УДК 519.28:620.179

В.О. ПАЩЕНКО Дніпровський національний університет

МОДЕЛЮВАННЯ СИЛОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕСТАЦІОНАРНОГО ПОЛЯ ЕЛІПСОПОДІБНОГО СТРУМОВОГО КОНТУРУ НАД ОРТОТРОПНИМ ПАРАМАГНІТНИМ КОМПОЗИТОМ З ДИСИПАТИВНИМИ ВТРАТАМИ

Методом граничних елементів у змішаних безрозмірних координатах промодельоване становлення нормованої електричної напруженості лінійно-зростаючого збурення в повітрі — над тріщиною в плоскій поверхні ортотропного парамагнітного композита з тепловими втратами. У разі зворотної пропорційності його провідностям як напівосей еліпсоподібного контуру, так і масштабів за осями абсцис, ординат й аплікат та часу, обґрунтована можливість ізотропного підходу до електромагнітної дефектоскопії ортотропних композитів. Як міра конструкційної загрози оцінені розміри тріщини за допомогою просторовочасового аналізу даних на перетині таких площин: симетрії тріщини та паралельної поверхні композита.

Ключові слова: електромагнітна дефектоскопія, ортотропні парамагнітні композити, дисипація, тріщина, безрозмірні координати, метод граничних елементів.

В.А. ПАЩЕНКО Днипровский национальний университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОЛЯ ЕЛЛИПСОПОДОБНОГО ТОКОВОГО КОНТУРА НАД ОРТОТРОПНЫМ ПАРАМАГНИТНЫМ КОМПОЗИТОМ С ДИССИПАТИВНЫМИ ПОТЕРЯМИ

Методом граничных элементов в смешанных безразмерных координатах моделируется становление нормированной элетрической напряженности линейно-нарастающего возбуждения в воздухе — над трещиной в плоской поверхности ортотропного парамагнитного композита с тепловыми потерями. В случае обратной пропорциональности его проводимостям как полуосей елипсоподобного контура, так и масштабов по осям абсцис, ординат, аппликат и времени, обоснована целесообразность изотропного подхода к электромагнитной дефектоскопии ортотропных композитов. Как мера конструкционной угрозы оценены размеры трещины с помощью пространственно-временного анализа данных на пересечении таких плоскостей: симметрии трещины и параллельной поверхности композита.

Ключевые слова: элетромагнитная дефектоскопия, ортотропные парамагнитные композиты, диссипация, трещина, безразмерные координаты, метод граничных элементов.

> V.O. PASHCHENKO Dnipro national university

THE MODELLING OF POWER-TYPE CHARACTERISTICS OF NONSTATIONARY FIELD OF ELLIPTIC CONTOUR ABOVE THE ORTOTROPIC PARAMAGNETIC COMPOSITE WITH DISSIPATIVE LOSS

By the boundary elements method in mixed dimentionless coordinates the becoming of reduced electrical intensity of linearly-increasing excitation has been modeled in the air — above the crack in a plane surface of the orthotropic paramagnetic composite with dissipative loss. In case of inverse proportionality to its conductivities both eleptic contour halfaxis and scales of abscissa, ordinate, applicate and time it has based an expediency of the isotropic approach to the electromagnetic defectoscopy of orthotropic composites. As a measure of the constructions danger the crack size has been estimated by the spatial-temporary analysis of data located on intersection of such planes: crack symmetry one and one that is parallel to the composite surface.

Keywords: electromagnetic defectoscopy, orthotropic paramagnetic composites, dissipative loss, crack, dimensionless coordinates, boundary elements method.

Постановка проблеми

По відношенню до орієнтації односпрямованого армування *композити* володіють симетрією характеристик і властивостей, зокрема, електропровідності, а тому називаються *ортотропними* (ортогональноанізотропними)[1]. Провідності вздовж і поперек (джгутів) волокнин вуглецевих композитів відрізняються не більше ніж у декілька разів[1, 2].

Основні дефекти структури ортотропних композитів – розриви (джгутів) волокнин, котрі уявляють найбільшу загрозу цілісності виробу в разі розташування на його поверхні, при досягненні критичних розмірів. Вимоги до надійності обумовлюють регулярне проведення неруйнівного контролю[3], який при зберіганні й експлуатації доцільніше здійснювати електромагнітним методом, що забезпечує простоту й локальність процедури, оперативність і реалізовуваність у труднодоступних місцях. Розриви волокнин погіршують уздовжну провідність, що й ідентифікує поперечну тріщину.

Зондувальне поле в діапазоні до **0.5** *ГГц* збурюється еліпсоподібним контуром, напівосі якого (рис.1) зворотно-пропорційні провідностям композита вздовж і поперек напряму армування:

$$a = k/\sigma_x$$
, $b = k/\sigma_y$. $(k - \kappa o \mu cm a \mu ma)$ (1)



б)

Рис. 1. Точкові джерела еліпсоподібного контуру стороннього струму над плоскою неушкодженою поверхнею ортотропного композита: а) вигляд спереду з поперечним перетином волокнин; б) вигляд зверху

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Серед підходів до математичного моделювання просторово-часових розподілень електромагнітних полів[4] чільне місце займає метод *граничних елементів* (МГЕ)[5-6], котрий використовує вимірність розв'язуваної задачі, меншу на одиницю, коли обчислення виконується лише на частині границі, а не в усій області дослідження, зокрема, безконечній, — як у разі метода скінчених елементів[7]. Необхідна умова застосування МГЕ – перехід від змішаної крайової задачі для диференціальних рівнянь до відповідних граничних інтегральних розв'язків. Тому, на відміну від методів скінченних різниць і елементів, МГЕ використовує інтегрування замість чисельного диференціювання, що зменшує інтенсивність шуму округлення, підвищує точність і ефективність обчислень.

Непрямий варіант МГЕ використовує інтегральний вираз щодо фундаментального розв'язку відповідного диференціального рівняння[6]. Для хвильового рівняння такий інтегральний вираз є потенціалом поодинокого шару[8], котрий відмінний від нуля в області, що розширюється з часом, і задається густиною стороннього струму еліпсоподібного контуру. Фундаментальний розв'язок – це функція Гріна для необмеженої області, тому початкові й граничні умови можна замінити системою точкових джерел[9], для яких розв'язується вихідна задача; її загальний розв'язок є суперпозицією елементарних розв'язків.

Для розширюваної з часом області присутності нестаціонарного електромагнітного поля в повітрі, над плоскою поверхнею ортотропного композита, отримані в [10] аналітичні просторово-часові розподілення *x*- і *y*-проекцій векторного потенціалу точкового джерела стороннього струму. Виходячи з них, в [11] знайдено аналітичний вираз для просторово-часового розподілення *x*-, *y*-проекцій електричної напруженості над плоскою поверхнею ортотропного композита.

Перехід до змішаних безрозмірних координат дозволяє приховати фізичні константи в виразах для кроків дискретизації, а тому створити умови для зведення ортотропної задачі до ізотропної, а також коректно здійснити дискретизацію процесу моделювання та співмірити подання просторово-часових даних. До того ж виникають підстави для подання еліпсоподібного контуру кругловидою множиною точкових джерел.

Формулювання цілі дослідження.

Вдосконалити непрямий варіант МГЕ для застосування в змішаних безрозмірних координатах ізотропного підходу до моделювання процесу оцінювання тріщини ортотропного композита за допомогою аналізу значень приведеної електричної напруженості в повітрі.

Викладення основного матеріалу дослідження

Отримаємо аналітичні вирази для тангенціальних проекцій векторного потенціалу, створеного в $(x, y, z \le h)$ -точці повітряного напівпростору нестаціонарним стороннім струмом густини $J(z) = J_0 \cdot f(z)$, де J_0 – амплітуда, а f(z) – обвідна $(|f(z)| \le 1)$, котрий тече вздовж еліпсоподібного контуру $\sigma_x^2 x^2 + \sigma_y^2 y^2 = k^2$. Площина контуру паралельна плоскій неушкодженій поверхні композита, від якого віддалена зазором h. Як і координатні осі абсцис і ординати, напівосі a і b еліпсоподібного контуру орієнтовані, відповідно, поперек і вздовж напрямку армування (рис 1). Кожне точкове джерело стороннього струму, яке належить верхній (чи нижній) половині еліпсоподібного контуру, маючи координати $(x_m, y_m, 0)$ (чи $(x_m, -y_m, 0)$), де $x_m \in [-a, a]$, а $y_m \in [0, b]$, створює елементарний векторний потенціал із тангенціальними проекціями

$$a_{x,y}(x, y, z, t) = \frac{\mu_{0J_0}}{4\pi} F_{x,y}(x_m, \pm y_m) \left[\frac{f\left(t - \frac{r_{x,y}^{(x)}}{c}\right)}{r_{x,y}^{(2)}} - \frac{1}{r_{x,y}^{(2)}} \int_{r_{x,y}^{(2)}/c}^{t} H_{x,y}^R\left(\tau - r_{x,y}^{(2)}/c\right) df(t-\tau) \right], \tag{1}$$

де μ_0 і с – магнітна проникність і швидкість розповсюдження поля в повітрі; *t* і τ – поточний час і його затримка; *m* ∈ [-*M*, *M*];

$$F_x(x_{m'}\pm y_m) = \cos\gamma(x_{m'}\pm y_m), \quad F_y(x_{m'}\pm y_m) = \sin\gamma(x_{m'}\pm y_m), \quad (2)$$

причому

$$\gamma(x_{m'} \pm y_m) = \operatorname{arctg} \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_{x=x_m} = \mp \operatorname{arctg} \left. \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \frac{\sigma_x x_m/k}{\sqrt{1 - (\sigma_x x_m/k)^2}} \right. \tag{3}$$

- кути між віссю абсцис і дотичною до еліпсоподібного контуру $y = \sqrt{k^2 - \sigma_x^2 x_m^2} / \sigma_y$ в його $(x_m, y_m, 0)$ - і $(x_m, -y_m, 0)$ -точках;

$$r_{\pm}^{(1)}((x_m, \pm y_m) = \sqrt{(x - x_m)^2 + (y \mp y_m)^2 + z^2}, r_{\pm}^{(2)}((x_m, \pm y_m) = \sqrt{(x - x_m)^2 + (y \mp y_m)^2 + (2h - z)^2}, (4)$$

- віддаленості $(x, y, z \le h)$ -точки повітряного напівпростору від фактичного та фіктивного точкових джере.

 – віддаленості (x, y, z ≤ h)-точки повітряного напівпростору від фактичного та фіктивного точкових джерел із координатами, відповідно:

а) $(x_m, y_m, 0)$ та $(x_m, y_m, 2h)$ у разі верхньої половини еліпса;

б) $(x_{m'}-y_{m'},0)$ та $(x_{m'}-y_{m'},2h)$ для нижньої половини еліпса.

Характеристика відбиття ортотропного парамагнітного композита з тепловими втратами задається наступними аналітичними виразами для її х-, у-проекції:

$$H_{x,y}^{R}\left(\tau - \frac{r_{x,y}^{(1)}}{c}\right) = \frac{2U\left(\tau - \frac{r_{x,y}^{(1)}}{c}\right)}{I_{0}\sqrt{-i\frac{\sigma_{x,y}}{\pi\epsilon_{0}c}\left[\int_{0}^{ct}I_{0}(d_{x,y}\rho)d\rho - r_{x,y}^{(2)}\right]}},$$
(5)

де *U*(т) – симетрична ступінчаста функція:

$$U(\tau) = \begin{cases} 1, e c \pi u \tau > 0 \\ 1/2, \pi p u \tau = 0; \\ 0, e c \pi u \tau < 0 \end{cases}$$
(6)

 $\sigma_{x,y}$ – питома електропровідність композита вздовж *x*-, *y*-координати, ε_0 – діелектрична проникність повітря, а модифікована функція Беселя 0-го порядку уявної змінної

$$I_0(\sqrt{-i}V_{x,y}) = ber(V_{x,y}) - i \cdot bei(V_{x,y}), \tag{7}$$

має в якості дійсної й уявної частин функції Кельвіна 0-го порядку:

де

$$V_{x,y} = \sqrt{\frac{\sigma_{x,y}}{\pi\epsilon_0 c}} \left[\int_0^{ct} I_0(d_{x,y}\rho) d\rho - r_{\pm}^{(2)} \right], \tag{8}$$

причому

 Δ^{t}

$$y \qquad \int_{0}^{t_{x}} I_{0}(d_{x,y}\rho)d\rho \cong \tau_{x,y} \left\{ 1 + \frac{1}{12} \left(\Delta_{x,y}^{t} \cdot c \cdot d_{x,y} \cdot \tau_{x,y} \right)^{2} + \frac{1}{320} \left(\Delta_{x,y}^{t} \cdot c \cdot d_{x,y} \cdot \tau_{x,y} \right)^{2} \right\};$$
(9)
$$\frac{4\pi\varepsilon_{0}}{\sigma_{x,y}}; \quad \tau_{x,y} = \frac{t}{\Delta_{x,y}^{t}} \right);$$

Тому дійсна й уявна складові x-, y-проекції характеристики відбиття задаються такими виразами[12]:

$$Re \left\{ H_{x,y}^{R}\left(t - \frac{r_{x,y}^{(2)}}{c}\right) \right\} = 1 - \frac{2ber v_{x,y}}{ber^{2} v_{x,y} + bel^{2} v_{x,y}},$$
(9)
$$Im \left\{ H_{x,y}^{R}\left(t - \frac{r_{x,y}^{(2)}}{c}\right) \right\} = -\frac{2bei v_{x,y}}{ber^{2} v_{x,y} + bel^{2} v_{x,y}},$$
(10)

причому аргумент 🌄 визначається виразом (8).

x- й *y*-проекції векторного потенціалу еліпсоподібного контуру можна апроксимувати різницями відповідних проекцій елементарних вектор-потенціалів токових джерел верхньої й нижньої половин еліпса, в яких сторонній струм тече в протилежних напрямках:

$$\begin{aligned} A_{x}(x, y, z, t) &= \frac{\mu_{0,0}}{4\pi} \sum_{m=-M}^{M} \Delta x_{m} \times \\ &\times \left\{ F_{x}(x_{m'}y_{m}) \left[\frac{f(t-r_{+}^{(1)}/c)}{r_{+}^{(1)}} - \frac{1}{r_{+}^{(2)}} \int_{r_{+}^{(2)}/c}^{t} H_{x}^{R}(\tau - r_{+}^{(2)}/c) \cdot df(t-\tau) \right] \right. \\ &- F_{x}(x_{m'}-y_{m}) \left[\frac{f(t-r_{+}^{(1)}/c)}{r_{-}^{(1)}} - \frac{1}{r_{-}^{(2)}} \int_{r_{-}^{(2)}/c}^{t} H_{x}^{R}(\tau - r_{-}^{(2)}/c) \cdot df(t-\tau) \right] \right], \end{aligned}$$
(11)

$$\begin{aligned} A_{y}(x, y, z, t) &= \frac{r_{00}}{4\pi} \sum_{m=-M}^{M} \Delta y_{m} \times \\ &\times \left\{ F_{y}(x_{m'}y_{m}) \left[\frac{f(t-r_{+}^{(1)}/c)}{r_{+}^{(1)}} - \frac{1}{r_{+}^{(2)}} \int_{r_{+}^{(2)}/c}^{t} H_{y}^{R}(\tau - r_{+}^{(2)}/c) \cdot df(t-\tau) \right] - F_{y}(x_{m'}-y_{m}) \left[\frac{f(t-r_{+}^{(1)}/c)}{r_{-}^{(1)}} - \frac{1}{r_{-}^{(2)}} \int_{r_{-}^{(2)}/c}^{t} H_{y}^{R}(\tau - r_{-}^{(2)}/c) \cdot df(t-\tau) \right] \right]. \end{aligned}$$
(12)

У разі параметричного завдання еліпса:

$$x = \frac{\kappa}{\sigma_x} \cos \gamma, \qquad y = \frac{\kappa}{\sigma_y} \sin \gamma,$$

його рівняння максимально спрощується $\Phi : \cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma = 1$, а кути (3) між віссю абсцис і дотичними складають $y = \mp \operatorname{arctg}\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_y} \operatorname{ctg} \gamma\right)$. Диференціали незалежних змінних x й y записуються таким чином:

$$dx_m = \frac{k}{\sigma_x} \sin \gamma \cdot d\gamma, \qquad dy_m = \frac{k}{\sigma_y} \cos \gamma \cdot d\gamma.$$
(13)

При зміненні у від $-\pi/2$ до $\pi/2$ здійснюється одночасний обхід як верхньої, так і нижньої половини еліпса, причому зліва на право. Тоді рівності (2) приймають вигляд:

$$F_{x}(x_{m}, y_{m}) = \cos\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\sigma_{x}}{\sigma_{y}} \cdot \operatorname{ctg}\gamma\right)\right], \quad F_{y}(x_{m}, y_{m}) = \mp \sin\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\sigma_{x}}{\sigma_{y}} \cdot \operatorname{ctg}\gamma\right)\right], \tag{14}$$

Використовуємо щодо формул (2) такі тригонометричні тотожності:

$$\cos\left[\mp \arctan\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \operatorname{ctg} \gamma\right)\right] = \cos\left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arcctg}\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \operatorname{ctg} \gamma\right)\right] = \pm \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_x^2 \cdot \operatorname{ctg} \gamma}},\tag{15}$$

$$\sin\left[\mp \operatorname{arctg}\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \operatorname{ctg}\gamma\right)\right] = \mp \sin\left[\operatorname{arcsin}\frac{\sigma_x \operatorname{ctg}\gamma}{\sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_x^2 \cdot \operatorname{ctg}^2\gamma}}\right] = \mp \frac{\sigma_x \operatorname{ctg}\gamma}{\sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_x^2 \cdot \operatorname{ctg}^2\gamma}}.$$
 (16)

У цьому випадку формули (4) приймають вигляд:

$$r_{\pm}^{(1)} = \sqrt{\left(x - \frac{k}{\sigma_x}\cos\gamma\right)^2 + \left(y \mp \frac{k}{\sigma_y}\sin\gamma\right)^2 + z^2}, \quad r_{\pm}^{(2)} = \sqrt{\left(x - \frac{k}{\sigma_x}\cos\gamma\right)^2 + \left(y \mp \frac{k}{\sigma_y}\sin\gamma\right)^2 + (2h - z)^2}.$$
(17)

Тепер можна записати *x*-, й *y*-проекції векторного потенціалу еліпсоподібного контуру при *M* → ∞ за допомогою криволінійних інтегралів другого типу:

$$A_{x}(x, y, z, t) = \frac{\mu_{0} J_{0}}{4\pi} \Biggl\{ -k \frac{\sigma_{y}}{\sigma_{x}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin \gamma \cdot d\gamma}{\sqrt{\sigma_{y}^{2} + \sigma_{x}^{2} \cdot ctg^{2} \gamma}} \Biggl[\frac{f(t - r_{+}^{(1)}/c)}{r_{+}^{(1)}} - \frac{f(t - r_{-}^{(1)}/c)}{r_{-}^{(1)}} \Biggr] \Biggr\}$$

$$\frac{\int_{r_{+}^{(2)}/c}^{t} H_{x}^{R}(\tau - r_{+}^{(2)}/c) df(t-\tau)}{r_{+}^{(2)}} + \frac{\int_{r_{-}^{(2)}/c}^{t} H_{x}^{R}(\tau - r_{-}^{(2)}/c) df(t-\tau)}{r_{-}^{(2)}} \right\},$$
(18)

$$A_{y}(x, y, z, t) = \frac{\mu_{0}J_{0}}{4\pi} \Biggl\{ k \frac{\sigma_{y}}{\sigma_{x}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos \gamma \cdot \operatorname{ctg} \gamma \cdot d\gamma}{\sqrt{\sigma_{y}^{2} + \sigma_{x}^{2} \cdot \operatorname{ctg}^{2} \gamma}} \Biggl[\frac{f(t - r_{+}^{(1)}/c)}{r_{+}^{(1)}} - \frac{f(t - r_{-}^{(1)}/c)}{r_{-}^{(1)}} - \frac{\int_{r_{+}^{(2)}/c}^{r_{x}(x, y, z, t)} R_{y}^{R}(\tau - r_{+}^{(2)}/c) df(t - \tau)}{r_{+}^{(2)}} + \frac{\int_{r_{+}^{(2)}/c}^{r_{+}(x, y, z, t)} R_{y}^{R}(\tau - r_{-}^{(1)}/c) df(t - \tau)}{r_{-}^{(1)}} \Biggr] \Biggr\}.$$
(19)

У випадку довільного фізично реалізовуваного стороннього збурення отримані інтеграли не беруться в елементарних функціях.

Щоб виконати перехід до безрозмірних координат, просторові та часові зміни ділять на узгоджені кванти Δ та Δ^{t} , причому $\Delta = c \cdot \Delta^{t}$, де с – швидкість розповсюдження поля в повітрі. Перехід реалізується незалежно для *x*-, та *y*-проекцій електричної напруженості.

У виразах (5) та (7) істотне спрощення уявного аргументу модифікованої функції Беселя забезпечують наступні величини часових квантів[13]:

$$\Delta_x^t = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\sigma_x}, \qquad \Delta_y^t = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\sigma_y}. \tag{20}$$

Тоді відповідні просторові кванти визначаються виразами:

Δ.

$$_{x} = \frac{4\pi}{\rho\sigma_{x}}, \qquad \Delta_{y} = \frac{4\pi}{\rho\sigma_{y}}. \tag{21}$$

де $\rho = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – хвильовий опір повітря.

З метою представлення ортотропного композита за допомогою ізотропного провідного напівпростору застосуємо змішані безрозмірні $(X_x = x/\Delta_x, Y_y = y/\Delta_y, Z_x = z/\Delta_x, T_x = t/\Delta_x^t)$ - або $(X_x, Y_y, Z_x = z/\Delta_y, T_x = t/\Delta_y^t)$ -координати. Тоді обидві напівосі еліпса задаються однаковими виразами: $a/\Delta_x = b/\Delta_y = k\rho/4\pi$, якщо справедливі рівності (1). Отже, у безрозмірній $(X_x, Y_y, 0)$ -площині еліпсоподібний контур збуджувача представляється колом.



Рис. 2. У змішаних безрозмірних координатах вид зверху на точкові джерела (о) стороннього струму (→), збуджувач (затемнений), вузли дискретизації (+) та зони впливу (-----) на досліджуваній плоскості вище поверхні композита, спотвореної тріщиною (зачорнена)

Таким чином, збуджувач еліпсоподібної форми з напівосями, зворотно пропорційними питомим електричним провідностям композита, апроксимується трьома круглими контурами, котрі об'єднують, відповідно, 8, 12, 16 точкових джерел стороннього струму (рис. 2) у змішаних безрозмірних координатах, що гарантує зведення ортотропної задачі до ізотропної.

Моделююче поле представлене суперпозицією полів 36 точкових джерел (рис.2). При цьому 20 внутрішніх точкових джерел, що належать найближчому та наступному шарам – по відношенню до центру кола, володіють 0-мірними зонами впливу на досліджуваній площині. Такі зони містять єдиний вузол дискретизації для відповідного граничного елемента, обмеженого штрих-пунктирною лінією на рис.2.

Шістнадцять крайніх точкових джерел, що належать третьому шару, володіють 1-, та 2-мірними зонами впливу на досліджуваній площині. Такі зони впливу окреслені аналогічним чином, але містять кілька вузлів дискретизації. У першому наближенні кожне крайнє точкове джерело створює поле у відповідній зоні впливу, покритій індивідуальним граничним елементом.

В результаті за допомогою ізотропного підходу виконано гранично-елементне моделювання електромагнітної дефектоскопії поверхневого шару ортотропного композиту при використанні поля еліпсоподібного перетворювача.

Таблиця 2

$Re{E^{Ax}}$ Im{E^{Ax}}	X	-5 <u>∆</u> x	-4∆x	-3 <u>∆</u> x	-2 <u>∆</u> x	-∆x	0	∆x	2 ∆ x	3 <u>∆</u> x	4 <u>∆</u> x	5∆x
Y	y _y X _x	-5	4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
5∆у	5	-	-	-	- 0.148 0.010	- 0.177 0.007	- 0.177 0.007	- 0.177 0.07	- 0.148 0.010	-	-	-
4∆у	4	-	-	- 0.148 0.010	- 0.286 0.007	- 0.403 0.006	- 0.403 0.006	- 0.403 0.006	- 0.286 0.007	- 0.148 0.010	-	-
З∆у	3	-	- 0.148 0.010	- 0.286 0.007	- 0.403 0.006	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	- 0.403 0.006	- 0.286 0.007	- 0.148 0.010	-
2∆у	2	- 0.148 0.010	- 0.286 0.007	- 0.403 0.006	- 0.682 0.007	- 0.796 0.019	- 0.795 0.055	- 0.795 0.055	- 0.795 0.055	- 0.505 0.020	- 0.286 0.007	- 0.148 0.010
Δу	1	- 0.177 0.007	- 0.286 0.007	- 0.403 0.006	- 0.682 0.007	- 0.403 0.006	- 0.177 0.007					
0	0	- 0.177 0.007	- 0.286 0.007	- 0.403 0.006	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	-	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	- 0.403 0.006	- 0.177 0.007
−∆у	-1	- 0.177 0.007	- 0.403 0.006	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	- 0.403 0.006	- 0.177 0.007				
—2∆у	-2	- 0.148 0.010	- 0.286 0.007	- 0.403 0.006	- 0.682 0.007	- 0.403 0.006	- 0.286 0.007	- 0.148 0.010				
—3∆у	-3	-	-0.148 0.010	- 0.286 0.007	- 0.403 0.006	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	- 0.682 0.007	- 0.403 0.006	- 0.286 0.007	-0.148 0.010	-
-4∆y	-4	-	-	- 0.148 0.010	- 0.286 0.007	- 0.403 0.006	- 0.403 0.006	- 0.403 0.006	- 0.286 0.007	- 0.148 0.010	-	-
—5∆y	-5	-	-	-	- 0.148 0.010	- 0.177 0.007	- 0.177 0.007	- 0.177 0.007	- 0.148 0.010	-	-	-

Значення дійсної та уявної частин нормованої електричної напруженості у горизонтальній (*X*, *Y*, *Z* =1)-плоскості при T = 8.

Висновки

Таким чином, за допомогою ізотропного підходу виконане гранично-елементне моделю-вання процесу електромагнітної дефектоскопії поверхневого шару ортотропного парамагнітного композиту з тепловими втратами за допомогою зондувального поля еліпсоподібного контуру. Гранично-елементне моделювання гарантує контрастне розпізнавання поверхневих тріщин за допомогою аналізу таблиці, яка містить значення дійсної й уявної частин нормованої електричної напруженості в процесі її встановлення.

1. Розглянуті теоретичні питання електромагнітного контролю ортотропного композиту з поверхневою тріщиною. Нестаціонарне зондувальне поле збуджується стороннім струмом. Збудник має еліпсоподібну форму з напівосями, обернено пропорційними питомим електричним провідностям композиту. Збудник моделюється 36-точковими джерелами, об'єднаними трьома замкненими контурами. 2. Наведені вирази для декартових *x*- та *y*-проекцій комплексного векторного потенціалу точкового джерела над бездефектною плоскою поверхнею ортотропного композиту. Виведені відповідні вирази для декартових *x*- та *y*-проекцій електричної напруженості результуючого поля точкового джерела в повітрі.

3. Для зменшення математичної та обчислювальної складності гранично-елементного моделювання введена пара безрозмірних просторово-часових систем $(X_x Y_x Z_x T_x)$ - та $(X_y Y_y Z_y T_y)$ -шляхом ділення змінних *x*, *y*, *z* та *t* на пари просторових та часових квантів, які обернено пропорційні величинам провідності композиту: $\Delta_x = 4\pi/\rho\sigma_x$ та $\Delta_x^t = 4\pi\varepsilon_0/\sigma_x$ як і $\Delta_y = 4\pi/\rho\sigma_y$ та $\Delta_y^t = 4\pi\varepsilon_0/\sigma_y$, де ρ – хвильовий опір повітря. Еліпсоподібний збудник приймає круглу форму у змішаних безрозмірних $(X_x Y_y Z_x T_x)$ - або $(X_x Y_y Z_y T_y)$ координатах, що гарантує зведення ортотропної задачі до ізотропної.

4. У змішаних безрозмірних $(X_x Y_y Z_x T_x)$ - або $(X_x Y_y Z_y T_y)$ -координатах отримано вираз для нормованої електричної напруженості результуючого поля точкового джерела над ізотропним проводячим напівпростором. Виділені дійсна та уявна частини нормованої електричної напруженості.

5. За допомогою отриманого виразу для дійсної та уявної частин в досліджуваній площині обчислена нормована електрична напруженість 36-точкового масиву, розташованого над поверхневою тріщиною, за допомогою методу граничних елементів.

6. Результати гранично-елементного моделювання гарантують контрастне розпізнавання поверхневих тріщин за допомогою аналізу вмісту таблиць значень активної й реактивної складових нормованої електричної площини при її становленні.

Перелік використаної літератури

- 1. Композиционные материалы: Справочник/ Под ред. Д. М. Карпиноса. К.: Наукова думка, 1985. 592с.
- Кербер М.Л. Полимерные композиционные материалы. Структура. Свойства. Технологии. СПб.: Профессия, 2008. – 560с.
- 3. Неразрушающий контроль и диагностика/ Под ред. В. В. Клюева. М.: Машиностроение, 2003. 656с.
- Жданов М. С. Математическое моделирование электромагнитных полей в трехмерно-неоднородных средах/ М. С. Жданов, В. В. Спичак. – М.: Наука, 1992. – 187с.
- 5. Бреббия К. Применение метода граничных элементов в технике/ К. Бреббия, С. Уокер.-М.: Мир, 1982.-248с.
- Бенерджи П. Методы граничных элементов в прикладных науках/ П. Бенерджи, П. Баттерфилд. М.: Мир, 1984. – 498с.
- Сильвестр П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков. / П.Сильвестр, Р. Феррари. – М.: Мир, 1986. – 230с.
- 8. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики/ А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. М.: Наука, 1977. 736с.
- 9. Фарлоу С. Уравнение с частными производными для научных работников и инженеров. М.: Мир, 1985. 384с.
- Pashchenko V. A., Khandetskii V.S. Questions of the Theory of Electromagnetic Testing of Orthotropic Composites Using Nonstationary Fields. 1. The Elementary Vector Potential of Primary and Reflected Fields in the Air above the Flat Surface of a Composite// Russian Journal of Nondestractive Testing. 2012. U.48. No.6. – PP. 357–372.
- Pashchenko V. A. The subsurface sounding analytical description of orthotropic composite in dimensionless coordinates//Proceedings of the 14th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory_{*} – Kharkiv, Ukraine, 2012. – PP. 176–179.
- Pashchenko V. A. Parallel tabulating method of passage and reflection characteristics of orthotropic paramagnetic composite// International Conference "Parallel and Distributed Computing Systems", PDCS-2013.— Kharkiv, Ukraine, 2013.— PP. 236—240.
- 13. Пащенко В. О. Гранично-елементне моделювання становлення електричної напруженості над поверхнею ортотропного композита//Вестник ХНТУ, №3(50).— Херсон, 2014.— С. 81—87.