

УДК 519.7: 664.723

Д.Г. ЛИТВИНЧУК, О.В. ПОЛИВОДА, В.О. ГАВРИЛЕНКО

Херсонський національний технічний університет

В.В. ПОЛИВОДА

Херсонська державна морська академія

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ВОЛОГОСТІ
ТА ТЕМПЕРАТУРИ ЗЕРНА В ПРОЦЕСІ СУШІННЯ**

Розроблено математичну модель процесу сушіння зерна з використанням методу скінченних різниць. Проаналізовано параметричну схему процесу сушіння зерна та визначено вхідні, вихідні та керуючі параметри для зерносушильного обладнання стрічкового типу. Отримано модель динаміки температури та вологості зерна, що враховує основні особливості конструкції зерносушильного обладнання, стан шару зерна та кількісні характеристики теплофізичних і термодинамічних властивостей зерна, що впливають на процес тепло- і масопереносу, а саме коефіцієнт дифузії вологи зерна, теплопровідність, теплоємність та температуропровідність.

Ключові слова: математична модель, зерно, сушіння, метод скінченних різниць.

Д.Г. ЛИТВИНЧУК, О.В. ПОЛИВОДА, В.А. ГАВРИЛЕНКО

Херсонский национальный технический университет

В.В. ПОЛИВОДА

Херсонская государственная морская академия

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ВЛАЖНОСТИ
И ТЕМПЕРАТУРЫ ЗЕРНА В ПРОЦЕССЕ СУШКИ**

Разработана математическая модель процесса сушки зерна с использованием метода конечных разностей. Проанализирована параметрическая схема процесса сушки зерна и определены входные, выходные и управляющие параметры для зерносушильного оборудования ленточного типа. Получена модель динамики температуры и влажности зерна, учитывающая основные особенности конструкции зерносушильного оборудования, состояние слоя зерна и количественные характеристики теплофизических и термодинамических свойств зерна, влияющих на процесс тепло- и массопереноса, а именно коэффициент диффузии влаги зерна, теплопроводность, теплоемкость и температуропроводность.

Ключевые слова: математическая модель, зерно, сушка, метод конечных разностей.

D.G. LYTVYNCHUK, O.V. POLYVODA, V.O. HAVRYLENKO

Kherson National Technical University

V.V. POLYVODA

Kherson State Maritime Academy

**MATHEMATICAL MODEL OF GRAIN HUMIDITY
AND TEMPERATURE DYNAMICS IN THE DRYING PROCESS**

The modern control systems of grain drying equipment assume the presence of an automated system for monitoring the humidity and grain temperature, the development of which should be based on objective data on the grain state at each point of the grain layer. These data can be obtained by analyzing the grain temperature and humidity dynamics based on heat and mass transfer equations. The goal of the research is to develop a mathematical model of the grain drying process that takes into account the main features of the grain drying equipment design, the state of the grain layer and the quantitative characteristics of the thermophysical and thermodynamic properties of the grain, which influence the process of heat and mass transfer. To achieve the goal, the parametric scheme of the grain drying process was analyzed and the input, output and control parameters for the grain drying equipment were determined. The input parameters are the initial moisture content and the initial temperature of the grain. Output parameters are the final moisture content and the final temperature of the grain. The control parameters include the initial temperature, moisture content, velocity and flow rate of the drying agent, the speed of the tape and the height of the grain mass layer. Models of quantitative grain characteristics are proposed, such as grain moisture diffusion coefficient, thermal conductivity, heat capacity and temperature conductivity. The model of temperature and humidity dynamics of grain based on the equations of heat and mass transfer using the finite difference method is developed. After selecting the characteristic parameters for a specific type of grain and grain drying equipment, the model can be used to solve many problems, such as determining the static and dynamic characteristics of grain drying equipment, drying parameters selection and optimization, solution of tasks monitoring and process control.

Keywords: mathematical model, grain, drying, finite difference method.

Постановка проблеми

Задача контролю вологовмісту та температури зерна виникає при оперативному керуванні зерносушильним обладнанням на хлібоприймальних та борошномельних підприємствах. Сушка зерна дозволяє як продовжити термін його зберігання без можливості утворення осередків самозігрівання, так і надати оптимальну вологість при сортовому помелі зерна, що зумовить найкращі результати переробки, рентабельність роботи борошномельного підприємства й конкурентоспроможність отриманого борошна з погляду стабільності його хлібопекарських достоїнств [1]. Щоб не допустити пересушування або перезволоження зернової маси і запобігти втраті цінних властивостей продукту, необхідно контролювати вологість та температуру зерна в реальному часі з метою підтримки оптимальних параметрів процесу сушіння.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для контролю вологості зернової маси традиційно використовують різні методи і засоби вимірювання, що засновані на зміні фізичних характеристик зерна (електропровідність, діелектрична проникність, поглинання та відбиття інфрачервоного випромінювання та ін.) при зміні його вологості, але їх неможливо використовувати в автоматизованих системах керування для вимірювання вологості зерна в потоці [2]. Використання віртуального датчика на основі штучної нейронної мережі, яка зможе прораховувати вологість та температуру зерна по непрямим параметрах технологічного процесу [3] має суттєві недоліки, серед яких головний – це необхідність великого масиву даних для навчання нейронної мережі.

Сучасні системи керування зерносушильним обладнанням передбачають наявність автоматизованої системи моніторингу вологості та температури зерна, розробка яких повинна здійснюватися на основі об'єктивних даних про стан зерна в кожній точці зернового шару. Ці дані можна отримати, аналізуючи закономірність динаміки температури та вологості зерна на основі рівнянь тепло- і масопереносу [4], що пов'язано із знаходженням нестационарних полів вологовмісту і температури в процесі сушіння, тобто з рішенням системи диференціальних рівнянь виду:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a_m \frac{\partial W}{\partial x} + a_m \delta \frac{\partial t_3}{\partial x} \right), \tag{1}$$

$$c\rho_0 \frac{\partial t_3}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma \frac{\partial t_3}{\partial x} + \varepsilon r \rho_0 \frac{\partial W}{\partial x} \right), \tag{2}$$

де W – вологовміст, t_3 – температура, ρ_0 – щільність, c – теплоємність, γ – теплопровідність зерна, a_m – коефіцієнт дифузії вологи; δ – термоградієнтний коефіцієнт; ε – критерій фазового перетворення; x – координата; τ – час.

Рівняння (1), (2) містять частинні похідні, що ускладнює отримання точного розв'язку, тому на практиці користуються спрощеними, інженерними методами розрахунку на підставі експериментального визначення деяких коефіцієнтів і дослідження кінетики певних матеріалів, не розв'язуючи системи диференціальних рівнянь [5]. Дані методи розрахунків не дозволяють адекватно визначити динаміку зміни вологовмісту та температури зерна в процесі сушіння.

Мета дослідження

Метою досліджень є розробка математичної моделі процесу сушіння зерна, що враховує основні особливості конструкції зерносушильного обладнання, стан шару зерна та кількісні характеристики теплофізичних і термодинамічних властивостей зерна, що впливають на процес тепло- і масопереносу.

Викладення основного матеріалу дослідження

Незалежно від методу сушки, існує певна кількість теплофізичних і масообмінних параметрів, які впливають на процес сушіння і динаміку температури та вологості висушеного зерна. Параметрична схема процесу сушки зерна наведена на рис.1.

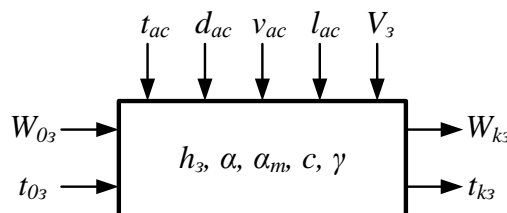


Рис. 1. Параметрична схема процесу сушки зерна.

Вхідними параметрами, що визначають сушку зерна, є початковий вологовміст W_{03} та початкова температура t_{03} . Вихідні параметри – кінцевий вміст вологи W_{k3} та кінцева температура зерна t_{k3} . До керуючих параметрів відносяться характеристики агента сушіння, такі як початкова температура t_{ac} , вміст вологи d_{ac} , швидкість v_{ac} і витрати l_{ac} , а також об'єм зерна V_3 . Внутрішніми параметрами зерна вважають кількісні характеристики теплофізичних і термодинамічних властивостей, такі як коефіцієнти теплообміну α та дифузії вологи a_m , теплоємність c , теплопровідність γ , товщина шару h_3 .

Коефіцієнт дифузії вологи a_m визначає інтенсивність потоку вологи в шарі зерна і залежить як від температури зерна так і від вологості. Узагальнена залежність між коефіцієнтом дифузії вологи в зерні пшениці і його вологістю та температурою може бути представлена у вигляді формули [6]:

$$a_m = \begin{cases} \frac{1}{558Wc^2 - 382Wc + 67,8} \left(\frac{t_3}{T_0}\right)^k 10^{-9} & \text{при } W = 21 - 24\%, \\ \frac{1}{362Wc^2 + 2340Wc + 380,4} \left(\frac{t_3}{T_0}\right)^k 10^{-9} & \text{при } W = 24 - 26,7\%, \\ (0,147 + 0,055Wc) \left(\frac{t_3}{T_0}\right)^k 10^{-9} & \text{при } W = 26,7 - 32\%, \end{cases} \quad (3)$$

де T_0 – абсолютна температура зерна, Wc – вологовміст зерна, k – параметр, що визначається за формулою:

$$k = \begin{cases} 179Wc - 41,5 & \text{при } W = 21 - 24\%, \\ 16,5Wc + 11,72 & \text{при } W = 24 - 32\%. \end{cases} \quad (4)$$

Залежність між вологовмістом і вологістю має вид:

$$W = \frac{Wc \cdot 100\%}{1 + Wc}. \quad (5)$$

Теплопровідністю γ називають здатність зернової маси передавати теплоту при безпосередньому зіткненні зерен, або в результаті конвекції, яка полягає в переміщенні нагрітих частинок повітря міжзернових просторів в верхні шари займаного об'єму. Для визначення залежності теплопровідності від вологості застосовують метод Єгорова:

$$\gamma = 0,06 + 0,002 \cdot W \quad \text{при } W = 10 - 20\%. \quad (6)$$

Теплоємність c характеризує витрати теплоти на нагрів зернового матеріалу. Використовуючи метод Діснея, можна знайти теплоємність зерна при різній вологості зерна як:

$$c = \begin{cases} 0,297 + 0,00591 \cdot W & \text{при } W = 1,8 - 7,7\%, \\ 0,263 + 0,01036 \cdot W & \text{при } W = 7,7 - 23,7\%, \\ 0,336 + 0,00731 \cdot W & \text{при } W = 23,7 - 33,6\%. \end{cases} \quad (7)$$

Коефіцієнт теплообміну α характеризує швидкість зміни температури в зерновій масі та визначається за формулою:

$$\alpha = (2,5 + 0,05 \cdot W) 10^{-4} \quad \text{при } W = 10 - 20\%. \quad (8)$$

Графіки аналітичних залежностей кількісних характеристик теплофізичних і термодинамічних властивостей, обчислених за виразами (3) – (8), наведені на рис. 2.

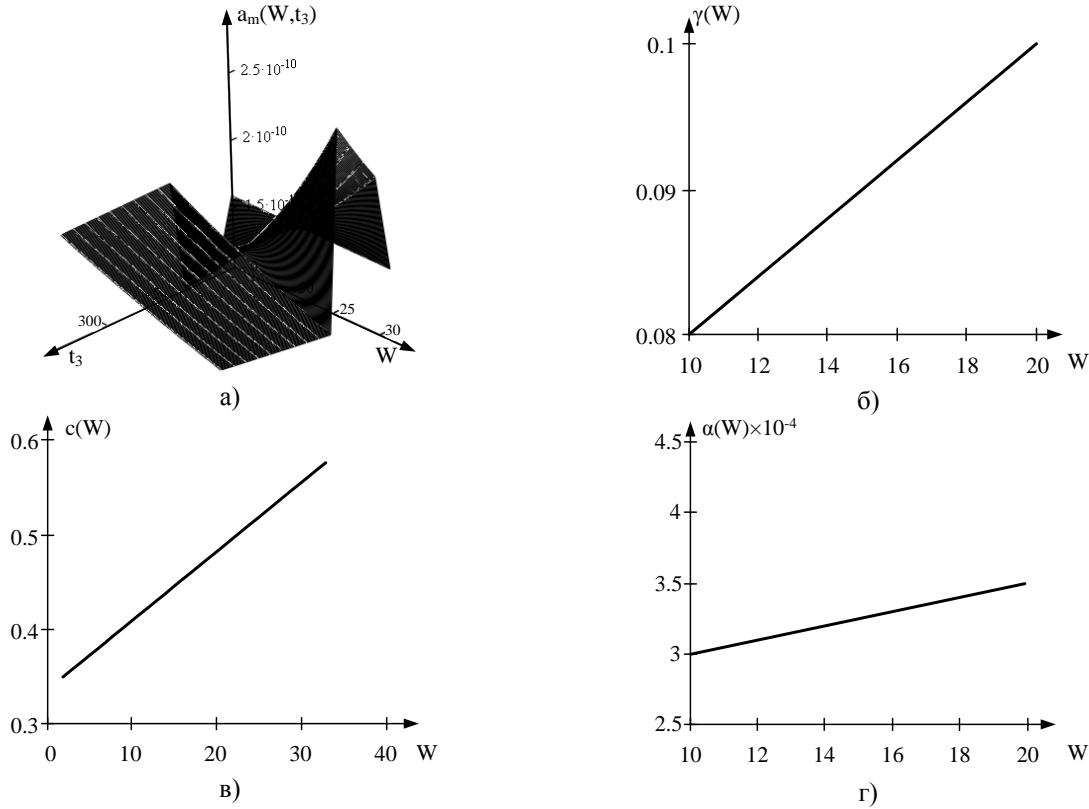


Рис. 2. Внутрішні параметри зернової маси: а) – коефіцієнт дифузії вологи; б) – теплопровідність; в) – теплоємність; г) – коефіцієнт теплообміну.

Для вирішення рівнянь (2), (3) можна використати метод скінченних різниць [7]. Розіб'ємо вісь x (висота шару зерна на стрічці сушарки l_3) на N вузлових точок, а час циклу сушіння t_c на M точок. Передбачається, що в межах кожного елемента вологість змінюється лінійно, тобто похідні вологості та температури по глибині шару зерна і за часом в скінченних різницях для елемента (i, j) будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \tau} &= \frac{1}{K} \cdot [W(i, j+1) - W(i, j)], & \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} &= \frac{1}{h^2} \cdot [W(i+1, j) - 2W(i, j) + W(i-1, j)], \\ \frac{\partial t_3}{\partial \tau} &= \frac{1}{K} \cdot [t_3(i, j+1) - t_3(i, j)], & \frac{\partial^2 t_3}{\partial x^2} &= \frac{1}{h^2} \cdot [t_3(i+1, j) - 2t_3(i, j) + t_3(i-1, j)]. \end{aligned} \tag{9}$$

де $i = 0, 1, \dots, N$; $j = 0, 1, \dots, M$; $K = t_c/M$; $h = l_3/N$.

Підставляючи вирази (9) в рівняння (1), (2) і розв'язуючи їх відносно значень функцій вологості $W(x, \tau)$ та температури зернової маси $t_3(x, \tau)$ на верхньому часовому шарі, отримаємо:

$$\begin{aligned} W(i, j+1) &= a_m \frac{K}{h^2} [W(i+1, j) - 2W(i, j) + W(i-1, j)] + \\ &+ a_m \delta \frac{K}{h^2} [t_3(i+1, j) - 2t_3(i, j) + t_3(i-1, j)] + W(i, j), \end{aligned} \tag{10}$$

$$t_3(i, j + 1) = \frac{\gamma \cdot K}{c \cdot \rho_0 \cdot h^2} [t_3(i + 1, j) - 2t_3(i, j) + t_3(i - 1, j)] + \frac{\varepsilon \cdot r \cdot K}{c \cdot h^2} [W(i + 1, j) - 2W(i, j) + W(i - 1, j)] + t_3(i, j). \tag{11}$$

Формули (10), (11) дають можливість обчислювати вологість та температуру зерна в момент часу τ_{j+1} через теплофізичні і термодинамічні характеристики у попередній момент часу τ_j . Сітка вузлів та обчислювальний шаблон, що відповідає рівнянню (10) наведений на рис.3.

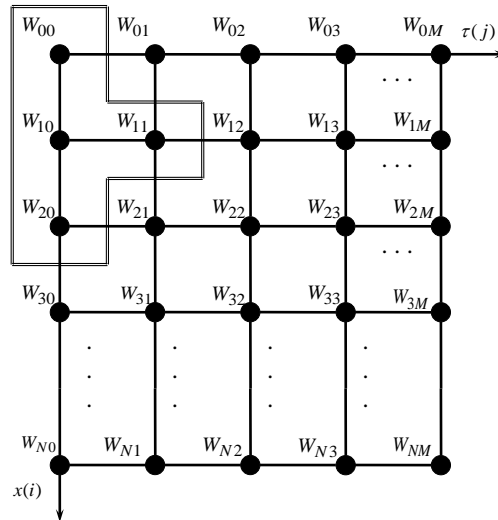


Рис. 3. Сітка вузлів для розв’язання рівняння динаміки вологості зернової маси методом скінченних різниць.

Вузли сітки визначаються за формулами:

$$\tau_j = j \cdot K; \quad i = 0, 1, \dots, N; \quad x_i = i \cdot h; \quad j = 0, 1, \dots, M. \tag{12}$$

За аналогічним принципом можна побудувати сітку вузлів та обчислювальний шаблон для розв’язання рівняння динаміки температури зернової маси.

Значення W_{i0} та t_{3i0} на лівій стороні сітки визначаються з початкових умов ($W_{i0} = W(i, 0) = W_0$) та ($t_{3i0} = t_3(i, 0) = t_{30}$) відповідно. Граничні значення W_{0j} , W_{Nj} , t_{30j} , t_{3Nj} на верхній і нижній сторонах сітки отримують на основі аналізу конструктивних та технологічних особливостей зерносушильного обладнання.

Висновки

Розроблено модель динаміки температури та вологості зерна на основі рівнянь тепло- і масопереносу з використанням методу скінченних різниць. Запропоновані моделі кількісних характеристик зерна, таких як коефіцієнт дифузії вологи зерна, теплопровідність, теплоємність та температуропровідність. Після вибору характерних параметрів для конкретного типу зерна і зерносушильного обладнання отримана модель може бути використана для рішення багатьох задач, таких як визначення статичних та динамічних характеристик зерносушильного обладнання, вибір та оптимізація режимних параметрів сушіння, рішення задач контролю та керування процесом.

Список використаної літератури

1. Хосни Р.К. Зерно и зернопереработка / Р.К. Хосни; пер. с англ. под общ. ред. Н.П. Черняева. – СПб: Профессия, 2006. – 336 с.
2. Литвинчук Д.Г. Проблемы измерения влажности зерна в потоке / Д.Г. Литвинчук, О.В. Поливода // Матеріали V Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених з автоматичного управління присвяченої дню космонавтики. – Херсон: ХНТУ, 2017. – С.150-153.
3. Поливода О.В. Математична модель оцінки вологості зерна у борошномельному виробництві із застосуванням нейронних мереж / О.В. Поливода, В.В. Поливода, Д.Г. Литвинчук // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2017. – Вип. 3(62). Т.1. – С. 328-332.

4. Остапчук Н.В. Математическое моделирование технологических процессов хранения и переработки зерна / Н.В. Остапчук. – М.: Колос, 1977. – 240 с.
5. Смирнов Г.Ф. О приближённой модели сушки зернового слоя [Текст] / Г.Ф. Смирнов, Е.В. Воскресенская // Наук. пр. ОНАХТ. – Одеса, 2011. – Вип. 39, Т.2. – С. 69-76.
6. Гинзбургер А.С. Влага в зерне / А.С. Гинзбургер, В.П. Дубровский, Е.Д. Казаков. – М.: Колос, 1969. – 221 с.
7. Самарский А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1978. – 592 с.