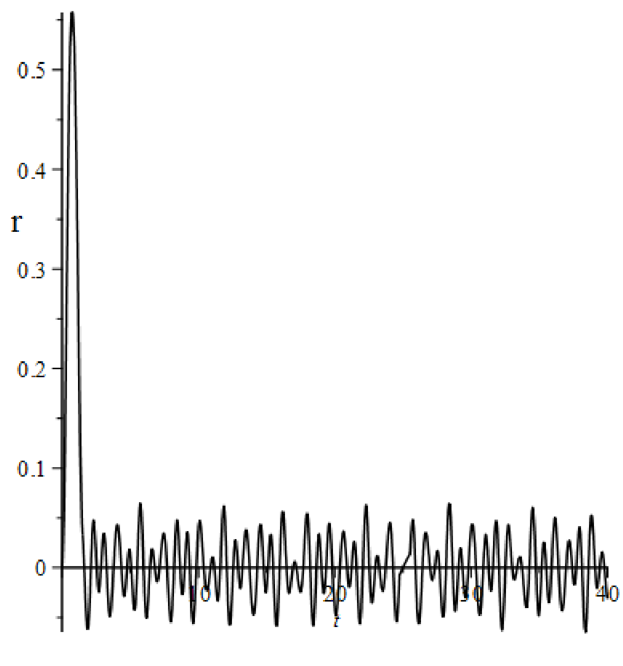
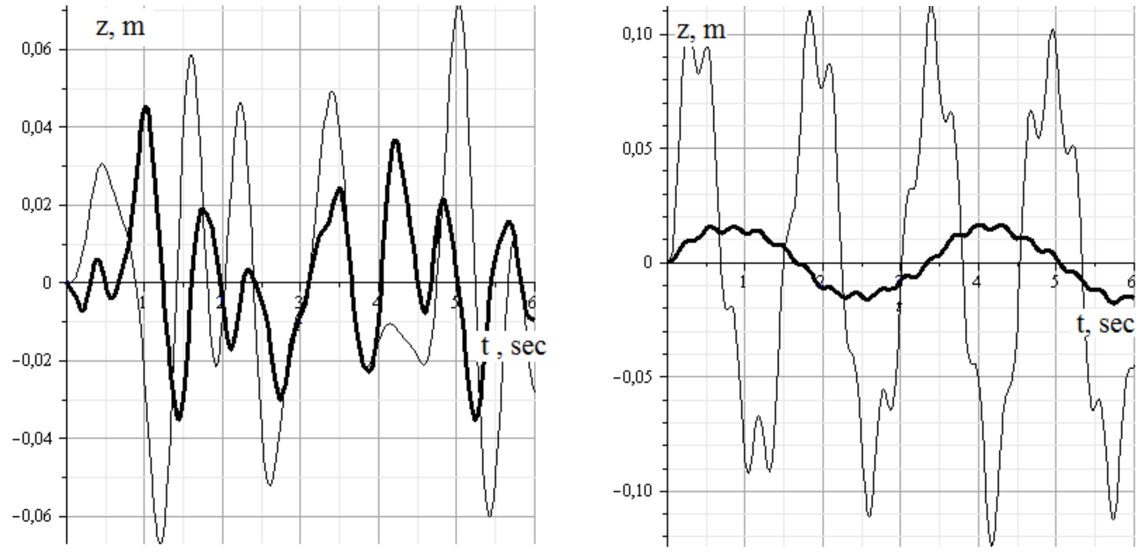


Рис.2 Поведение свободной поверхности при импульсной нагрузке.

На рис. 3 показано изменение уровня подъема в цилиндрической оболочке в точках r = 0.8 и r = 0.5 под действием гармонической нагрузки $a_s(t) = \cos 3t$. Серые линии отвечают амплитудам колебаний для оболочки без перегородки, черные - с перегородкой. Перегородка установлена на высоте H_1=0.6м, радиус отверстия в перегородке $R_i = 0.5$ м.



а) б)

Рис.3 Амплитуда колебания жидкости в цилиндрической оболочке

Выводы

Разработанный метод позволяет оценить уровень подъема свободной поверхности при действии внезапно приложенной нагрузке, что позволит дать рекомендации по установке защитных перегородок.

Список использованной литературы

1. Space Exploration Technologies Corp. Demo Flight 2 Flight Review Update, June 15, 2007.
2. R.A. Ibrahim. Recent Advances In Liquid Sloshing Dynamics. / *R.A. Ibrahim, V.N. Pilipchuck, T. Ikeda* //Applied Mechanics Reviews, Vol. 54, No. 2, PP. 133-199, 2001.
3. R.A. Ibrahim. Liquid Sloshing Dynamics. Cambridge University Press, New York, 2005
4. Шувалова Ю.С., Крютченко Д.В., Стрельникова Е.А. Интегральные уравнения в задаче о свободных и вынужденных колебаниях жидкости в жестких резервуарах. Вестник Херсонского национального технического университета, 58, №3, 2016, с. с.455-459.
5. Gnitko, V., Naumenko, V., Rozova, L., Strelnikova, E. Multi-domain boundary element method for liquid sloshing analysis of tanks with baffles. *Journal of Basic and Applied Research International*, **17(1),** pp.75-87, 2016.
6. Gnitko, V., Degtyariov, K., Naumenko, V., Strelnikova, E. BEM and FEM analysis of the fluid-structure Interaction in tanks with baffles. *Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, **5(3)**, pp. 317-328, 2017