УДК 517.9:519.6:621.98

В.П. ЛЯШЕНКО
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
О.П. ДЕМ'ЯНЧЕНКО
Азовський морський інститут Національного університету "Одеська морська академія"

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ВАЛКІВ ПІД ЧАС ПРОКАТКИ СТРІЧКИ

Розглянуті у вигляді крайових задач для рівняння теплопровідності математичні моделі температурних розподілів під час прокатки металевої стрічки через двошарові валки двохвалкового прокатного стану. Побудована математична модель температурного поля одночасного процесу лиття – прокатування тонкої металевої стрічки за допомогою валкового кристалізатора, валки якого мають вигляд тришарового циліндра зі щільним контактом шарів з різними теплофізичними характеристиками. Розглянуто спрощену задачу, яку розв'язано чисельно-аналітичним методом. Запропоновано алгоритм та програму для знаходження температурного поля зони нагрівання дво- та тришарових валків. Проведено чисельні експерименти та побудовані графіки температурних розподілів циліндричних валків.

Ключові слова: математична модель, температурне поле, валковий кристалізатор, триангулярна сітка, метод Делоне, температурні розподіли.

В.П. ЛЯШЕНКО
Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
О.П. ДЕМЬЯНЧЕНКО
Азовский морской институт Национального университета "Одесская морская академия"

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ВАЛКОВ ВО ВРЕМЯ ПРОКАТКИ ЛЕНТЫ

Рассмотрены в виде краевых задач для уравнения теплопроводности математические модели температурных распределений во время прокатки металлической ленты через двухслойные валки двухвалкового прокатного стана. Построена математическая модель температурного поля одновременного процесса литье – прокатка тонкой металлической ленты с помощью валкового кристаллизатора, валки которого имеют вид трехслойного цилиндра с идеальным контактом слоев с разными теплофизическими характеристиками. Рассмотрена упрощенная задача, решенная численно-аналитическим методом. Предложены алгоритм и программа для нахождения температурного поля зоны нагревания двух- и трехслойных валков. Проведены численные эксперименты и построены графики температурных распределений цилиндрических валков.

Ключевые слова: математическая модель, температурное поле, валковый кристаллизатор, триангулярная сетка, метод Делоне, температурное распределение.

V. LYASHENKO
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
O. DEMYANCHENKO
Azov Maritime Institute of National university "Odessa Maritime Academy"

MATHEMATICAL SIMULATION OF TEMPERATURE FIELD OF ROLLS AT STRIP ROLLING

Application of continuous roll casting of liquid metal in a roll crystallizer (RC) is a promising method of production of metal strip, allowing drastic reduction of power inputs on its manufacturing. The difficulty of the process of metal casting in RC lies in the fact that liquid metal has to be turned into a metal strip in the roll pass and it requires creation of certain thermal-dynamic equilibrium in the roll crystallizer. It is possible if at crystallizing an efficient thermal removal from the rolls is ensured with the objective of avoiding production losses. Much attention is paid to mathematical simulation of technological process, on the whole and simulation of thermal processes in roll passes of rolling mills at developing such energy-efficient technologies of strip manufacturing. Mathematical simulations of temperature distributions at metal strip rolling on two-layered rolls of two-roll mill were analyzed in the form of boundary problems for meat conductivity equation.

A mathematical simulation was compiled for the temperature field of simultaneous casting-rolling process, by means of roll crystallizer, its rolls possessing the shape of three-layered cylinder with ideal layer contacts and different thermal-physic characteristics. A simplified problem, solved by numerical-analytical method was also considered. An algorithm and a simulator were proposed for finding the temperature field of heating area of two *and three layered rolls. The boundary problems were solved with the help of the systems of computer mathematic. On the basis of the algorithm a program was developed in MATLAB medium for solving a simplified boundary problem for the heat conductivity equation, making it possible to find temperature distributions in cylindrical rolls of a rolling mill and roll crystallizer, being heated by external acting sources and heat flow and periodically passing it into the surrounding medium.*

An obtained simplified boundary problem was solved obtained for two-layer rolls, by means of Maple pdsolve function. In the mathematic simulation of the temperature field of three-layered roll of the roll crystallizer the boundary problem was solved by means of finite elements with application of the systems of computer mathematics, according to the algorithm and with the help of GUI-addendum MATLAB PDETool. Numerical experiments were carried out. The simplified boundary problem for two layer rolls was solved by means of Maple pdsolve funcrion. Numerical experiments were carried out and graphs of temperature distributions of cylindrical rolls were compiled.

Keywords: mathematical model, thermal field, rolling catalyst, triangular net, Delaunay method, thermal distribution.

Постановка проблеми

Виробництво металу має велике значення для розвитку народного господарства і зростання добробуту суспільства. Від успішного розвитку металургії у значній мірі залежить розвиток машинобудування, транспорту, сільського господарства та інших галузей народного господарства [1]. Технологічний процес отримання готового прокату у багатьох випадках є завершальною стадією металургійного виробництва. Через прокатні цехи проходить майже вся сталь, що виплавляється в сталеплавильних цехах, тому поряд зі збільшенням виробництва прокату існує проблема підвищення якості продукції, що випускається та ефективності прокатного виробництва. Цього вдається досягти за рахунок створення нових технологій та зниження енерговитрат на виробництво готової продукції [1]. Перспективним напрямом виробництва металевої стрічки, що дозволяє суттєво знизити енерговитрати на її виробництво є використання неперервної валкової розливки рідкого металу у валкові кристалізатори (ВК). Складність розливки металу у ВК полягає у тому, що рідкий метал у валковому калібрі потрібно перетворити у тверду металеву стрічку, а це вимагає створення певної термодинамічної рівноваги у валковому кристалізаторі. Це можливо, якщо під час кристалізації відбувається ефективне відведення тепла від валків з метою запобігання втрат готової продукції. При створенні таких енергоощадних технологій виробництва стрічки та прокату велике значення відводиться математичному моделюванні технологічного процесу в цілому та моделюванні теплових процесів у валкових калібрах прокатних станів, зокрема ВК засобами комп’ютерної математики.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Як показав аналіз робіт [2, 3], досить перспективним з точки зору зниження енергетичних витрат (в 8-10 разів) є використання валкових кристалізаторів (ВК), які дозволяють відливати сталеву стрічку, максимально наближену по товщині до готового виробу, що істотно скорочує виробничий цикл і кількість необхідного обладнання. Наприклад, в країнах ЄС розроблено технологію по проекту «Eurostrip», основану на застосуванні ВК і яка дозволяє виробляти сталеву стрічку у широкому діапазоні розмірів. При використанні ВК рідка сталь потрапляє у простір між рухомими валками і при контакті з ними кристалізується віддаючи своє тепло рухомим валкам і виходячи з валків у формі твердої стрічки (рис.1). При цьому товщина останньої визначається відстанню між валками кристалізатора, а ширина – бічними стінками ВК, які можуть змінюватися. Валки кристалізатора виготовляються із жаростійких матеріалів, наприклад, сплаву міді з хромом у вигляді порожнистих циліндрів, що обертаються і інтенсивно охолоджуються з середини рідиною [2].

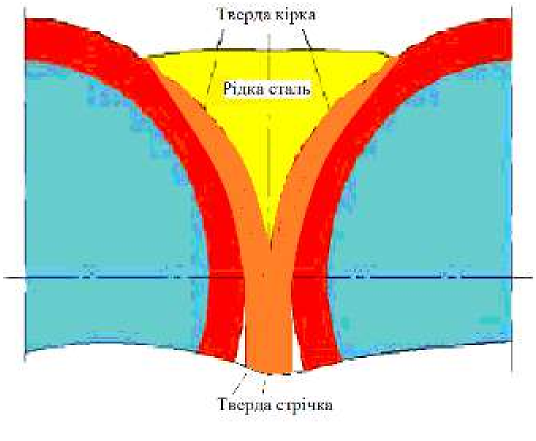


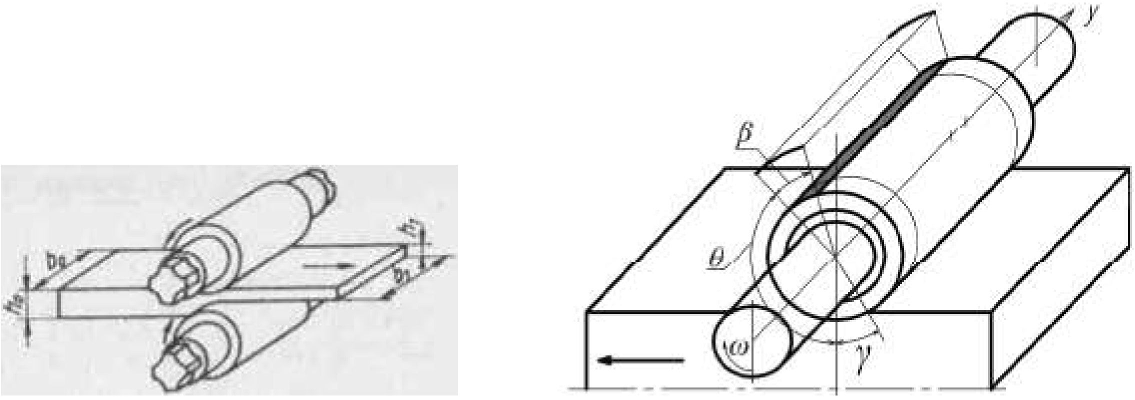
Рис. 1. Схема формування стрічки у ВК.

Розрахунок розподілу температури в валках ВК має важливе прикладне значення. Він дозволяє прогнозувати життєвий цикл ВК. При проектуванні ВК велике значення відводиться математичному моделюванні процесу теплообміну у системі розплавлений метал – прокатні валки, які мають складну конструкцію.

Найбільш розповсюдженим методом отримання стрічки є прокатка її через валки прокатного стану, що мають вигляд одно та двошарових циліндрів [3, 4].

Основним показником якості прокатаної стрічки є її геометричні розміри.

Під час прокатки стрічки, в момент проходження її між валками прокатного стану виділяється тепло деформації, яке іде на підвищення температури стрічки та валків (рис. 2).



а) б)

Рис. 2. а) схема робочого валка б) схема прокатки стрічки: γ – кут захвату металу; θ – кут від виходу стрічки із зони деформації до зони примусового охолодження; β – кут зони примусового охолодження; $\leftarrow$ – напрям прокатки.

За рахунок тепла деформації підвищується температура валків, що сприяє їх нерівномірному тепловому розширенню уздовж радіуса і за рахунок цього зменшується товщина стрічки, що приводить до порушення розмірів стрічки. Крім того підчас роботи валки прокатного стану зношуються під дією температури та тертя деформації. Для подовження роботи валків на них наносять зносостійке та теплостійке покриття, а також примусово охолоджують.

У науковій літературі запропоновано цілий ряд математичних моделей процесу теплообміну під час прокатки стрічки на прокатному стані [4–12]. У роботі [4] розглядається математична модель теплового профіля валка прокатного стану під час прокатки металевої стрічки у вигляді початково-крайової задачі для рівняння теплопровідності.

У роботах [4, 5] розглядається математична модель теплового стану валка під час гарячої прокатки стрічки у вигляді нестаціонарної однорідної початково-крайової задачі для рівняння теплопровідності. Прокатний валок розглядається у вигляді двошарового циліндра. Між шарами має місце щільний тепловий контакт, який з математичної точки зору визначається рівністю температур та теплових потоків (умова теплообміну четвертого роду). На кінцях та поверхні циліндричного валка, не задіяного у зоні контакту з металевою стрічкою, має місце теплообмін з оточуючим середовищем за законом Ньютона. Недоліком математичних моделей запропонованих у роботах [3–5] є відсутність нелінійної складової - умови Стефана - Больцмана у граничних умовах. У роботі [7] запропонована математична модель двошарового циліндра зі щільним та не щільним тепловим контактом. Теплообмін зовнішньої поверхні циліндричного валка з оточуючим його середовищем сталий по усій поверхні. Математична модель що запропонована у цій роботі має вигляд початково-крайової задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності.

Для визначення температурного розподілу $T(r,z,t)$ у такому складеному циліндрі приходимо до наступної крайової задачі на спряження

$$\lambda_{1,2}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\lambda_{1,2}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}-c_{1,2}\rho_{1,2}\frac{\partial T}{\partial t}=\begin{cases}-q, \forall & r_0-\Delta\le r<r_0,\\ 0, \ \forall & 0<r<r_0-\Delta\end{cases} \tag{1}$$

$$0<z<l, \quad T>0,$$

$$T(r,0,t)=T(r,z,0)=T_0, \qquad T(r,z,l)=T_l \tag{2}$$

$$\lambda_1\frac{\partial T(r_0-\Delta-0,z,t)}{\partial r}=\lambda_2\frac{\partial T(r_0-\Delta+0,z,t)}{\partial r}, \tag{3}$$

$$T(r_0-\Delta-0,z,t)=T(r_0-\Delta+0,z,t), \tag{4}$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T(r_0,z,t)}{\partial r} = -\alpha(T-T_c) - \varepsilon\sigma(T^4 - T_c^4), \qquad \frac{\partial T(0,z,t)}{\partial r} = 0 \tag{5}$$

де $\lambda_{1,2}$, $c_{1,2}$, $\rho_{1,2}, \rho_0$, $\beta, \alpha, \varepsilon, \sigma, q$ – відповідні теплофізичні характеристики та параметри матеріалів шарів.

Для визначення температурного розподілу у внутрішньому циліндрі було проведене усереднення температури по радіусу зовнішнього циліндра і отримана умова спряження імпедансного типу. Розрахунки температурного поля внутрішнього циліндра отримані чисельно-аналітичним методом та побудовані температурні розподіли. Математична модель, у вигляді задачі (1–5) не дозволяє застосувати її до розрахунку температурних розподілів рухомих навколо своєї осі валків, так як теплообмін з оточуючим їх середовищем у різних частинах поверхні різний. Математична модель процесу теплообміну валка прокатного стану включає у себе три складові: 1) теплообмін частини валка з металом, що піддається деформації, під час якої виділяється тепло деформації; 2) теплообмін частини валка з примусово охолоджуючою його рідиною; 3) теплообмін частини валка з навколишнім повітрям за законами Ньютона та Стефана–Больцмана. У зоні першої частини моделі має місце щільний тепловий контакт, під час якого температура стрічки і поверхні валка вирівнюються, маємо граничну умову четвертого роду, умову спряження; у другій та третій частинах моделі має місце теплообмін за законами Ньютона та Стефана–Больцмана або за одним із них.

Мета дослідження

Метою є побудова математичних моделей температурного поля двошарових валків двох валкового прокатного стану та тришарових валків ВК під час виробництва металевої стрічки при щільному контакті шарів валка з різними теплофізичними характеристиками шарів.

Викладення основного матеріалу дослідження

Моделювання температурного розподілу одно та двошарових валків прокатного стану під час термічної обробки та прокатки стрічки відноситься до задач визначення температурного поля у циліндричній області, що обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω [11, 12]. Для визначення температурного розподілу $T(r,z,\varphi,t)$ у такому складеному циліндрі приходимо до наступної крайової задачі на спряження в області $\Omega\times t = \{(r,z,\varphi,t) \,|\, 0<r<r_0, 0<z<l, 0<\varphi<2\pi, t>0\}$.

$$\lambda_{1,2}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \lambda_{1,2}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \lambda_{1,2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - c_{1,2}\rho_{1,2}\frac{\partial T}{\partial t} = \begin{cases} -w, & \forall \quad r_0-\Delta+0 \le r < r_0, \\ 0, & \forall \quad 0<r<r_0-\Delta-0, \end{cases} \tag{6}$$

$$T(r,0,\varphi,t) = T(r,z,\varphi,0) = T_0, \qquad T(r,l,\varphi,t) = T_0, \tag{7}$$

$$\begin{gathered} \lambda_1 T_r(r_0-\Delta-0,z,\varphi,t) = \lambda_2 T_r(r_0-\Delta+0,z,\varphi,t), \\ T(r_0-\Delta-0,z,\varphi,t) = T(r_0-\Delta+0,z,\varphi,t) \end{gathered} \tag{8}$$

$$\begin{gathered} \lambda_1 T_r(r_0,z,\varphi,t) = -\alpha(T-T_c) - \varepsilon\sigma(T^4-T_c^4), \\ T_r(0,z,\varphi,t) = 0, \end{gathered} \tag{9}$$

$$T(r,\varphi+2\pi,t) = T(r,\varphi,t), \tag{10}$$

де T_c – температура середовища, що оточує валки.

Розглянемо математичну модель температурного поля валка у валковому кристалізаторі (рис.1), що має вигляд тришарового циліндра, у якому одна частина зовнішнього шару контактує з розплавленим металом, що має температуру t_c, а інша частина зовнішнього шару приймає участь у теплообміні із оточуючим його середовищем з температурою T_c. До другого шару валка ВК, що має щільний тепловий контакт з першим тепло передається теплопровідністю і від нього до третього шару також теплопровідністю.

Визначення температурного розподілу $T_i(r,z,\varphi,t)$ у тришаровому циліндрі ВК, де частина зовнішнього шару в умовах щільного теплового контакту сприймає тепловий потік від розплавленого металу та передає його до наступного, а внутрішній шар, що має сталу температуру меншу від температури зовнішніх шарів, приймає участь у теплообміні із зовнішніми шарами має вигляд крайової задачі для однорідного рівняння теплопровідності у циліндричній області з циклічно діючими умовами теплообміну $\Omega\times t: \{0<r<r_0,\ 0<z<l,\ 0<t<t_0\}$:

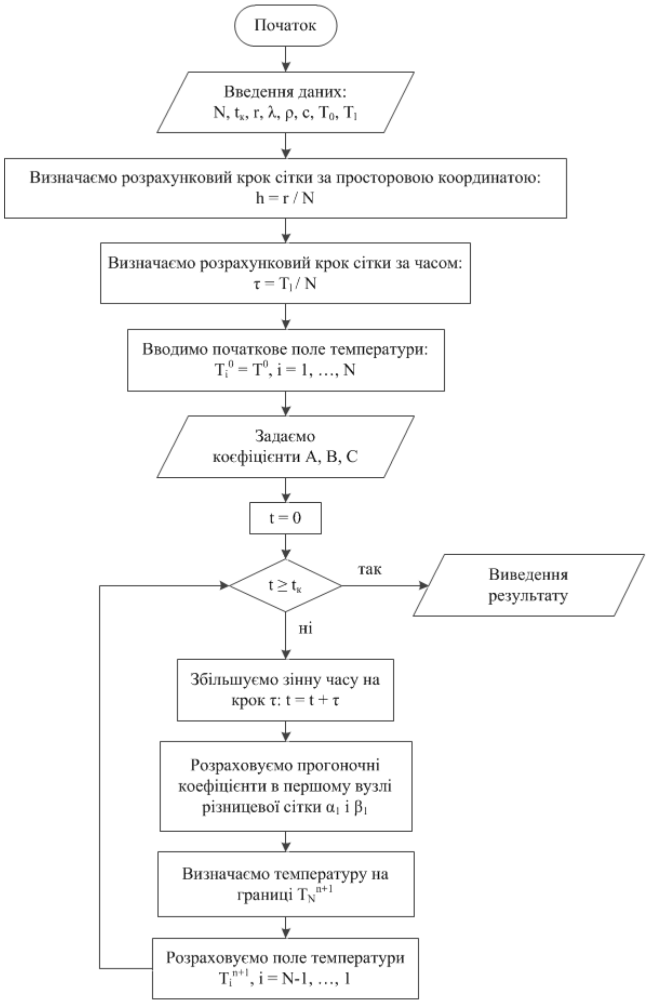


Рис. 3. Блок-схема алгоритму роботи програми.

$$\lambda_i \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_i}{\partial r}\right) + \lambda_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} + \lambda_i \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_i}{\partial \varphi^2} - c_i\rho_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = 0 \tag{11}$$

$$T_i(r,z,\varphi,0) = T_0, \tag{12}$$

$$T_i(r,0,\varphi,t) = T_0, \qquad T_i(r,l,\varphi,t) = T_0 \tag{13}$$

$$\left.\frac{\partial T_1}{\partial r}\right|_{r=0} = 0,\ \ \lambda_3 \left.\frac{\partial T_3}{\partial r}\right|_{r=r_3} = F\left(r,z,\varphi,t,T\right) = \begin{cases} q,\ \forall\ \omega t < \varphi < \varphi_0 + \omega t, \\ \alpha_1\left(T_c - T\right) + \varepsilon\sigma\left(T_c^4 - T_4^4\right) \end{cases} \tag{14}$$

$$T_i(r_{i-0},z,t) = T_{i+1}(r_{i+1},z,t),\ \ i = 1...3, \tag{15}$$

$$\lambda_i \left.\frac{\partial T_i}{\partial r}\right|_{r=r_i-0} = \lambda_{i+1}\left.\frac{\partial T_{i+1}}{\partial r}\right|_{r=r_i+0},\ \ i = 1...3, \tag{16}$$

Задачу (11)–(16) можна спростити, розглянувши температурне поле радіального перерізу валка, вважаючи, що температура уздовж осі OZ залишається сталою, поклавши $T_z = 0$. Її розв'язуємо чисельно-аналітичним методом. Так як джерела і стоки тепла у ВК діють циклічно, то через деякий час наступає температурна рівновага у системі розплавлений метал – валки – охолоджуюча рідина.

На основі алгоритму (рис. 3) створено програму у середовищі MATLAB для знаходження температурного поля зони нагрівання тришарового валка, що розігрівається від розплавленого металу у ВК. Задача розв'язується методом кінцевих елементів із застосуванням систем комп'ютерної математики згідно алгоритму (рис.3) за допомогою GUI-додатка MATLAB PDETool. Сформульовано триангулярну сітку з використанням методу Делоне. Криволінійна границя області апроксимується відрізками – ребрами трикутних кінцевих елементів[13]: Для двошарових валків отриману спрощену крайову задачу розв'язано за допомогою функції Maple pdsolve.

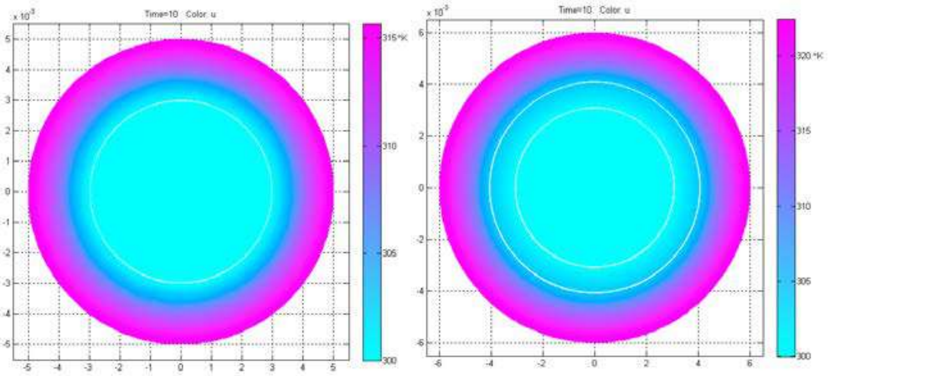


Рис. 4. Температурний розподіл у дво та тришаровому валку, побудованому згідно алгоритма (рис.3), за розв'язком спрощених задач (6)-(10) та (11)-(16).

Висновки

Побудовані математичні моделі у вигляді крайових задач на спряження для визначення температурного розподілу під час прокатки металевої стрічки за допомогою прокатного стану та валкового кристалізатора, валки яких мають вигляд двошарового та тришарового циліндрів з різними теплофізичними характеристиками шарів. Побудовано алгоритм та на його основі створено програму для знаходження температурного поля зони нагрівання тришарового валка. Задачу розв'язано методом кінцевих елементів із застосуванням систем комп'ютерної математики згідно наданому алгоритму за допомогою GUI-додатка MATLAB PDETool.

Список використаної літератури

1. Сталь на рубеже столетий / [Белянчиков Л. Н,. Бородин Д. И, Валавин В. С и др.]; под. ред. Ю.С. Карабасова. – М. МИСИС, 2001. – 664 с.
2. Бровман М. Совмещенные процессы непрерывного литья и прокатки. Перспективы развития металлургической промышленности / М. Бровман. – Saarbrücken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. – 627 с.
3. Чубенко В.А. Дослідження ефективності суспензійної розливки рідкої сталі у ливарно-прокатні кліті для виготовлення тонких смуг/ В.А. Чубенко, А.А. Хіноцька, В.В. Чубенко // Гірничий вісник, .– 2016. – Вип. 101.- С. 183-187
4. Борисов А.А. Математическая модель теплового профиля валка прокатного стана, как объекта с распределенными параметрами и постановка задачи управления планшетностью проката / А.А. Борисов // Наукові праці ДонНТУ. – 2007. – Вип. 130. – С. 18-22.
5. Тришевський О.І. Розробка математичної моделі теплового стану валка при гарячій прокатці листа / О.І. Тришевський., М.В. Салтавець, О.А Юрченко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2009. – № 5/4 (41). – С. 14-17.
6. Тришевский О.И. Разработка математической модели теплового состояния полосы при прокатке / О.И. Тришевский., М.В. Салтавец // Сталь. – 2009. – № 2. – С. 42-44.
7. Демьянченко О.П. Температурное поле неограниченного теплоизлучающего цилиндра / О.П. Демьянченко, О.Г. Нартова // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения. – К.: Ин-т математики НАН Украины. – 1999. – С. 80-84.
8. Демьянченко О.П. Усредненная задача теплопроводности для вращающегося полого цилиндра / О.П. Демьянченко // Доповіді НАН України. Математика. Природознавство. – 2002. – № 3. – С. 98-103.
9. Ляшенко В.П. Дослідження температурного поля двошарового циліндра з різними теплофізичними характеристиками / В. П. Ляшенко, Т. А. Григорова // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. – 2010. – № 890. – С. 47-52.
10. Ляшенко В.П. Математичні моделі теплообміну з умовами імпедансного типу у багатошарових областях / В.П. Ляшенко, О.Б. Кобильська, О.П. Дем'янченко // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2017. – Вип. 6/2017 (106). – С. 37-43.
11. Березовская Л.М. Периодическая задача теплопроводности для цилиндра с термическим покрытием / Л.М. Березовская, О.П. Демьянченко // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения. – 1998. – С. 17-20.

12. Ляшенко В.П.. К расчету температурного поля теплоизлучающего полого цилиндра / В.П. Ляшенко, О.П. Демьянченко // Вестник Херсонского государственного технического университета. – 2002. – № 2(15). – С. 154-159.
13. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами / Я.Г. Савула. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2004. – 222 с.