

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ І  
ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І  
ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ**

УДК 621.314.21

О.Ю. КИМСТАЧ, В.О. ЗАГУРСЬКИЙ

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, м. Николаїв

**УРАХУВАННЯ МАГНІТНИХ ВТРАТ ПОТУЖНОСТІ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ  
ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ТРАНСФОРМАТОРАХ**

*Виконано аналіз ефекту врахування магнітних втрат потужності при математичному моделюванні перехідних процесів трансформаторів. Використано математичні моделі трансформатора на основі моделі узагальненої двофазної електричної машини. Розглянуті динамічні режими трансформаторів при включенні без навантаження і з навантаженням, при короткому замиканні. Виконано порівняння кривих струму первинної обмотки трансформатора при зазначених перехідних процесах. Побудовані графіки відмінності даних кривих для випадків врахування та без нього магнітних втрат потужності трансформатора. Встановлено, що одержання адекватних залежностей динамічних режимів при навантаженнях близьких до холостого ходу можливе лише при врахуванні магнітних втрат потужності.*

*Ключові слова: математична модель, магнітні втрати потужності, перехідний процес, трансформатор, адекватність.*

О.Ю. КИМСТАЧ, В.О. ЗАГУРСЬКИЙ

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова, г. Николаев

**УЧЕТ МАГНИТНЫХ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ  
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРАНСФОРМАТОРАХ**

*Выполнен анализ эффекта учета магнитных потерь мощности при математическом моделировании переходных процессов трансформаторов. Используются математические модели трансформатора на основе модели обобщенной двухфазной электрической машины. Рассмотрены динамические режимы трансформаторов при включении без нагрузки и с нагрузкой, при коротком замыкании. Выполнено сравнение кривых тока первичной обмотки трансформатора при указанных переходных процессах. Построены графики отличий данных кривых для случаев учета и без него магнитных потерь мощности трансформатора. Установлено, что получение адекватных зависимостей динамических режимов при нагрузках близких к холостому ходу возможно только при учете магнитных потерь мощности.*

*Ключевые слова: математическая модель, магнитные потери мощности, переходный процесс, трансформатор, адекватность.*

O.Yu. KIMSTACH, V.O. ZAHURSKYI

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Nikolaev

**TAKING INTO ACCOUNT MAGNETIC LOSSES IN THE SIMULATION  
OF TRANSFORMER TRANSIENTS**

*An analysis of the accounting effect for magnetic losses in the mathematical modeling of transformer transients is performed. The mathematical models of the transformer based on the model of a basic two-phase electrical machine are used. Dynamic modes of transformers are considered at switching on without load and with load, at short circuit. A comparison of the current curves of the primary transformer winding during transient processes is performed. The graphs of the differences between these curves were drawn for the cases with and without account the magnetic losses of the transformer. It has been explored that obtaining adequate characteristics of dynamic modes with low load is possible only with the consideration of magnetic losses.*

*Keywords: mathematical model, magnetic losses, transient process, transformer, adequacy.*

### Постановка проблеми

Перехідні процеси у трансформаторах найчастіше спостерігаються у системах електропостачання при штатній зміні режиму роботи або аварійній ситуації. Взагалі перехідний процес характеризується зміною основних фазових величин у широкому діапазоні, яка відбувається при переході від одного стаціонарного режиму до іншого. Для трансформаторів перш за все доцільно знати характер зміни струмів і напруг первинної та вторинної обмоток, це дозволить визначити режими роботи ізоляції та дротів, а відповідно можливість проходження ними динамічних режимів з урахуванням забезпечення термічної та динамічної стійкості. З іншого боку дуже важливо знати значення струмів і напруг у динамічних режимах для виконання відповідного налаштування апаратів захисту [1].

Найбільш розповсюдженими являються перехідні процеси, що викликані вмиканням трансформаторів (з навантаженням або без нього) і коротким замкненням. Тому для визначення рівня адекватності обраної математичної моделі (ММ) перш за все необхідно дослідити її у вказаних динамічних режимах.

Традиційно найбільш розповсюдженими ММ трансформаторів являються модель, яка побудована на базі узагальненої електричної машини [2], та її удосконалені варіанти [3, 4]. Взагалі використання математичного моделювання значно розширює можливості дослідження трансформаторів, особливо у критичних умовах, тому доцільно визначити варіант ММ, яка надає максимально адекватний результат при всіх можливих умовах моделювання [1].

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Використання відповідної ММ трансформатора повинно бути узгоджене з метою та засобами динамічного дослідження. В більшості випадків використовуються ММ, які збудовані на базі двофазної узагальненої електричної машини [2] або аналогічні рівняння для трифазної системи [2, 5]. Використання трифазної системи рівнянь являється недоцільним, тому що така модель має у півтора рази більше рівнянь, а це призводить до збільшення машинного часу на її обробку.

Для спрощення розрахунку перехідних процесів іноді рівняння ММ трансформатора зводяться до форми Коші [6, 7], але такі моделі являються спрощеними і не враховують такі явища, як насичення магнітного кола, магнітні втрати потужності та ін.

Іноді виникає завдання урахування у ММ трансформатора конструктивних особливостей, режиму роботи або схеми його включення. Це дозволяє більш адекватно виконати моделювання відповідних динамічних процесів, але надає деякий акцент обмеженості застосування ММ.

Так у роботі [8] виконано побудову моделі трансформатора з урахуванням послідовного з'єднання первинних обмоток трансформаторів, які працюють на випрямляч. Наведена модель надає високочастотні коливання струму, які скоріш всього присутні внаслідок неврахування магнітних втрат потужності, при цьому автори використовують отримані характеристики для вирішення питання магнітної сумісності, що явно призведе до необ'єктивного результату.

У роботі [9] автори намагаються врахувати не тільки магнітні опори, але і конфігурацію магнітопроводу трансформатора, що явно ускладнює вид ММ, а врахування магнітних втрат по аналогії [3, 4] явно більш зручно для застосування.

Також відома ММ трансформатора, яка враховує явище насичення магнітопроводу [10], що особливо важливо при розгляді режимів перевантаження та короткого замкнення або окремих типів трансформаторів, які мають насичене магнітне коло.

При моделюванні нештатних режимів дуже важливо розглянути усі можливі варіанти, щоб визначити найбільш важкий, за котрим потім виконується дослідження з метою визначення стійкості елементів трансформатора та відповідності роботи пристроїв захисту, але в окремих випадках розглядаються деякі режими роботи з метою отримання характерних індикаторів, що говорять про відхилення у роботі трансформатора. Так у роботі [11] отримані характеристики струмів при наявності у обмотці короткозамкнених витків. Але моделювання виконано без урахування магнітних втрат потужності, що призводить до деякої похибки наведених результатів. Іншим прикладом діагностичного індикатора є реакція трансформатора на короткий високочастотний імпульс [12]. Така ММ повинна враховувати не тільки активні та індуктивні опори обмотки, а і її ємнісні провідності, що виконано авторами, але вони повністю проігнорували особливості поведінки магнітного кола при високочастотному імпульсі.

Слід зазначити, що існує великий спектр додаткових аспектів, які доцільно враховувати у ММ трансформатора, але найбільш важливим являється врахування магнітних втрат потужності.

### Мета досліджень

Мета роботи – визначення переваг математичної моделі трансформатора, яка враховує магнітні втрати потужності.

**Викладення основного матеріалу досліджень**

Поставлена мета досягається шляхом порівняння результатів моделювання масляного трифазного трансформатора ТМ-100/6/0,4-У/Ун-0 за допомогою звичайної ММ трансформатора, яка побудована на основі моделі узагальненої двофазної електричної машини [2], та її удосконаленого варіанта [3], що забезпечує врахування магнітних втрат потужності. Порівняння результатів моделювання виконується для трьох випадків:

- вмикання у режимі холостого ходу;
- вмикання при повному навантаженні;
- коротке замкнення, що сталося при роботі на повне навантаження.

Запропонований перелік режимів має найбільше розповсюдження на практиці та найширше характеризує можливі умови виникнення динамічних режимів у трансформаторі, що дозволяє максимально ефективно дослідити адекватність математичних моделей. Так режим холостого ходу визначає умови повного розімкнення вторинної обмотки, а режим короткого замкнення відповідає нульовому значенню опору навантаження трансформатора, тобто ММ досліджується у двох крайніх умовах теоретично можливих навантажень.

Трансформатор ТМ-100/6/0,4-У/Ун-0 має наступні каталожні дані:

- номінальна повна потужність  $S = 100$  кВА;
- вища напруга  $U_{\text{вн}} = 6$  кВ;
- нижча напруга  $U_{\text{нн}} = 0,4$  кВ;
- втрати потужності холостого ходу  $P_{\text{xx}} = 0,305$  кВт;
- втрати потужності короткого замкнення  $P_{\text{кз}} = 2$  кВт;
- напруга короткого замкнення  $u_{\text{кз}\%} = 4,5$  %;
- струм холостого ходу  $i_{\text{xx}\%} = 2,2$  %.

Для визначення параметрів ММ трансформатора розраховуються параметри заступної схеми за спрощеною методикою, тобто активні та індуктивні опори первинної та вторинної обмоток вважаються відповідно рівними.

Активні опори первинної і вторинної обмоток, Ом

$$R_1 = R_2' = \frac{P_{\text{кз}} U_{\text{вн}}^2}{2S^2} \cdot 10^3.$$

Індуктивні опори первинної і вторинної обмоток, Ом

$$X_1 = X_2' = \frac{U_{\text{вн}}^2}{2S} \sqrt{\frac{u_{\text{кз}\%}^2}{10^4} - \frac{P_{\text{кз}}^2}{S^2}} \cdot 10^3.$$

Активний опір гілки намагнічування, Ом

$$R_{\mu} = \frac{U_{\text{вн}}^2}{S^2} \left( \frac{P_{\text{xx}} \cdot 10^4}{i_{\text{xx}\%}^2} - \frac{P_{\text{кз}}}{2} \right) \cdot 10^3.$$

Індуктивний опір гілки намагнічування, Ом

$$X_{\mu} = \frac{U_{\text{вн}}^2}{S} \left( \frac{100}{i_{\text{xx}\%}} \sqrt{1 - \frac{P_{\text{xx}}^2 \cdot 10^4}{i_{\text{xx}\%}^2 S^2}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u_{\text{кз}\%}^2}{10^4} - \frac{P_{\text{кз}}^2}{S^2}} \right) \cdot 10^3.$$

Номінальний первинний струм, А

$$I_{1\text{н}} = \frac{S}{\sqrt{3}U_{\text{вн}}}.$$

Номінальний вторинний струм, А

$$I_{2\text{н}} = k I_{1\text{н}} \frac{U_{\text{вн}}}{U_{\text{нн}}},$$

де  $k$  – коефіцієнт, що дорівнює зворотній величині ККД, наближено приймається 1,02.

Повний зведений опір навантаження, Ом

$$Z_{\text{н}}' = \frac{U_{\text{вн}} k_{21}^2}{\sqrt{3}I_{2\text{н}}} \cdot 10^3,$$

де  $k_{21} = U_{\text{вн}} / U_{\text{нн}}$  – коефіцієнт трансформації.

Активний зведений опір навантаження, Ом

$$R_{\text{н}}' = 0,8Z_{\text{н}}'.$$

Індуктивний зведений опір навантаження, Ом

$$X_{\text{н}}' = 0,6Z_{\text{н}}'.$$

Для побудови ММ трансформатора використовується ММ узагальненої двофазної електричної машини в осях  $u$  та  $v$  [2]. Перевагою застосування двофазної моделі являється у півтора рази менша кількість диференціальних рівнянь порівняно з трифазною моделлю. Крім того, ця модель являється максимально простою та перевіреною, але відома її удосконалена форма, яка враховує магнітні втрати потужності [3], що більш адекватно відображає електромагнітні процеси у трансформаторі.

Розрахунки за допомогою вказаних моделей звичайно виконуються у відносних одиницях.

Базові величини:

- напруга, В

$$U_{\delta} = \frac{U_{\text{ВН}}}{\sqrt{3}} \cdot 10^3;$$

- струм, А

$$I_{\delta} = I_{\text{ІН}};$$

- опір, Ом

$$Z_{\delta} = \frac{U_{\delta}}{I_{\delta}};$$

- час, с

$$t_{\delta} = \frac{1}{f},$$

де  $f$  – частота напруги мережі, Гц.

Параметри рівнянь зв'язку

$$\begin{cases} c_2 = (x_m + x_{2\text{н}})/x_m; \\ c_1 = (x_m + x_1)/x_m; \\ a = x_m(c_1 c_2 - 1), \end{cases} \quad (1)$$

де  $x_1, x_2 = x'_2 + x'_{\text{н}}, x_m$  – індуктивні опори первинної обмотки, вторинної обмотки з навантаженням і кола намагнічування у відносних одиницях відповідно.

Рівняння зв'язку для трансформатора з урахуванням (1)

$$\begin{cases} i_{1u} = (c_2 \Psi_{1u} - \Psi_{2u})/a; \\ i_{1v} = (c_2 \Psi_{1v} - \Psi_{2v})/a; \\ i_{2u} = (c_1 \Psi_{2u} - \Psi_{1u})/a; \\ i_{2v} = (c_1 \Psi_{2v} - \Psi_{1v})/a, \end{cases} \quad (2)$$

де  $i_{1u}, i_{1v}, i_{2u}, i_{2v}, \Psi_{1u}, \Psi_{1v}, \Psi_{2u}, \Psi_{2v}$ , – струми і потокозчеплення первинної та вторинної обмоток у відносних одиницях в осях  $u$  і  $v$  відповідно.

Рівняння потокозчеплень у відповідності до узагальненої електричної машини у координатах  $u$  і  $v$

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_{1u}}{dt} = U_{1u} - r_1 \cdot i_{1u} + \Psi_{1v}; \\ \frac{d\Psi_{1v}}{dt} = U_{1v} - r_1 \cdot i_{1v} - \Psi_{1u}; \\ \frac{d\Psi_{2u}}{dt} = -r_2 \cdot i_{2u} + \Psi_{2v}; \\ \frac{d\Psi_{2v}}{dt} = -r_2 \cdot i_{2v} - \Psi_{2u}, \end{cases} \quad (3)$$

де  $r_1, r_2 = r'_2 + r'_{\text{н}}$  – активні опори первинної та зведене вторинної обмоток трансформатора з урахуванням навантаження у відносних одиницях відповідно.

Рівняння потокозчеплень уточненої ММ трансформатора

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_{1u}}{dt} = U_{1u} - r_1 \cdot i_{1u} + \Psi_{1v} - r_m(i_{1u} + i_{2u}); \\ \frac{d\Psi_{1v}}{dt} = U_{1v} - r_1 \cdot i_{1v} - \Psi_{1u} - r_m(i_{1v} + i_{2v}); \\ \frac{d\Psi_{2u}}{dt} = -r_2 \cdot i_{2u} + \Psi_{2v} - r_m(i_{1u} + i_{2u}); \\ \frac{d\Psi_{2v}}{dt} = -r_2 \cdot i_{2v} - \Psi_{2u} - r_m(i_{1v} + i_{2v}), \end{cases} \quad (4)$$

де  $r_m$  – активний опір кола намагнічування у відносних одиницях.

У рівняння узагальненої електричної машини (3) при урахуванні магнітних втрат потужності [3] фактично додається вираз  $r_m \cdot i_m$ , тому що сума струмів у дужках при  $r_m$  в (4) є струмом кола намагнічування заступної схеми трансформатора.

Первинний струм трансформатора для системи (4)

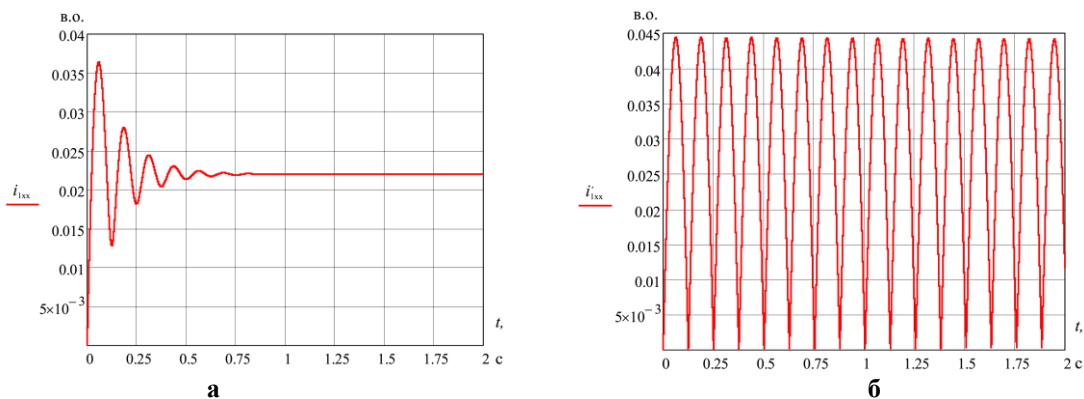
$$i_1 = \sqrt{i_{1u}^2 + i_{1v}^2} \quad (5)$$

Первинний струм трансформатора для системи (3)

$$i'_1 = \sqrt{i_{1u}'^2 + i_{1v}'^2} \quad (6)$$

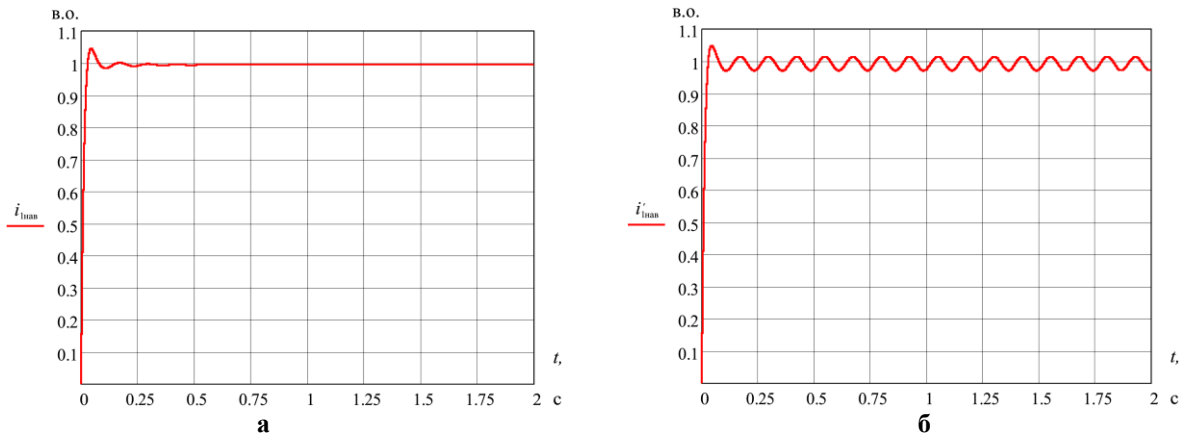
Система рівнянь (1), (2), (4) і (5) утворюють ММ трансформатора з урахуванням магнітних втрат потужності. Система рівнянь (1)-(3) і (6) утворюють ММ трансформатора без урахування магнітних втрат потужності. Обидві ММ можна вирішити найпростішим чисельним методом – методом Ейлера.

Для порівняння рівня адекватності ММ трансформатора з урахуванням магнітних втрат потужності та без них розраховані динамічні характеристики для режиму холостого ходу (рис. 1), вмиканні на повне навантаження (рис. 2) та короткому замкненні, що виникло при роботі на повне навантаження (рис. 3).



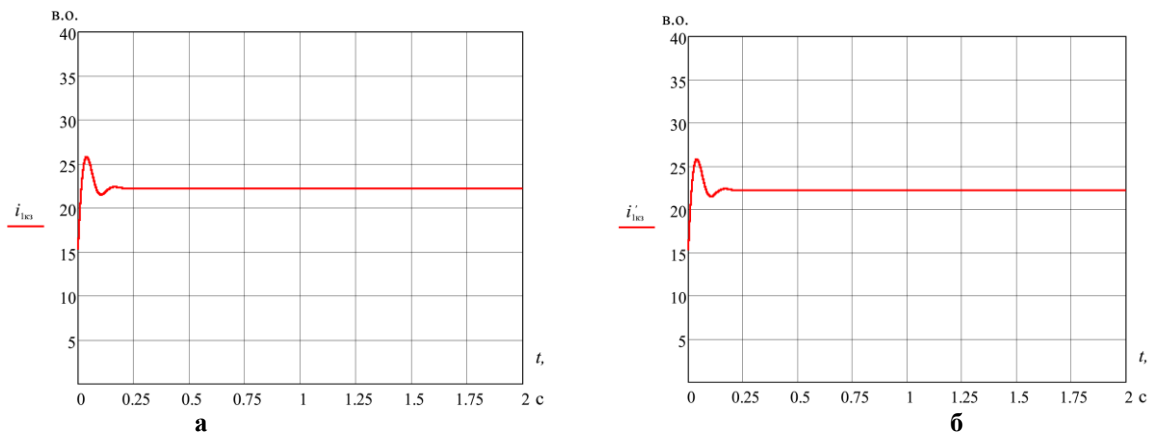
**Рис. 1. Первинний струм трансформатора при вмиканні у режимі холостого ходу з урахуванням магнітних втрат потужності (а) та без них (б)**

Криві первинного струму трансформатора при вмиканні у режимі холостого ходу для двох ММ характеризуються значною різницею (рис. 1). При врахуванні магнітних втрат потужності характеристика максимально наближена до реальної (експериментальної), визначається тривалістю перехідного процесу та його якісними властивостями (рис. 1, а). При неврахуванні магнітних втрат потужності коливальний процес дуже повільно затухає (рис. 1, б), що явно не відповідає реальним явищам. Це можна пояснити за допомогою заступної схеми [2], у режимі холостого ходу трансформатор розглядається як послідовно з'єднані гілки первинної обмотки та намагнічування, якщо магнітні втрати потужності не враховуються, тоді активний опір гілки намагнічування відсутній, а відповідно стала часу кола, яка обернено залежить від активного опору, стає набагато більше.



**Рис. 2. Первинний струм трансформатора при вмиканні у режимі повного навантаження з урахуванням магнітних втрат потужності (а) та без них (б)**

При вмиканні на повне навантаження ефект неврахування магнітних втрат потужності не так сильно позначається на характеристиці первинного струму (рис. 2), але має місце явне відхилення якісної адекватності ММ трансформатора, тому що невеликі коливання струму біля номінального значення відбуваються довгий час (рис. 2, б), який на один-два порядки перевищує час реального перехідного процесу.



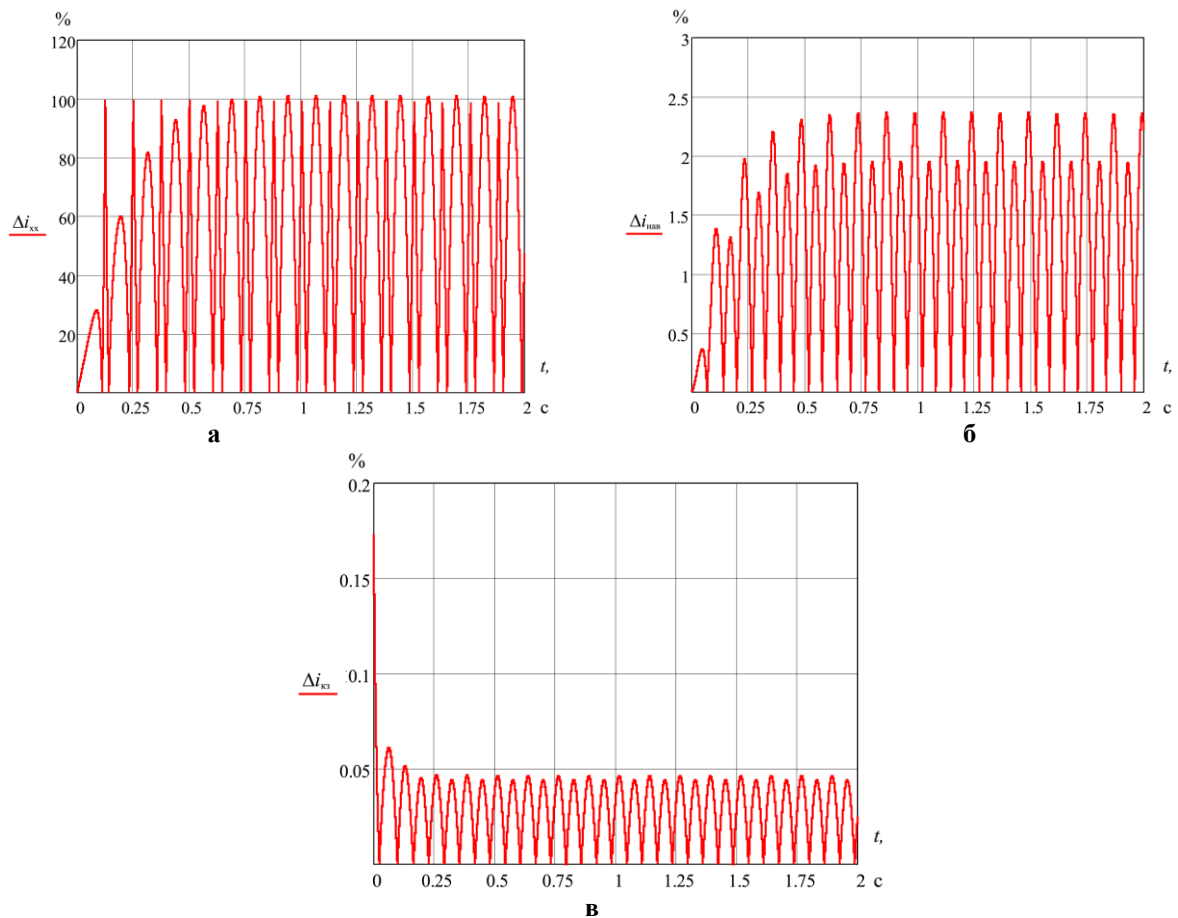
**Рис. 3. Первинний струм трансформатора при короткому замкненні з урахуванням магнітних втрат потужності (а) та без них (б)**

Лише при короткому замкненні відсутні суттєві похибки ММ трансформатора від неврахування магнітних втрат потужності (рис. 3), що пояснюється малістю опору вторинної обмотки порівняно з опором гілки намагнічування.

Для визначення кількісної оцінки ефекту врахування магнітних втрат потужності у складі ММ трансформатора використані відносні відмінності первинних струмів

$$\Delta i = \frac{|i - i'|}{i} \cdot 100\%$$

Залежності відносних відмінностей наведені на рис. 3. Їх аналіз показує, що найбільша відмінність на рівні 100 % має місце при вмиканні трансформатора у режимі холостого ходу (рис. 4, а), а найменша – менше відсотка – при короткому замкненні (рис. 4, в).



**Рис. 4. Відмінні первинних струмів трансформатора при моделюванні з урахуванням магнітних втрат потужності та без них: вмикання в режимі холостого ходу (а); вмикання при повному навантаженні (б) і коротке замкнення (в)**

Слід зазначити, що при вмиканні у режимі холостого ходу найбільша відмінність спостерігається при закінченні реального перехідного процесу (рис 4, а), при вмиканні на повне навантаження аналогічно (рис. 4, б), а при короткому замкненні максимум відмінності виникає на початку перехідного процесу (рис. 4, в).

#### Висновки

1. Неврахування магнітних втрат у ММ трансформатора веде до значної якісної та кількісної похибки у всіх режимах за винятком короткого замкнення.
2. Найбільша похибка має місце в режимі холостого ходу.
3. Для усунення неадекватної поведінки ММ трансформатора, яка побудована на основі двофазної узагальненої машини (або аналогічних за структурою), слід обов'язково використовувати уточнену ММ, котра враховує магнітні втрати потужності.

#### Список використаної літератури

1. Сазыкин В.Г. Электромагнитные переходные процессы в электроэнергетических системах: учебное пособие [Текст] / В.Г. Сазыкин, А.Г. Кудряков. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – 255 с.
2. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин [Текст] / М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
3. Кимстач О.Ю. Математическая модель трансформаторно-асинхронной системы [Текст] // Збірник наукових праць УДМТУ. – Миколаїв: УДМТУ, 2002. – №2(380). – С. 158–165.
4. Нестерчук О.В., Кімстач О.Ю. Визначення впливу врахування магнітних втрат на динамічні характеристики асинхронних машин [Текст] // Електромеханічні та енергетичні системи, методи моделювання та оптимізації. Збірник наукових праць XIV Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених і спеціалістів у місті Кременчук 14-15 квітня 2016 р. – Кременчук, КрНУ, 2016. – С. 206-207.
5. Пустоветов М.Ю. Математическая модель трехфазного трансформатора [Текст] // Известия

- Томского политехнического университета. – Т. 321. № 4. – 2012. – С. 97-100.
6. Шпак О.Л. Математична модель однофазового трансформатора як групового елемента в електроенергетичній системі [Текст] // Herald of Khmelnytskyi national university, Issue 4(227). – 2015. – С. 34-36.
  7. Шпак О. Л. Математична модель трифазного трансформатора як елемента електроенергетичної системи [Текст] // Вісник Вінницького політехнічного інституту. № 3. – 2016. – С. 73-77.
  8. Храмышин Т.Р., Крубцов Д.С., Корнилов Г.П. Математическая модель силовой схемы главных электроприводов прокатных станов [Текст] // Russian Internet Journal of Electrical Engineering. Vol. 1, No. 1. – 2014. – С. 3-7.
  9. Евдокунин Г., Дмитриев М. Трансформаторы в электрической сети. Моделирование переходных процессов с учетом конфигурации магнитной системы [Текст] // Новости ЭлектроТехники. – № 5(53). – 2008. – С. 2-7.
  10. Байков А.И. Математические модели трансформаторов при анализе силовой части электроприводов [Текст] // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. – № 5(102). – 2013. – С. 316-327.
  11. Попов Г.В., Тихонов А.И., Климов Д.В. Математическая модель динамических режимов работы трансформатора на основе расчетов магнитного поля методом конечных элементов [Текст] // «Вестник ИГЭУ». – Вып. 3. – 2007. – С. 11-15.
  12. Исаев Ю.Н., Колчанова В.А., Елгина Г.А., Лавринович А.В. Математическая модель трансформатора при его диагностике коротким импульсом [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. – № 6. – 2013.; URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=10526> (дата обращения: 17.04.2018).