УДК 621.367.3:664.7

М.Г. ДИКТЕРУК, В.Т. КРАВЧУК, А.С. ЗАСЛУЖЕННЫЙ
Киевский национальный университет строительства и архитектуры
Ю.В. ЧОВНЮК
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЁМКОСТЯХ (СИЛОСЫ/БУНКЕРЫ): МОНИТОРИНГ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ И АНАЛИЗ ИСТЕЧЕНИЯ ПО ВТОРОЙ ФОРМЕ В ОБЩЕЙ ПОСТАНОВКЕ

Вторая форма истечения сыпучего материала из вертикальной ёмкости характеризуется перемещением всей его массы единым столбом, сверху до низа ёмкости. При этом не происходит образования самостоятельных линий тока с видимым их смещением друг относительно друга, т.е. скорости движения всех частиц среды, попадающих в одно горизонтальное сечение, равны между собой. Решение задачи об истечении сыпучего материала из вертикальной ёмкости имеет весьма важное значение. При истечении сыпучего именно по второй форме возникает повышенное давление на стенки силосов, значительно превосходящее расчётные значения давлений, найденных по теории Янсена–Кенена. Вначале рассмотрена задача в такой постановке, когда фактор движения не играет по существу никакой роли. Сыпучая среда при этом принимается несжимаемой, а движение – установившимся. Главная цель, которую преследует решение задачи в такой постановке, – это исследование статического напряжённого состояния в предельном равновесии и точное удовлетворение граничным условиям на вертикальных стенках ёмкости (*силоса/бункера*)*. Одним из главных недостатков теории Янсена–Кенена является именно неудовлетворение граничным условиям на стенках, так как они являются там одновременно и площадками скольжения, и площадками минимальных главных напряжений. Дано решение задачи о второй форме истечения сыпучего материала в наиболее общей постановке – с учётом сжимаемости среды и неустановившегося характера движения. Рассматриваются плоские ёмкости* (*бункеры*) *и ёмкости круглые* (*силосы*)*. Получены в первой постановке задачи асимптотические решения. В общей постановке задачи о неустановившемся движении сжимаемой сыпучей среды учтены наряду с её переменной плотностью также переменный коэффициент трения сыпучего материала о стенку ёмкости и переменный угол внутреннего трения в материале. Подчёркнута необходимость существования специальной системы мониторинга* (*с использованием средств мехатроники*)*, которая отслеживает статическое напряжённое состояние сыпучего материала и способствует предотвращению сводообразований, приводящих при выгрузке материала из ёмкости к её разрушению. Определены закономерности адаптации и управления сводоразрушающими устройствами при выгрузке сыпучих* (*например, зерновых*) *материалов из глубоких бункеров.*

Ключевые слова: закономерности, установившееся движение, несжимаемый сыпучий материал, вертикальная ёмкость, силосы, бункеры, мониторинг, статика, напряжённое состояние, анализ, истечение по второй форме, неустановившееся движение, сжимаемость, переменный угол внутреннего трения материала, переменный коэффициент трения материала со стенками ёмкости.

М.Г. ДІКТЕРУК, В.Т. КРАВЧУК, О.С. ЗАСЛУЖЕНИЙ
Київський національний університет будівництва і архітектури
Ю.В. ЧОВНЮК
Національный університет біоресурсів і природокористування України

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ РУХУ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ У ВЕРТИКАЛЬНИХ ЄМКОСТЯХ (СИЛОСИ/БУНКЕРИ): МОНІТОРИНГ СТАТИЧНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ Й АНАЛІЗ ВИТОКУ ЗА ДРУГОЮ ФОРМОЮ У ЗАГАЛЬНІЙ ПОСТАНОВЦІ

Друга форма витоку сипкого матеріалу з вертикальної ємкості характеризується переміщенням всієї його маси єдиним стовпом, зверху до низу ємкості. При цьому не відбувається утворення самостійних ліній течії з видимим їх переміщенням однієї відносно другої, тобто швидкості руху усіх частинок середовища, які попадають у один горизонтальний переріз, рівні між собою. Розв'язок задачі про виток сипкого матеріалу з вертикальної ємкості має доволі важливе значення. При витоку сипкого матеріалу саме за другою формою виникає підвищений тиск на стінки силосів, який суттєво перевищує розрахункові значення тисків, знайдених за теорією Янсена–Кенена. Спочатку розглянута задача у такій постановці, коли фактор руху не грає по суті ніякої ролі. Сипке середовище при цьому приймається таким, що не стискається, а рух – усталеним. Головна мета, яку переслідує розв'язок задачі в такій постановці, – це дослідження статичного напруженого стану у граничній рівновазі й точне задоволення граничним умовам *на вертикальних стінках ємкості (силоса/бункера). Одним з головних недоліків теорії Янсена–Кенена є саме не задоволення граничним умовам на стінках, оскільки вони там є одночасно й поверхнями ковзання, й поверхнями мінімальних головних напружень. Даний розв'язок задачі за другою формою витоку сипкого матеріалу у найбільш загальній постановці – із урахуванням стиснення середовища й неусталеного характеру руху. Розглянуті плоскі ємкості (бункери) та ємкості круглі (силоси). Отримані у першій постановці задачі асимптотичні розв'язки. У загальній постановці задачі про неусталений рух стискуваного сипкого середовища враховані разом з її змінною щільністю також змінний коефіцієнт тертя сипкого матеріалу зі стінкою ємкості та змінний кут внутрішнього тертя у матеріалі. Підкреслена необхідність існування спеціальної системи моніторингу (з використанням засобів мехатроніки), котра відслідковує статичний напружений стан сипкого матеріалу й сприяє запобіганню склепоутворень, які призводять при вивантаженні матеріалу з ємкості до її руйнування. Визначені закономірності адаптації та керування пристроями, які руйнують склепоутворення при вивантаженні (наприклад, зернових) матеріалів з глибоких бункерів.*

Ключові слова: закономірності, усталений рух, нестискуваний сипкий матеріал, вертикальна ємкість, силоси, бункери, моніторинг, статика, напружений стан, аналіз, виток за другою формою, неусталений рух, стискуваність, змінний кут внутрішнього тертя матеріалу, змінний коефіцієнт тертя матеріалу зі стінками ємкості.

M.G. DIKTERUK, V.T. KRAVCHYUK, A.S. ZASLUZENNII
Kyiv National University of Construction and Architecture
Y.V. CHOVNYUK
National University of Bioresources and Life Sciences of Ukraine

INVESTIGATION OF FREE-FLOWING BULK MATERIAL'S MOVEMENT LAWS AT VERTICAL VESSELS (SILOS/HOPPERS): MONITORING OF STATIC STRESS STATE AND ANALYSIS OF EFFLUX BY THE SECOND FORM AT THE GENERAL DEFINITION OF A PROBLEM

The second form of efflux of free-flowing bulk materials at vertical vessels is characterized by the displacement of all mass as common pole from the top to lower part of the vessel. The generation of individual flow lines with visible displacement one to another is not appear, that's why velocities of movement of all particles of medium which are at one horizontal section must be equal. The solution of the problem of efflux of free-flowing bulk material from vertical vessels is very important. During the efflux of free-flowing bulk material just by the second form, the increased pressure on silos walls is aroused, and this pressure is superior in magnitude than that calculated with the help of Janssen–Canen's theory. First of all, the problem is investigated at such definition when the movement factor is slightly. The free-flowing bulk material here is not compressed and its movement is stable. TRhe main purpose of the solution of this problem at such definition is to investigate the static stress state in the limiting equilibrium and to fulfill the boundary conditions at vertical walls of vessel (silo/hopper). One of the main disadvantages of Janssen–Canen's theory is just that it not fulfills the boundary conditions at the walls, because they are here, in this theory, the surfaces of sliding and the surfaces of the minimum of main stresses, as well. The solution of the problem of the efflux of free-flowing bulk material by the second form at the general definition is presented, the compression of the medium and non-stable character of its movement are included. The flat vessels (hoppers) and the circular vessels (silos) are considered. The asymptotic solutions of the problem at the first definition are obtained. At the general definition of the problem for the non-stable movement of compressed free-flowing bulk material, the varying density of the medium, the varying friction coefficient of this material with a vessel's wall and the varying angle of the interior friction in material are included. The existence of the special monitoring system (with the help of mechatronics devices) is necessary in order to watch the static stress state of free-flowing bulk material and to favor the prevention of hang-up generations in it which gives the possibility of destroying the vessel during the act of material's unload from it. The laws of adaptation and control of devices for destroying of hang-up generations during the process of unload of free-flowing bulk materials (for example, grain) from the deep hoppers are determined.

Keywords: laws, stable movement, uncompressed free-flowing bulk material, vertical vessel, silos, hoppers, monitoring, static, stress state, analysis, efflux by the second form, constable movement, compression, varying angle of the interior friction of material, varying coefficient of friction of material with the vessel's walls.

Постановка проблемы

Одна из особенностей нынешнего развития сельского хозяйства Украины – реструктуризация его хозяйственной деятельности. Существенную роль в этом играют различной конструкции мини-заводы по переработке и хранению зернопродуктов. Неотъемлемой частью их технологического оборудования являются глубокие ёмкости типа элеваторных силосов. При разгрузке зерновых (и прочих сыпучих материалов) из них наблюдаются перебои в процессе истечения. Одна из причин – сводообразование, препятствующее равномерному истечению и оказывающее значительные циклические динамические нагрузки на стенки глубокой ёмкости (силосов/бункеров).

В настоящее время широко применяются глубокие ёмкости, оснащённые разнообразными сводоразрушающими устройствами.

Существующее многообразие конструкций данных устройств свидетельствует о сложности выбора оптимального варианта, зависящего не только от конструктивных параметров бункеров, но и от вида зернопродукта (иного сыпучего материала), находящегося в нём.

В процессе истечения сыпучего материала из глубокого осесимметричного бункера происходит переход его свойств из одного состояния в качественно иное (из сплошной среды в подвижное, как бы "псевдоожиженное" состояние). Целенаправленность перехода определяется механикой сыпучих тел. Зерновой материал – открытая система, в результате воздействия на которую (например, с помощью сводоразрушающего устройства) происходит приспособление (адаптация) её свойств под требуемые. Таким образом, изменения состояния сыпучих материалов при их истечении из силосов/бункеров имеют адаптационный характер и требуют рассмотрения с позиций теории синергетики, управляемых адаптационных систем.

В условиях острой конкурентной борьбы на современных рынках научно-технической продукции проектирование машин и рабочих органов, выполняющих те или иные технологические процессы, во всё большей степени должно основываться на точном инженерном расчёте технологических процессов с использованием интеллектуальных систем управления (реализуемых с помощью средств и устройств современной мехатроники), а также иных новейших достижений науки.

Средой, с которой взаимодействуют рабочие органы машин, во многих случаях являются различные сыпучие материалы. В сельскохозяйственном производстве наиболее распространёнными сыпучими материалами являются зерно, семена технических культур, минеральные удобрения, почва; в угольной, горнодобывающей и металлургической промышленности – уголь, руда, кокс; в строительстве – песок, гравий, грунты, цемент; в химической промышленности – порошки, гранулы и т.п. Перевозка сыпучих материалов составляет значительную часть грузооборота всех видов транспорта Украины, причём с развитием народного хозяйства поток сыпучих грузов непрерывно нарастает.

Необходимой составной частью машин, предназначенных для работы с сыпучими телами, являются бункеры различных форм и трубы постоянного сечения. К трубам постоянного сечения относятся цилиндрические бункеры (силосы), кожухи винтовых транспортёров.

Несмотря на повсеместное распространение бункеров и их кажущуюся простоту, теория их рабочего процесса находится в зачаточном состоянии. В весьма немногочисленных теоретических работах, посвящённых этому вопросу, рассматриваются, как правило, только силы, действующие на стенки бункера при покое сыпучего тела. Движение сыпучих тел в бункерах и силосах изучается лишь экспериментально, причём данные, полученные различными исследователями, не всегда согласуются.

Такое положение в динамике сыпучих тел вообще, и в теории движения сыпучих тел в трубах и бункерах (силосах), в частности, сдерживает технический прогресс в рассматриваемой области.

В предлагаемом исследовании предпринята попытка создания теории движения сыпучих тел в трубах постоянного и переменного сечения. Теория основана на представлении о сыпучем теле, разработанном профессором Гениевым Г.А. [1].

Анализ последних исследований и публикаций

Остановимся вначале вкратце на существующих методах исследования сил, действующих на сыпучее тело в сосуде. Автор [2] приводит подробный обзор исследований движения сыпучих материалов в трубах и бункерах. Здесь приведен обзор лишь основных работ, касающихся предмета исследования данной.

В 1895 г. появилась работа Г.А. Янсена [3]. Автор выполнил некоторые экспериментальные исследования и пришёл к выводам, аналогичным выводам М. Фрида [4] и А.Е. Делакроа [5], утверждавшим, что давление на дно силоса значительно меньше веса зернового столба. При этом М. Фрид объясняет подобную ситуацию эффектом передачи части веса зерна на стенки сосуда в виде сил, действующих на распор и на трение. Давление на стенки, по мнению М. Фрида, есть величина постоянная и не зависит от расстояния этой единицы поверхности от горизонта зернового столба. А.Е. Делакроа провёл опыты по определению давления зерна в силосах натуральных размеров и пришёл к выводу, что давление с глубиной возрастает. Однако этот рост не беспределен; начиная с некоторой глубины давление заметно не изменяется. В теоретической части работы Г.А. Янсена автором получена формула для осевых давлений в призматическом силосе с квадратным поперечным сечением. В основу вывода положено уравнение равновесия элемента, выделенного из сыпучего тела двумя бесконечно близкими горизонтальными плоскостями. Боковое давление считается пропорциональным осевому.

В результате получена формула:

$$p = \frac{s\gamma}{4k} \cdot \left(1 - \exp\left[-4k \cdot \frac{x}{s}\right]\right), \tag{1}$$

где p – осевое давление в сечении с абсциссой x; s – сторона квадрата поперечного сечения силоса; γ – удельный вес сыпучего материала, помещённого в силос; $k = \dfrac{p_s \cdot f}{p}$, причём p_s – боковое давление; f – коэффициент трения зерна о стенку силоса.

Работа Янсена явилась значительным шагом вперёд в развитии теории давления сыпучих тел на стенки сосудов. Формула Янсена (1), подтверждённая опытом, получила широкое распространение при расчётах давления зерна в силосах элеваторов и других подобных случаях. Недостатком теории Янсена является отсутствие обоснования принципиального положения о пропорциональности между осевым и боковым давлениями. Не раскрыт физический смысл коэффициента пропорциональности между давлениями и его зависимость от физико-механических свойств и геометрических размеров частиц сыпучего тела. Эти недостатки ограничивают возможности использования теории Янсена при инженерных расчётах и могут в некоторых случаях приводить к ошибкам.

Кенен и Эри для определения сил, действующих на сыпучее тело в сосуде, воспользовались разработанной Кулоном теорией давления сыпучей среды на подпорные стенки. Однако полученные ними формулы не были подтверждены опытом [2]. Подробное описание и анализ формул Янсена, Кенена и Эри даётся в работах профессора Д.В. Шумского [6] и профессора В.И. Колычева [7].

Интересное теоретическое исследование давления зерна в силосах выполнено профессором Е.М. Гутьяром [8]. Автор развил теорию Янсена, учтя сжимаемость сыпучего тела, и получил формулу более общего вида, чем у Янсена.

В работе Н.В. Сорокина [9] формула Янсена обобщена на случай силоса, заполненного по высоте разнородными материалами. В работе того же автора [10] сделана попытка обобщения формулы Янсена для случая силоса переменного сечения. В основу вывода положено допущение о пропорциональности между осевым давлением и давлением на стенку силоса, причём коэффициент пропорциональности считается не зависящим от глубины расположения слоя, а, следовательно, и от размеров поперечного сечения силоса.

Наконец, в работе [11] рассматриваются давления в силосе, возникающие при движении. Выделяя из движущего столба сыпучего тела элемент и рассматривая действующие на него силы, автор полагает ускорение элемента равным нулю, считая движение установившимся, а столб – имеющим постоянное сечение.

Однако допущение о постоянстве сечения столба в общем случае не соответствует действительности. Вследствие этого даже при установившемся движении каждый элемент сыпучего тела движется с ускорением, причём это ускорение различно для различных по высоте элементов.

В оригинальном исследовании Дженкина [12] сыпучее тело рассматривается как совокупность однородных абсолютно твёрдых плоских дисков, уложенных правильными рядами. Автор рассматривает силы, действующие на диски и на стенки сосуда, а также влияние на эти силы перемычек и сводов, образуемых частью зёрен. В результате теоретических и экспериментальных исследований автор приходит к следующим выводам: 1) угол между силой, действующей на стенку, и нормалью к стенке равен углу трения; 2) положение центра давления не предопределено и может быть значительно выше, чем на одной трети высоты стенки над основанием. Таким образом, давление не распределяется равномерно и не меняется линейно с изменением высоты над основанием; 3) результаты зависят от модели упаковки и от формы зёрен. Недостатком работы Дженкина является отсутствие аналитических зависимостей для сил, действующих на стенки сосуда. Автор ограничился графическим анализом сил и лишь в применении к плоской задаче.

Р.Л. Зенков [13] при выводе формул, определяющих давление сплошной сыпучей среды на дно и стенки узкого высокого сосуда постоянного сечения, воспользовался, по существу, методом Янсена. В работе рассмотрены два случая: перемещение поршня вниз (силы трения направлены вверх) и перемещение поршня вверх (силы трения направлены вниз).

Авторы [14] исследовали распределение давления в цилиндрических и конических бункерах с сыпучим порошкообразным материалом и учли эффект адгезии между материалом и стенкой. В случае цилиндрического бункера, в котором отсутствует адгезия между сыпучим материалом и стенкой сосуда, полученные соотношения для давления на дно сводятся к обычному уравнению Янсена (1).

Более точное распределение давления в вертикальном бункере было предложено Уолкером [15], предположившим, что в сыпучем материале существует подвижное равновесие, при котором круги Мора, представляющие условие нагружения, на определённом уровне касаются линии предельного напряжения. Полученный им результат очень незначительно отличается оттого, что дают авторы [14].

Значительный интерес представляет распределение нагрузки в конических бункерах. Уолкер [15] получил уравнения для распределения нагрузки по вертикали и вдоль стенки при постоянном массовом расходе, т.е. при условии, что весь материал движется по направлению к выходу. Результирующее вертикальное напряжение или распределение давления определяется как:

$$p = \left(\frac{h}{h_0}\right)^{\overline{\mu}} \cdot p_0 + \frac{\rho_b \cdot g \cdot h}{\overline{\mu} - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{h}{h_0}\right)^{\overline{\mu} - 1}\right], \tag{2}$$

где h_0 – высота, на которой вертикальная нагрузка (по давлению) равна напряжению p_0 (это может быть давление на основание бункера цилиндрической формы, расположенного над конической загрузочной воронкой); h – текущая высота в конической части бункера, отсчитываемая вверх от точки пересечения продолжений образующих конусной части бункера; g – ускорение свободного падения; ρ_b – объёмная плотность материала, находящегося в бункере; $\overline{\mu}$ – коэффициент, который зависит от вида загрузочного бункера и для конической и клиновидной формы соответственно определяется как:

$$\overline{\mu} = 2B' \cdot D^* / \mathrm{tg}\alpha; \;\; \overline{\mu} = B' \cdot D^* / \mathrm{tg}\alpha. \tag{3}$$

Здесь 2α – угол загрузочной воронки; D^* – функция распределения, которая может быть принята в первом приближении равной единице; B' определяется по формуле:

$$B' = \frac{\sin\delta \cdot \sin(2\alpha + k_0)}{1 - \sin\delta \cdot \cos(2\alpha + k_0)}, \tag{4}$$

где

$$k_0 = \beta_w + \arcsin\left(\frac{\sin\beta_w}{\sin\delta}\right); \;\; \arcsin\left(\frac{\sin\beta_w}{\sin\delta}\right) < \frac{\pi}{2}. \tag{5}$$

Здесь, в (4) и (5) β_w – угол трения у стенки бункера, δ – эффективный угол трения [16], определяемый из следующих соображений.

Каждая линия предельного нагружения (ЛПН) для системы слипшихся макрочастиц вещества в бункере ограничивается значениями нормальных напряжений, равными значению уплотняющего давления. Увеличение нагрузки означает повышение уплотняющего давления и, следовательно, переход к другой ЛПН. Круг Мора теперь можно провести так, чтобы он касался конкретной ЛПН. Продолжение этого процесса приведёт к построению серии кругов Мора. Касательная к этим кругам Мора называется линией эффективного предельного нагружения (ЛЭПН) [14]. Она является обычно прямой линией, проходящей через начало координат и образующей с абсциссой угол δ. Следует отметить, что ЛЭПН характеризует зависимость предела прочности материала, находящегося в бункере, при сдвиге от напряжений сжатия для сыпучих сред, которые уплотняются и сдвигаются при таких условиях нагружения. Этот вывод справедлив также и по отношению к установившемуся движению. Так, во время движения тангенциальное смещение сыпучего материала будет происходить во всех точках, и, следовательно, круг Мора, отражающий напряжённое состояние в данной точке, должен касаться ЛЭПН. Если поле напряжений таково, что круг Мора лежит ниже ЛЭПН, то никакого сдвигового движения не происходит. Для неспрессованных сыпучих сред ЛЭПН совпадает с ЛПН. Поэтому и в установившемся движении [16] отношение главных напряжений ($\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$) во всех точках будет определяться выражением:

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = \frac{1 + \sin\delta}{1 - \sin\delta}. \tag{6}$$

Кстати, как отмечают авторы [14], δ совпадает с β для неслипшихся сыпучих сред, где β – угол внутреннего трения в материале, который находится в бункере.

В конической части загрузочного устройства, появляющейся в бункере при переходе от его цилиндрической части к конической, как вертикальная, так и нагрузка у стенки достигают максимального значения [14]. Поэтому, при установке цилиндрической секции в верхней части конуса в переходной области (от цилиндра к конусу) может возникать нестабильность условий нагружения [17].

Из изложенного выше следует, что выполненные к настоящему времени экспериментальные и теоретические исследования сил, действующих на дно и стенки труб и бункеров, не охватывают многих вопросов, имеющих важное практическое значение, и не раскрывают механизма действия сил в сыпучих телах.

Остановимся далее на обзоре работ, посвящённых исследованию закономерностей истечения сыпучих материалов.

Систематические экспериментальные исследования закономерностей истечения сыпучих материалов из бункеров начались с середины XIX века, как утверждают авторы обзора [18]. Большинство исследователей считают, что скорость истечения не зависит от высоты столба материала в бункере, а определяется диаметром отверстия и множеством других факторов (диаметром частиц, углом естественного откоса материала, углом внутреннего трения частиц, углом наклона стенок конусного днища). Формулы имеют различный вид и приводят к различным результатам. В [2] представлен анализ исследований по истечению сыпучих материалов из бункеров, проведенных в СССР. Эти исследования показали, что основным фактором, определяющим скорость истечения, является диаметр отверстия, а также признаётся влияние размеров частиц на скорость истечения.

Работ, посвящённых теоретическому исследованию процесса истечения сыпучих материалов, в настоящее время известно мало. В литературе по механике сыпучих тел этот вопрос обычно или совсем не затрагивается, или рассматривается вскользь и на основе чрезмерно упрощённых представлений. Исключение составляет работа Г.А. Гениева [1], который исследует напряжённое состояние сыпучей среды в бункере достаточно строго. Переходя к рассмотрению закономерностей истечения, он, отступая от этой строгости (по мнению автора [2]), утверждает, что в зоне выхода сыпучего (в горловине) происходит его интенсивное разрыхление, связанное с резким падением коэффициента внутреннего трения. В связи с этим, свойства сыпучего материала приближаются к свойствам идеальной жидкости. Таким образом, Г.А. Гениев ставит физические свойства зёрен сыпучего материала (угол внутреннего трения) в зависимость от того, в какой части бункера они в данный момент находятся, а скорость истечения – в зависимость от высоты столба сыпучего материала над отверстием. Хотя автор [2] и считает, что последнее утверждение ошибочно, т.к., по его мнению, скорость истечения от высоты столба практически не зависит (в соответствии с экспериментальными исследованиями многих авторов), авторы данного исследования будут придерживаться точки зрения Г.А. Гениева. Такую позицию позволяют занять рассуждения о бифуркационных процессах, происходящих в сыпучем материале, по мере его истечения из бункера.

Авторы [19–21] развивают так называемую "гипотезу динамического разгружающегося свода". Сущность гипотезы состоит в том, что над отверстием при истечении образуется "динамический" свод, проходя через который, частицы выпадают в отверстие. Скорость истечения зависит в этом случае от высоты падения частиц, т.е. от высоты свода, высота же свода пропорциональна диаметру отверстия. Таким образом, скорость истечения сыпучего материала ставится в зависимость от диаметра отверстия, а не от высоты столба сыпучего материала в бункере.

Существование "динамического" свода опытом не подтверждается. Гипотеза о динамическом своде носит искусственный характер и, по мнению автора [2], ничего не даёт для выяснения действительных закономерностей движения.

Р.Л. Зенков [13] для определения скорости истечения (v_0) предлагает использовать формулы вида:

$$v_0 = \sqrt{2g \cdot \frac{P}{S \cdot \gamma}} = \sqrt{2g \cdot \frac{\sigma}{\gamma}}. \tag{7}$$

Здесь, в (7), $P-$усилие, а $\sigma-$давление на плоскость отверстия, площадь которого S, $\gamma-$ удельный вес сыпучего материала, $g = 9{,}81\ м/с^2$.

Между тем, как усилие P, так и давление σ в процессе истечения равны нулю, т.к. через открытое отверстие бункера частицы свободно падают с ускорением g и вышележащие частицы на них давить не могут. Давление на плоскость отверстия имеет место только при закрытом отверстии. По-видимому, в формулы для скорости истечения должны входить значения P, σ, соответствующие закрытому отверстию, но остаётся неясным [2], каким способом могут быть найдены эти величины. Кроме того, формулы типа (7) не отражают влияния на скорость истечения такого важного фактора, как размеры самого отверстия.

На основании обзора работ [13, 18–21] можно сделать вывод о том, что рассматриваемый вопрос был изучен в СССР недостаточно. Не существует единства мнений ни о физической сущности процесса истечения, ни о факторах, влияющих на истечение. Необходимо дальнейшее исследование этого процесса, в особенности, теоретическое.

Зарубежные (за пределами бывшего СССР) исследования гравитационного движения сыпучих материалов в бункерах сводятся к следующему.

Имеются три, представляющих практический интерес, аспекта поведения сыпучего материала, вытекающего из бункера и загрузочных устройств: нарушение течения, кинематика потока и расход [14]. В бункерах и загрузочных устройствах существует два основных типа гравитационных течений. При "массовом" потоке большая часть сыпучего материала движется по направлению к выходу, а при "воронкообразном" потоке частицы движутся только в центральной части выходного отверстия. В первом случае главная причина нарушения движения состоит в образовании сводов или зависаний, при этом материал поддерживается стенками, тогда как в последнем случае нарушение движения может произойти путём образования в материале пустой центральной трубы, и тогда движение называют "трубным". Эти и другие нарушения движения рассматривались Йохансоном [22]. В обоих случаях (как при зависании, так и при образовании трубок) материал должен быть уплотнён настолько, чтобы достигнутый уровень прочности (предельное напряжение лавинного движения) был достаточным для выдерживания веса зависшего сыпучего материала. Следовательно, в уплотнённом сыпучем материале возникают нарушения движения (особенно при неограниченно высоком пределе текучести), и они зависят не только от свойств материала, но и от геометрии загрузочного устройства, что оказывает влияние на распределение усилий в системе. Дженике [16] разработал методы конструирования и определил критерии для создания бункеров и загрузочных устройств, в которых не возникают нарушения движения. Основные причины возникновения механизма нарушения движения изложены ниже.

Рассмотрим, в частности, проблему образования сводов. Саморазгружаемость загрузочных воронок может быть охарактеризована функцией, называемой "коэффициентом подвижности", которая определяется как:

$$ff = \sigma_1 / \overline{\sigma}_1 \qquad (8)$$

где σ_1 – уплотняющее давление; $\overline{\sigma}_1$ – напряжение, которое действует на образовавшийся свод.

Напряжение $\overline{\sigma}_1$ является единственным ненулевым главным напряжением, поскольку предполагается, что свод самоподдерживается. И σ_1, и $\overline{\sigma}_1$ – линейные функции ширины загрузочного устройства, а их отношение для данного устройства постоянно. Коэффициент подвижности зависит от геометрии загрузочного устройства и свойств материала; его значения рассчитаны для ряда загрузочных устройств и материалов с разными свойствами. Предел текучести уплотнённого материала устойчивого свода определяется пределом текучести материала в ненагруженном состоянии σ_c, который в свою очередь является функцией напряжения сжатия σ_1. Поэтому условие, при котором свод не образуется, состоит в следующем:

$$\sigma_c < \overline{\sigma}_1. \qquad (9)$$

Построив зависимость предела текучести ненагруженного материала от давления сжатия, которая была определена Дженике [16] как "функция движения", и используя её совместно с коэффициентом подвижности, можно установить условие образования свода. Подобный анализ необходимо проделать, чтобы избежать "трубного" движения. (Подобный подход развит в [1]). Детальное исследование "трубного движения" и движения с зависанием можно найти в литературе [16, 23, 24]. Ричмонд [25] использовал теорию сводов для конструирования загрузочного устройства оптимальной формы. Браун и Хауклей [26] исследовали модели потоков при установившемся истечении материала из прямоугольного бункера через открытую узкую щель. Они наблюдали пять областей движения: 1) область *A* – частицы здесь оползают общей массой, и их движение более или менее похоже на движение в области *B*; 2) область *B* – частицы здесь скользят более медленно, чем в *A*, образуя внутреннюю границу с неподвижной областью *E*. Во время истечения угол откоса у вершин так же, как и у поверхности раздела, остаётся неизменным; 3) области *A* и *B* подпитывают область *C*, из которой частицы, ускоряясь, движутся вниз и достигают области *D*; 4) в области *D* частицы падают подобно свободным телам в гравитационном поле. Эта область расширяется и даёт усадку, но происходит это пульсациями, которые возникают из-за сжатия частиц в плотный ком с последующим расширением при выпадении частиц материала через отверстие; 5) область *E* является неподвижной, примыкающей к стенкам бункера.

Структура движения в загрузочных устройствах несколько иная. Если области застоя материала полностью отсутствуют, то такое загрузочное устройство называют устройством массового стока [14].

Ли с сотрудниками [27] определили рентгенографическим методом поле скоростей частиц и поле пористости в двумерном пространстве загрузочного устройства. Следы, оставленные помеченными частицами во время движения, позволили определить поле векторов локальной скорости, а интенсивность тени – пористость. Располагая полем скоростей и полем пористости, авторы выделили четыре области: 1) область *D* – была названа зоной пробкового движения; 2) область *B* – в ней наблюдалось поведение неподвижно закреплённого тела; 3) область *A* – была названа "зоной разлома" вещества из-за интенсивной деформации, которая происходила в этом месте; 4) область *C* – зона свободного движения.

Резник с сотрудниками [28] выполнил детальное картографирование кинематики потока плоского движения с помощью стереоскопической техники, разработанной Баттерфельдом с сотрудниками [29], и получил серию фотографий потока, сделанных через короткие интервалы времени. Пары последовательных фотографий в стереоскопе позволяют воссоздать объёмную модель меняющегося поля, с помощью которой можно рассчитать поле скоростей.

Несмотря на значительные успехи, достигнутые в изучении поля скоростей сыпучих материалов, и создание критериев безарочного движения, полезных при конструировании, до настоящего времени не удаётся рассчитать производительность, исходя только из этих данных. Для этого до сих пор используют эмпирические уравнения.

Следует, вероятно, отметить, что в большинстве применяемых процессов переработки и транспортировки сыпучих материалов, где используется оборудование для загрузки такого рода материалов, максимальные скорости истечения намного выше, чем существующие скорости дальнейшей их переработки.

Поэтому, по мнению авторов данной работы, теоретические исследования процессов истечения сыпучих материалов из бункеров и силосов требуют дальнейших уточнений и совершенствования.

Цель исследования

Цель работы – обоснование моделей напряжённого состояния и процесса истечения сыпучих материалов из бункеров/силосов, установление общих закономерностей адаптации и управления сводоразрушающими устройствами, используемыми для выгрузки сыпучих материалов из глубоких ёмкостей. Указанные модели и закономерности в дальнейшем могут быть использованы для создания системы мониторинга (средствами мехатроники) процессов выгрузки таких материалов (в частности, зерновых) из глубоких бункеров и силосов, которая позволяет упреждать возникновение нежелательных состояний материалов в ёмкостях их хранения, когда возникают сводообразования, препятствующие равномерному истечению и оказывающие значительные циклические динамические нагрузки на стенки ёмкостей. При этом сводоразрушающие устройства функционируют в зоне резонанса их рабочей частоты колебаний и собственной частоты колебаний истекающего сыпучего (например, зернового) материала.

В данном исследовании частично использованы результаты работ [1, 30, 31].

Изложение основного материала исследования

1. Решение задачи о движении сыпучего материала в вертикальной ёмкости по второй форме истечения.

Вторая форма истечения сыпучего из вертикальной ёмкости характеризуется перемещением всей его массы единым столбом, сверху до низа ёмкости [1]. При этом не происходит образования самостоятельных линий тока с видимым их смещением друг относительно друга, т.е. скорости движения всех частиц среды, попадающих в одно горизонтальное сечение, равны между собой. Особенности возникновения двух форм истечения подробно описаны в [32].

Решение задачи об истечении сыпучего материала из вертикальной ёмкости имеет важное значение. В частности, при истечении сыпучего материала именно по второй форме возникает повышенное давление на стенки силосов, значительно превосходящее расчётные значения давлений, найденных по теории Янсена–Кенена.

В рассматриваемой задаче в той постановке, в какой она решается в данном пункте исследования, фактор движения не играет по существу никакой роли. (Сыпучая среда принимается несжимаемой, а движение – установившимся). Главная цель, которую преследует решение задачи в такой постановке, – это исследование статического напряжённого состояния в предельном равновесии и точное удовлетворение граничным условиям на вертикальных стенках ёмкости (силоса). Следует отметить, что одним из главных недостатков теории Янсена–Кенена является именно неудовлетворение граничным условиям на стенках, т.к. они являются там одновременно и площадками скольжения, и площадками минимальных главных напряжений.

Излагаемые здесь вопросы представляют собой лишь подготовительный материал для решения задачи о второй форме истечения сыпучего материала в наиболее общей её постановке – с учётом сжимаемости среды и неустановившегося характера движения. Это решение будет дано в следующем пункте исследования. Рассматриваются плоские ёмкости (бункеры) и ёмкости круглые (силосы). Вначале приведём так называемые асимптотические решения.

По мере заглубления в какой-либо вертикальной ёмкости неограниченной глубины значения напряжений в заполняющей её сыпучей среде, находящейся в состоянии предельного равновесия, не будут неограниченно возрастать, а будут стремиться к определённому предельному значению, достигаемому на бесконечной глубине. Эти предельные значения мы будем называть асимптотическими.

Примем расположение координатных осей следующим образом: 1) координата x направлена вдоль оси бункера; 2) координата y - перпендикулярно к оси бункера. Тогда из определения асимптотических напряжений следует, что последние будут являться функциями лишь координаты y.

Переходя к получению асимптотических решений, сформулируем окончательную постановку этой задачи. Требуется найти решение, удовлетворяющее во всех точках среды уравнениям движения, уравнению сплошности среды, уравнению предельного равновесия и граничному условию на стенках ёмкости: при $y = \pm a/2$ $X_y = \pm f \cdot Y_y$, где $a -$ ширина бункера, X_x, X_y, $Y_y -$ напряжения в материале вдоль соответствующих осей, каждое из которых зависит от y, $f -$ коэффициент трения сыпучего материала по стенке бункера. Будем считать, что $tg\varphi \geq f$, где $\varphi -$ угол внутреннего трения. Благодаря тому, что $v_x = const$, $v_y = 0$, инерционные члены в уравнении движения обращаются в нуль. Здесь $v_x, v_y -$ компоненты скорости движения материала вдоль соответствующей оси.

Получим асимптотическое решение для случая плоской задачи применительно к определению напряжённого состояния сыпучего материала, находящегося в удлинённом бункере.

Асимптотические напряжения X_x, X_y, Y_y суть функции y. Они удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} - X = 0; \\ \frac{\partial X_y}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} - Y = 0; \\ \left(X_x - Y_y\right)^2 + 4 \cdot X_y^{\,2} = \sin^2\varphi \cdot \left(X_x + Y_y\right)^2, \end{cases} \quad (10)$$

где X, Y – массовые силы, действующие на сыпучий материал в бункере вдоль соответствующей оси. При этом выполняется граничное условие:

$$X_y(\pm a/2) \mp f \cdot Y_y(\pm a/2) = 0. \quad (11)$$

Решением задачи (10), (11) является следующая система функций [1]:

$$X_x = M_1 \cdot \psi(y); \;\; Y_y = M_1; \;\; X_y = M_1 \cdot \zeta(y), \quad (12)$$

где

$$\psi(y) = \frac{1}{\cos^2\varphi} \cdot \left(1 + 2\sin\varphi \cdot \sqrt{1 - \xi^2 m^2} + \sin^2\varphi\right); \;\; \zeta(y) = f \cdot \xi; \;\; M_1 = \frac{a}{2} \cdot \frac{g \cdot \rho}{f}; \;\; \xi = \frac{2y}{a}; \;\; m = \frac{f}{tg\varphi}, \quad (13)$$

т.е. ξ – приведенная координата y, m – отношение коэффициента трения сыпучего материала о стенку ёмкости к коэффициенту внутреннего трения, ρ – плотность материала, находящегося в бункере. Напряжение Y_y (распор) – величина постоянная.

Таким образом, решение (12), (13), точно удовлетворяющее исходной системе уравнений в каждой точке среды и точно удовлетворяющее граничному условию на стенках, характеризуется неравномерным законом распределения вертикального напряжения X_x по горизонтальному сечению ёмкости, достигая максимального значения в её середине, в то время, как абсолютное значение горизонтальной составляющей напряжения X_y максимально у стенок ёмкости ($y = \pm a/2$).

Напряжения X_x и Y_y являются главными напряжениями (соответственно σ_1 и σ_2) лишь в середине ёмкости, при $\xi = 0$. Действительно, при $\xi = 0$ из (12), (13) получаем:

$$\frac{Y_y}{X_x} = \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi}; \;\; \mathrm{tg}2\beta = 0; \;\; \beta = 0. \quad (14)$$

Здесь введена функция β следующим соотношением:

$$\mathrm{tg}2\beta = \frac{2X_y}{X_x - Y_y} = \frac{2\zeta(y)}{\psi(y) - 1}. \quad (15)$$

Соотношение между Y_y и X_x у стенок ёмкости при $f = \mathrm{tg}\varphi$ составляет:

$$\frac{Y_y}{X_x} = \frac{1 - \sin^2\varphi}{1 + \sin^2\varphi}; \;\; \mathrm{tg}2\beta = \pm\mathrm{ctg}\varphi; \;\; \beta = \pm\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right). \quad (16)$$

Таким образом, на вертикальную стенку действует не меньшее главное напряжение, а напряжение $Y_y(\pm a/2) > \sigma_2$.

Приведенному выше решению можно дать следующую интерпретацию. Формулы (12), (13) можно рассматривать как выражения для единичных усилий в цилиндрических сводах, перекрывающих пролёт ёмкости $L = a$, имеющих стрелку подъёма h :

$$h = 0{,}25 \cdot a \cdot f \quad (17)$$

и описанных по параболе.

Напряжение Y_y соответствует распору, X_y – сдвигающим (поперечным) силам, X_x – некоторой двусторонней нагрузке, найденной из условия предельного равновесия и препятствующей рассыпанию свода. Причём в данном случае значение X_x – активное давление – является большим из двух возможных значений X_x, удовлетворяющих условию предельного равновесия при заданных Y_y и X_y. Нагрузкой для этих цилиндрических сводов в условиях асимптотического решения является их собственный вес. Силы трения на концах свода полностью воспринимают последний, удерживая свод в равновесии.

Получим асимптотическое решение для случая пространственной осесимметричной задачи применительно к определению напряжённого состояния сыпучего материала, находящегося в цилиндрическом круглом силосе диаметра d. Асимптотические напряжения $R_r, Z_z, R_z, \Theta_\theta$ суть функции $R_r = R_r(r);\; Z_z = Z_z(r);\; R_z = R_z(r);\; \Theta_\theta = \Theta_\theta(r)$. Системе уравнений (в цилиндрических координатах (r, z, θ)):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial R_r}{\partial r} + \dfrac{\partial R_z}{\partial z} + \dfrac{R_r - \Theta_\theta}{r} - R = 0; \\ \dfrac{\partial R_z}{\partial r} + \dfrac{\partial Z_z}{\partial z} + \dfrac{R_z}{r} - Z = 0; \\ (Z_z - R_r)^2 + 4R_z{}^2 = \sin^2\varphi \cdot (Z_z + R_r)^2 \end{cases} \tag{18}$$

и граничному условию:

$$R_z(d/2) - f \cdot R_r(d/2) = 0 \tag{19}$$

удовлетворяет следующая система функций [1]:

$$Z_z = M_2 \cdot \psi(r);\; R_r = \Theta_\theta = M_2;\; R_z = M_2 \cdot \varsigma(r), \tag{20}$$

где

$$\psi(r) = \frac{1}{\cos^2\varphi} \cdot \left(1 + 2\sin\varphi \cdot \sqrt{1 - \xi^2 \cdot m^2} + \sin^2\varphi\right);\; \varsigma(r) = f\xi;\; M_2 = 0{,}25 \cdot \frac{dg\rho}{f};\; \xi = \frac{2r}{d};\; m = f \cdot \mathrm{ctg}\varphi. \tag{21}$$

Таким образом, как и в случае плоской задачи, вертикальное напряжение Z_z распределено по горизонтальным сечениям неравномерно, достигая максимального значения в центре ёмкости.

Статической интерпретацией решения пространственной осесимметричной задачи является напряжённое состояние круглого в плане свода, имеющего диаметр, равный диаметру ёмкости, стрелку подъёма h:

$$h = \frac{1}{6} \cdot d \cdot f \tag{22}$$

и описанного по параболоиду вращения. Напряжение R_r соответствует радиальному усилию, Θ_θ – кольцевому, R_z – поперечным силам, Z_z – двустороннему вертикальному усилию обжатия.

В случае $f \to 0$ закон распределения вертикальных напряжений стремится к равномерному, и мы приходим в пределе к асимптотическому решению Янсена–Кенена, справедливому лишь, строго говоря, для идеально гладких стенок.

Обобщим полученные выше решения на случай ёмкости конечной глубины.

В данном случае все искомые напряжения являются функциями уже двух независимых переменных: x, y (или z, r). Точное решение этой задачи дано в [33]. Здесь приведены результаты приближённого решения, полученного в [1], при следующем допущении. Предполагаем, что зависимость между X_x, Y_y, X_y (или $R_r, Z_z, R_z, \Theta_\theta$) в пределах какого-либо одного горизонтального сечения $x = const$ $(z = const)$ остаётся такой же, как и для случая асимптотического решения. Учёт же изменения напряжённого состояния при изменении глубины осуществляется посредством некоторого коэффициента затухания, входящего в каждый из компонентов напряжения.

Принимая во внимание, что $X_x = Y_y \cdot \psi(y)$ или $Z_z = R_r \cdot \psi(r)$, дифференциальное уравнение равновесия элемента $dx \cdot a$ (или $dz \cdot \dfrac{\pi d^2}{4}$) запишется следующим образом:

$$\frac{s_i}{g \cdot \rho} \cdot \frac{dH}{du} + \frac{H}{M_i} - 1 = 0. \tag{23}$$

Здесь u – координата x или z; H – горизонтальное напряжение Y_y или R_r; $M_i - (i = 1{,}2)$ значения величин M для плоской или пространственной осесимметричной задачи, численно равные соответствующим асимптотическим горизонтальным напряжениям;

$$s_1 = \int_{-a/2}^{a/2} \psi(y)dy/a; \;\; s_2 = \int_F \psi(r)dF/F. \tag{24}$$

Здесь, в последнем выражении интеграл берётся по площади F поперечного сечения ёмкости.

Таким образом, s_1 и s_2 есть усреднённые по ширине или по площади ёмкости значения коэффициентов $\psi(y)$ и $\psi(r)$ – коэффициентов пропорциональности между вертикальным и горизонтальным напряжениями.

Решение дифференциального уравнения (23) имеет вид [1]:

$$H = H(u) = M_i \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{g\rho}{M_i s_i} \cdot u\right)\right]. \tag{25}$$

Раскрывая значения M_i и обозначая $\gamma = g \cdot \rho$, запишем развёрнутые выражения напряжений для случаев плоской и круглой ёмкости:

– для плоской ёмкости

$$\begin{aligned}
X_x &= X_x(x,y) = \frac{\gamma a}{2f} \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-2f}{as_1} \cdot x\right)\right] \cdot \psi(y); \\
Y_y &= Y_y(x) = \frac{\gamma a}{2f} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{2f}{as_1} \cdot x\right)\right]; \\
X_y &= X_y(x,y) = \gamma \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{2f}{as_1} \cdot x\right)\right] \cdot y;
\end{aligned} \tag{26}$$

– для круглой ёмкости

$$\begin{aligned}
Z_z &= Z_z(z,r) = \frac{\gamma d}{4f} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{4f}{ds_2} \cdot z\right)\right] \cdot \psi(r); \\
R_r &= R_r(z) = \frac{\gamma d}{4f} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{4f}{ds_2} \cdot z\right)\right]; \\
R_z &= R_z(z,r) = \frac{\gamma}{2} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{4f}{ds_2} \cdot z\right)\right] \cdot r.
\end{aligned} \tag{27}$$

То обстоятельство, что одно из напряжений (Y_y или R_r) является функцией лишь одной координаты (x или z) весьма благоприятно, т.к. позволяет при учёте неустановившегося характера движения свести решение к изучению одномерного движения в координатах x,t (или z,t). Следует подчеркнуть, что напряжения, определяемые формулами (26) и (27), точно удовлетворяют условию предельного равновесия в каждой точке сыпучей среды. Введение коэффициента затухания напряжений не меняет геометрическую картину направлений траекторий главных напряжений и линий скольжения.

В дальнейшем мы введём обозначения для коэффициентов затухания напряжений:

$$E_1(x) = 1 - \exp\left(-\frac{2f}{as_1} \cdot x\right); \;\; E_2(z) = 1 - \exp\left(-\frac{4f}{ds_2} \cdot z\right). \tag{28}$$

При $x = 0, z = 0$ соответственно $E_1(x) = E_2(z) = 0.$

Аналитические выражения коэффициентов s_1 и s_2, которые зависят от величин φ и f, имеют следующий вид [1]:

$$\begin{aligned}
s_1 &= \frac{1}{\cos^2\varphi} \cdot \left[1 + \sin^2\varphi + \sin\varphi \cdot \left(\sqrt{1 - m^2} + \frac{\arcsin m}{m}\right)\right]; \\
s_2 &= \frac{1}{\cos^2\varphi} \cdot \left\{1 + \sin^2\varphi + \frac{4}{3} \cdot \sin\varphi \cdot \frac{\left[1 - (1 - m^2)^{3/2}\right]}{m^2}\right\}.
\end{aligned} \tag{29}$$

Интересно отметить, что наличие неравномерного закона распределения вертикальных напряжений по горизонтальному сечению ёмкости приводит к тому, что в полученном решении коэффициент затухания напряжения $[E_i(u)]$ при прочих равных условиях имеет большее значение, чем таковой, фигурирующий в решении Янсена–Кенена.

Так, например, для круглого силоса значения коэффициентов затухания напряжений:

$$E_2(z) = 1 - \exp\left(-\frac{4f}{ds_2} \cdot z\right), \tag{30}$$

а по Янсену–Кенену:

$$E_0(z) = 1 - \exp\left(-\frac{4fk}{d} \cdot z\right), \ \ k = \mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right). \tag{31}$$

Нетрудно показать, что $\frac{1}{s_2} > k$. Равенство имеет место лишь при $m = 0$, т.е. для гладких стенок силоса. Таким образом, $E_2(z) > E_0(z)$. То же можно сказать и о коэффициенте затухания в случае плоской ёмкости.

Следовательно, в рассматриваемом решении зона увеличения горизонтального давления на стенки ёмкости до величины, практически равной асимптотическому давлению, уменьшается по сравнению с таковой, соответствующей решению Янсена–Кенена. В соответствии с этим горизонтальные давления H, вычисленные по формулам (26), (27), превосходят значения H, найденные по формуле Янсена–Кенена, хотя и имеют тот же асимптотический предел. (Проведенные нами вычисления показали, что для круглых ёмкостей (силосов) значения $H = R_r$, вычисленные в соответствии с (27), могут на 25% превышать значения давлений на стенки, найденные по формуле Янсена–Кенена (при определённом значении φ).

Факт превышения экспериментальных значений горизонтальных давлений на стенки ёмкостей (при второй форме истечения) над соответствующими теоретическими давлениями в 2…3 раза и более неоднократно отмечался многими исследователями (С.Г. Тахтамышев, В.С. Ким, М.С. Бернштейн [32]). Однако полученные здесь и в [1, 34] значения горизонтальных давлений дают максимальное превышение над давлениями по Янсену–Кенену не более, чем на 25%.

Это обстоятельство говорит о том, что решение, основанное на рассмотрении установившегося режима движения, несжимаемой среды и постоянного угла внутреннего трения, не может описать все весьма сложные изменения напряжённого состояния среды, возникающие после открывания затвора ёмкости и начала процесса истечения.

2. Решение задачи о неустановившемся движении сжимаемой сыпучей среды в ёмкости по второй форме истечения при переменном угле внутреннего трения.

Будем рассматривать движение сжимаемой нелинейно-упругой сыпучей среды в вертикальной ёмкости, возникающее под действием собственного веса среды при открывании затвора в нижней части ёмкости. Предполагается, что плотность среды зависит от напряжённого состояния в рассматриваемой точке, т.е. $\rho = \rho(\sigma)$. Для компонентов напряжения принимаются справедливыми асимптотические зависимости, полученные из уравнений равновесия и условия предельного равновесия. Имеем две основные неизвестные функции:

$$\begin{cases} H = H(u,t), \\ v = v(u,t) \end{cases} \tag{32}$$

– нормальное горизонтальное напряжение и модуль вектора скорости. Учёт сжимаемости среды обязывает полагать v функцией не только времени, но и координаты u. Начало координат системы (u, w) совмещаем с поверхностью сыпучего материала в начальный момент времени $t = 0$.

"Вертикальное" напряжение $S(u, w, t)$ выражается через $H(u,t)$ по формуле:

$$S(u,w,t) = H(u,t) \cdot \psi(w), \tag{33}$$

где коэффициент $\psi(w)$ найден из условия предельного равновесия и определяется по формулам, приведенным в п.1. Такой подход позволяет свести эту вторую задачу к исследованию одномерного движения [1]. При решении динамической задачи будем принимать во внимание среднеинтегральное (по сечению) вертикальное напряжение $S = H \cdot s_i$, т.е. составлять динамические условия равновесия для элемента высоты du и площадью F (или шириной a в плоской задаче). Так как в этом случае напряжённое состояние в каждой точке определяется напряжением H: $\sigma = \sigma(H)$, следует вывод, что плотность среды есть функция величины H: $\rho = \rho(H)$. В конечном счёте, ρ является функцией также двух независимых переменных – u и t, т.е. в любой момент времени в пределах одного горизонтального сечения ($u = const$) плотность среды сохраняет постоянную величину.

Случай постоянного угла внутреннего трения сыпучего материала. Вначале проведём решение для неустановившегося режима движения с учётом сжимаемости среды при постоянном угле внутреннего трения φ. Отметим, что учёт переменности угла внутреннего трения является весьма важным моментом в решении задач, связанных с исследованием предельного равновесия сыпучих сред [1]. Причём величина φ существенным образом зависит от изменения плотности среды. Так, например, по данным, приведенным в [35], изменение плотности песка на 4…5% влечёт за собой изменение коэффициента внутреннего трения почти в 2 раза. Будем предполагать, что величина φ, как и плотность среды, определяется напряжённым состоянием в рассматриваемой точке $\varphi = \varphi(\sigma)$ или $\varphi = \varphi(H)$.

Система двух квазилинейных дифференциальных уравнений первого порядка относительно двух неизвестных функций данной задачи: $H(u,t)$ и $v(u,t)$, – имеет следующий вид:

$$\begin{cases} s_i \dfrac{\partial H}{\partial u} + \rho(H) \cdot \left(v \dfrac{\partial v}{\partial u} + \dfrac{\partial v}{\partial t} \right) + T_i H - g\rho(H) = 0; \\ v \dfrac{\partial H}{\partial u} + \dfrac{\partial H}{\partial t} + \dfrac{\rho(H)}{(d\rho / dH)} \cdot \dfrac{\partial v}{\partial u} = 0. \end{cases} \tag{34}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$T_i = \frac{1}{M_i} \cdot g\rho(H), \quad i = \overline{(1,2)}. \tag{35}$$

Для плоской задачи $T_1 = \dfrac{2f}{a}$, а в случае осесимметричной задачи - $T_2 = \dfrac{4f}{d}$. При этом ни s_i, ни T_i не зависят от H.

Детальное решение системы уравнений (34) дано в [1] с использованием метода характеристик и метода конечных разностей и здесь не приведено. Вертикальные напряжения $S(u,w,t)$ находятся по формуле (33).

Случай переменного угла внутреннего трения φ и переменного коэффициента трения сыпучего материала f о стенку ёмкости. В этом случае предполагаем, что величины указанных коэффициентов, как и плотность, являются функциями напряжённого состояния в рассматриваемой точке среды. Таким образом, принимая во внимание среднеинтегральное по сечению вертикальное напряжение $s_i H(u,t)$, можно записать:

$$\varphi = \varphi(H) = \varphi[H(u,t)]; \quad f = f(H) = f[H(u,t)]. \tag{36}$$

Учёт переменности φ и f скажется на приведенном выше решении системы (34) в [1] лишь в том смысле, что коэффициенты первого уравнения системы (34) s_i и T_i будут переменными, а именно будут зависеть от искомой функции H: $s_i = s_i(H) = s_i[H(u,t)]$; $T_i = T_i(H) = T_i[H(u,t)]$.

Действительно:

$$s_1 = s_1(H) = \frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2} \psi(y)dy = \frac{1}{\cos^2\varphi(H)} \cdot \left\{ 1 + \sin^2\varphi(H) + \sin\varphi(H) \cdot \left[\sqrt{1 - m^2(H)} + \frac{\arcsin m(H)}{m(H)} \right] \right\}; \tag{37}$$

$$s_2 = s_2(H) = \frac{1}{F}\int_F \psi(r)dF = \frac{1}{\cos^2\varphi(H)} \cdot \left\{ 1 + \sin^2\varphi(H) + \frac{4}{3}\sin\varphi(H) \cdot \frac{\left[1 - \left(1 - m^2(H)\right)^{3/2}\right]}{m^2(H)} \right\}; \tag{38}$$

$$T_1 = T_1(H) = \frac{2f(H)}{a}; \quad T_2 = T_2(H) = \frac{4f(H)}{d}. \tag{39}$$

Здесь, в (37), (38) принято обозначение: $m(H) = f(H)/[\mathrm{tg}\varphi(H)]$.

Методика решения системы уравнений (34) остаётся в силе, как и в предыдущем случае.

Следует особо остановиться на граничном условии, возникающем в месте перехода цилиндрического бункера в сужающийся – конический бункер (типичная схема выпускного устройства ёмкости, хранящей сыпучий материал). В практике эксплуатации силосов нижняя часть их ёмкости имеет вид суживающейся горловины. Именно в зоне выпуска сыпучего материала (в горловине) происходит бифуркация его состояния, а именно – интенсивное разрыхление, связанное с резким падением коэффициента внутреннего трения. В связи с этим свойства сыпучего материала в этой зоне приближаются к свойствам идеальной жидкости [1]. При мгновенном открывании затвора возникает скачкообразное изменение величины давления в этом сечении, что может привести к образованию распространяющейся волны сильных разрывов. В этом случае решение на волне сильного разрыва может быть получено из динамических условий совместности, а сама волна должна быть принята за линию начальных условий, от которой следует отправляться при построении решения задачи во всей области его существования. Подобные эффекты могут возникнуть и при мгновенном закрывании затвора во время истечения сыпучего из ёмкости (скачки уплотнения). Будем считать, что зависимость плотности от давления для рассматриваемой среды удовлетворяет энергетическому критерию возможности существования волн сильного разрыва при сжатии, данному Х.А. Рахматулиным в [36].

В рамках возможного объёма данной статьи приведём, как пример, алгоритм определения горизонтального давления на стенки вертикальной составляющей ёмкости цилиндрически-конического силоса (именно в месте перехода от цилиндрической поверхности к конической) при мгновенном открывании затвора, находящегося в конце сужающейся горловины (его конической части).

Нижняя часть ёмкости на уровне $u = L$ имеет переход от цилиндрической поверхности к сужающейся конической. Требуется на этом уровне определить величину H_+ при мгновенном открывании затвора. (Знаки в виде индексов внизу означают следующее: "+" – область позади волны сильного разрыва; "-" – область перед волной сильного разрыва). Будем считать при этом, что угол внутреннего трения φ и плотность сыпучего материала ρ являются функциями среднеинтегрального по сечению вертикального давления в данном сечении p, т.е. $\varphi = \varphi(p)$, $\rho = \rho(p)$. Выведем расчётную формулу для определения H_+. Динамические условия совместности имеют вид:

$$\rho\theta \cdot (v_+ - v_-) = s_+ H_+ - s_- H_-; \;\; \rho_+\theta_+ = \rho_-\theta_-, \tag{40}$$

где $\theta -$ скорость распространения волны сильного разрыва. В момент выхода этой волны из сечения $u = L$:

$$p_+ = s_+ H_+ = p_1; p_- = s_- H_- = p_{cm}; v_- = 0; \theta_+ = N(u) - v_+ = -(N + v_+); \theta_- = N(u) - v_- = -N. \tag{41}$$

Здесь $N(u) -$ скорость перемещения волны сильного разрыва. Скорость распространения волны сильного разрыва θ и скорость её перемещения $N(u)$ связаны соотношением:

$$\theta = N(u) - v. \tag{41}$$

(Следует отметить, что скорость перемещения $N(u) -$ функция непрерывная. Скачки скорости распространения волны θ обусловлены именно наличием скачков функции v. Введём для удобства следующее обозначение модуля вектора скорости перемещения волны сильного разрыва: $N = |N(u)|$). В (41) значение p_{cm} находим из статического расчёта. Граничное условие при $u = L$ имеет вид:

$$p_1 + \rho_0 gh + 0{,}5\rho_0 {v_1}^2 = p_2 + 0{,}5\rho_0 {v_2}^2, \tag{42}$$

где $p_1 = p_+; p_2 = 0; \Omega_1 v_1 = \Omega_2 v_2; v_1 = v_+$. Здесь $\rho_0 -$ средняя плотность сыпучего материала на участке $u \in [L,\ L+h]$, $h -$ высота сужающейся конической части силоса, $\Omega_{1,2} -$ площадь поперечного сечения силоса/потока сыпучего тела при $u = L$ и $u = L + h$, соответственно.

Тогда система трёх уравнений с тремя неизвестными функциями N, v_+, p_+ может быть записана в форме:

$$\begin{cases} N\rho_- v_+ = p_- - p_+; \;\; N\rho_- = (N + v_+)\rho_+; \\ p_+ = \mu \cdot \dfrac{\rho_0}{2} {v_+}^2 - g\rho_0 h, \end{cases} \tag{43}$$

где $\mu = \left(\dfrac{\Omega_1}{\Omega_2}\right)^2 - 1.$ Из первого уравнения (43) имеем:

$$N = \frac{p_- - p_+}{\rho_- v_+}. \tag{44}$$

Подставляя (44) во второе уравнение (43), найдём:

$$ {v_+}^2 = (p_- - p_+) \cdot \left(\frac{1}{\rho_+} - \frac{1}{\rho_-}\right). \tag{45}$$

Вводя (45) в третье уравнение (43), получим:

$$p_+ = \mu \cdot \frac{\rho_0}{2} \cdot (p_- - p_+) \cdot \left(\frac{1}{\rho_+} - \frac{1}{\rho_-} \right) - g\rho_0 h, \tag{46}$$

или после некоторых преобразований:

$$\frac{\mu}{2} \cdot (p_- - p_+) \cdot \left(\frac{1}{\gamma_+} - \frac{1}{\gamma_-} \right) \cdot \gamma_0 - p_+ - \gamma_0 h = 0. \tag{47}$$

В (47) $\gamma_+ = g\rho_+ = g\rho(p_+); \gamma_- = g\rho_- = g\rho(p_-); \gamma_0 = g\rho_0$. Значение ρ_0 может быть определено по формуле:

$$\rho_0 = 0{,}5 \cdot (\rho(0) + \rho(p_+)). \tag{48}$$

Величина $p_- = p_{cm}$ определяется на основании статического расчёта методом конечных разностей [1].

Таким образом, уравнение (47) содержит одну неизвестную величину p_+, определяющую искомое значение H_+.

Следует подчеркнуть, что (47) является основным расчётным уравнением при исследовании явлений, сопутствующих мгновенному открыванию затворов ёмкостей. Оно либо непосредственно определяет искомое значение H_+, если последнее ищется в сечении $u = L$ (в месте образования и выхода волны сильного разрыва), либо определяет начальное значение H_+, на основании которого находится решение на перемещающейся волне сильного разрыва, если значение H_+ ищется в промежуточной точке по высоте ёмкости (силоса).

При расчётах по формуле (47) необходимо знать наперёд зависимости $\varphi(p)$ и $\gamma(p)$. Зависимость $\gamma(p)$ характеризуется зоной интенсивного уплотнения (разрыхления) сыпучего материала, а зоне уплотнения (разрыхления) среды соответствует в зависимости $\varphi(p)$ зона интенсивного повышения (понижения) угла внутреннего трения (т.е. происходит бифуркация внутренних физических свойств сыпучего материала).

Горизонтальное давление на стенку ёмкости (силоса) на уровне $u = L$ в момент открытия затвора определяется по формуле:

$$H_+ = p_+ / s_+. \tag{49}$$

Величина коэффициента увеличения бокового давления находится из соотношения:

$$k = H_+ / H_-. \tag{50}$$

Скорость перемещения волны сильного разрыва N в момент выхода её из сечения $u = L$ рассчитывается по формуле:

$$N = \sqrt{\frac{\rho_+}{\rho_-} \cdot \frac{(p_- - p_+)}{(\rho_- - \rho_+)}}. \tag{51}$$

При определении k, как правило, максимальное значение последнего (по высоте ёмкости/силоса) имеет место в том сечении, где $p_{cm} = p_-$ соответствует зоне интенсивного разрыхления сыпучего материала (зависимость $\gamma(p)$). Мы здесь условно приняли, что эта зона соответствует сечению $u = L$. (Вообще говоря, максимальное увеличение бокового давления может иметь место и в промежуточных сечениях по высоте ёмкости (силоса/бункера)).

По нашему мнению, **необходимо осуществлять постоянный мониторинг p_{cm} в зоне $u = L$ для определения (по известной наперёд для конкретного сыпучего материала зависимости $\gamma(p)$) момента, когда удельный вес материала (или его плотность) достигает критической величины, соответствующей зоне его интенсивного уплотнения (разрыхления), с целью предотвращения возникновения волн сильного разрыва при открывании (закрытии) выпускного затвора. Для этой цели можно использовать средства современной мехатроники (датчики) и своевременно задействовать специальные сводоразрушающие устройства (основанные на принципах вибрационного воздействия на материал через стенку силоса [30]), позволяющие существенно уменьшить величину бокового давления в опасных сечениях ($u \approx L$) оболочки ёмкости (силоса/бункера).**

3. Модели неравновесной механики в анализе общих закономерностей адаптации и управления сводоразрушающими устройствами при выгрузке сыпучих материалов из глубоких бункеров.

С развитием нового направления фундаментальной науки – неравновесной механики – появилась возможность разработки адаптивных средств механизации. В основе этого направления заложено представление о движении вообще, как о любом процессе расхода или накопления энергии в физических системах, а также как о процессе перехода энергии из одного вида в другой [37, 38]. В замкнутой системе полная энергия сохраняется, происходит лишь переход кинетической энергии в потенциальную энергию и обратно. Для открытой системы важным является баланс притока энергии извне и её отток наружу. Эта система способна проявлять постоянную устойчивость в неустойчивом мире за счёт специальных актов: поглощения энергии извне или отдачи её. Когда баланс потока энергии изменяется, открытая система реагирует изменением ансамбля своих функций. А это, в свою очередь, обязательно означает изменение её структуры. Поэтому структура открытой системы претерпевает изменения гораздо чаще, и сами эти изменения гораздо разнообразнее, чем у замкнутых систем.

Многообразие изменений структуры открытой системы принято называть адаптацией, т.е. система "адаптируется" между устойчивыми траекториями. Изменение в структуре системы выражается через энергию, и изменение структуры физической системы означает изменение её потенциальной энергии, а вместе с ней и формы действия.

В наиболее распространённом определении устойчивость природной системы – это её способность сохранять свою структуру и характер функционирования в пространстве и во времени при изменяющихся условиях среды. Следует отметить и существенное влияние самой структуры или внутренних системообразующих факторов на её устойчивое функционирование в составе систем более высокого уровня [39].

Профессор Беспамятнова Н.М. [40] разработала теоретические основы решения адаптационных задач. В их основу положены теория управления системами и теория параметрически возбуждаемых систем при наложении на решения уравнений местных ограничений в виде агротехнического допуска на исследуемый процесс, что позволяет определить целенаправленность изменения структуры системы, допустимые частотные интервалы и вид необходимых управляющих воздействий на них. Технологические процессы при этом могут быть представлены как результат взаимодействия открытых распределённых систем и являются колебательными процессами (в широком смысле) со взаимным переходом энергии из одной системы в другую: "условие функционирования – среда – машина".

Изменения структуры, состояния сыпучего (зернового) материала при истечении его из силоса (бункера), имеющего адаптационный характер, удобнее всего, с нашей точки зрения, рассматривать с позиций теории синергетики [41].

Относительно проблемы, рассматриваемой в данном исследовании, можно утверждать следующее. В ходе взаимодействия сводоразрушающего устройства с сыпучим (зерновым) материалом происходит обмен энергией и информацией между изначальной направленностью потока истечения сыпучего (зернового) материала и задаваемой сводоразрушающим устройством направленностью. В таком взаимодействии порождается неравновесная устойчивость системы "сводоразрушающее устройство – сыпучий (зерновой) материал", структурные компоненты которой, несмотря на неравенство весовых вкладов, обеспечивают стабильное истечение потока сыпучего (зернового) материала после воздействия на него сводоразрушающего устройства. В результате взаимодействия технической, исполнительной системы (сводоразрушающего устройства) с открытой системой (зерновым материалом) возникает новая структура и составляющие её функционирования [42].

В качестве критерия оптимизации целенаправленного изменения в структуре технической системы используем принцип термодинамики, в частности, явление энтропии при обмене энергией и информацией в процессе взаимодействия рабочих органов с сыпучим (зерновым) материалом, при котором обеспечивается неравновесная устойчивость системы. При взаимодействии с сыпучим (зерновым) материалом необходимо целенаправленно изменять степень её (системы) упорядоченности, т.е. сообщать потокам сыпучего (зернового) материала движение с необходимым числом степеней свободы, что и является механизмом адаптации к заданным условиям.

Отсюда вытекает необходимость установить более удобный вид управляющего воздействия сводоразрушающих устройств на истекающий из бункера сыпучий (зерновой) материал.

Для получения равномерного истечения зернового материала из глубокого осесимметричного силоса (бункера) необходимо определить существующие для сыпучих (зерновых) материалов зоны устойчивости их истечения, обеспечить точку неустойчивого фокуса в системе и выбрать режим её работы на границе устойчивости, который обеспечивается следующим соотношением частоты колебаний сводоразрушающего устройства (ω_λ) и собственной частоты колебаний истекающего сыпучего (зернового) материала (ω_0) [40]:

$$\tilde{m} = \frac{4\omega_\lambda / k}{\left(\omega_\lambda^2 / k^2 - 4 - \omega_\lambda^2 / \omega_0^2\right)} > \frac{2\omega_\lambda^2}{\omega_0^2}, \;\; при \;\; k = 1c^{-1}, \tag{52}$$

где $\tilde{m}$ – критерий движения потока сыпучего (зернового) материала.

По данной зависимости (52) следует построить график устойчивости возмущённого движения зернового материала из силоса/бункера под воздействием частоты колебаний сводоразрушающего устройства, установленного в нём. Величину ω_0 можно найти из соотношения:

$$\omega_0 = \frac{\Omega_1}{\Omega_2 \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right)^2 - 1}}. \qquad (53)$$

На указанном выше графике появляются характерные зоны, в которые попадает критерий движения потока сыпучего (зернового) материала ($\tilde{m}$) в зависимости от соотношения $2\omega_\lambda^2 / \omega_0^2$. Затем устанавливается центр вариационной системы (особая точка), соответствующий цели исследуемого процесса ($z = 0$).

При совпадении частот колебаний ω_λ и ω_0 для особой точки возникает резонанс, а вокруг него – биение. Если ограничить биение особой точки определёнными значениями, то станет возможным управление исследуемым процессом.

Таким образом, если уподобить особую точку (центр бифуркации) средним значением заданного процесса истечения сыпучего (зернового) материала из силоса (бункера), то ограничение биения вокруг особой точки возможно задавать (агро-) техническими требованиями. Нахождение соответствующего взаимодействия частот $\omega_\lambda / \omega_0$ и позволит задавать режим работы сводоразрушающего устройства.

Проведенный компьютерный анализ графика устойчивости возмущённого движения сыпучего (зернового) материала из силоса/бункера под воздействием частоты колебаний сводоразрушающего устройства показал, что нестационарные колебания ($z = 0$) истечения сыпучего (зернового) материала из глубокого силоса (бункера) могут иметь три зоны возможного истечения в зависимости от соотношений возбуждающей ω_λ и возбуждаемой ω_0 частот колебаний системы [43].

1. ***Зона $\tilde{m} < (-2\omega_\lambda^2 / \omega_0^2)$ наиболее вероятного образования статически устойчивых сводов.***

Возмущающая частота сводоразрушающего устройства не превышает собственную частоту потока истечения сыпучего (зернового) материала ω_0.

2. ***Зона $\left(-2\omega_\lambda^2 / \omega_0^2\right) < \tilde{m} < \left(2\omega_\lambda^2 / \omega_0^2\right)$ возможного уплотнения истекающего из силоса (бункера) сыпучего (зернового) материала.***

При этом в идеале в силу самой природы действия вибрации на обрабатываемую среду может наступить момент, когда полностью прекратится истечение сыпучего (зернового) материала из выпускного отверстия силоса (бункера). В этом случае сводоразрушающее устройство не разрыхляет, а уплотняет истекающий сыпучий материал. Это зона невосприимчивости сыпучего (зернового) материала к внешнему воздействию.

3. ***Зона $\tilde{m} > \left(2\omega_\lambda^2 / \omega_0^2\right)$ неустойчивого состояния между частотой сводоразрушающего устройства ω_λ и потока истекающего сыпучего (зернового) материала ω_0.***

При этом возможен вариант частот, когда появление и разрушение динамических сводов в сыпучем (зерновом) материале имеет постоянный характер, что способствует равномерному истечению его из силоса (бункера). Наблюдается это на границе устойчивости системы.

Однако не следует забывать (!), что с увеличением частоты пульсации сыпучего (зернового) материала дозирующая способность силоса/бункера повышается, но при этом чрезмерное увеличение частоты пульсации отрицательно сказывается на сроке службы самой ёмкости хранения материала. Стенки ёмкости испытывают повышенные динамические знакопеременные нагрузки, приводящие к усталости материала стен и к последующему его разрушению [44].

С целью выбора оптимума между равномерностью истечения сыпучего (зернового) материала и давлениями, действующими в бункере, внутри него устанавливается сводоразрушающее устройство с регламентированными характеристиками (которые, в свою очередь, постоянно контролируются (осуществляется непрерывный мониторинг) средствами мехатроники).

Равномерное истечение разных видов сыпучих (зерновых) материалов из глубоких силосов/бункеров возможно только на границе устойчивости системы между зоной 2 ($\left(-2\omega_\lambda^2 / \omega_0^2\right) < \tilde{m} < \left(2\omega_\lambda^2 / \omega_0^2\right)$) и зоной 3 ($\tilde{m} > \left(2\omega_\lambda^2 / \omega_0^2\right)$), т.е. в зарезонансной зоне.

При этом с увеличением собственной частоты колебаний истекающего из силоса/бункера потока сыпучего (зернового) материала ω_0 зона возможного уплотнения материала сужается, а границы устойчивого состояния системы становятся более пологими, вследствие чего происходит смещение точки неустойчивого фокуса системы, т.е. частотные уровни рабочих процессов сводоразрушающего устройства возрастают. Пребывание в зоне неустойчивого состояния системы увеличивается. Это характерно для любого сыпучего (зернового) материала.

Выводы

1. Обоснована физико-механическая модель истечения сыпучих материалов из глубоких бункеров и силосов по второй форме, позволяющая установить основные закономерности этого истечения, а также основные характеристики потока материала из ёмкости хранения при его выгрузке.
2. Предложена система мониторинга основных характеристик истекающего материала, позволяющая избегать образований внутри ёмкости сводов, препятствующих выгрузке из неё хранящегося материала. Эта система может функционировать на основе специальных датчиков и аппаратурного обеспечения современной мехатроники.
3. Создание управляемых адаптивных сводоразрушающих устройств с регламентированными характеристиками возможно при определении оптимального диапазона частоты их режимов на основе взаимодействия частот истечения реальных сыпучих (зерновых) материалов и сводоразрушающих устройств. Для этого необходимо определить реальные диапазоны частот колебаний сводоразрушающих устройств ω_λ , их попадания в характерные зоны, возможные собственные частоты ω_0 стабильного истечения сыпучих (зерновых) материалов из силосов/бункеров, их соотношения и задаваемые на их основе режимы работы сводоразрушающих устройств, частоты их вибрации.
4. Полученные в данном исследовании результаты могут быть в дальнейшем использованы для уточнения и совершенствования инженерных методов расчёта сводоразрушающих устройств, используемых для непрерывного (плавного) истечения (выгрузки) сыпучих (зерновых) материалов из глубоких силосов/бункеров как на стадиях их проектирования/конструирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

Список использованной литературы

1. Гениев Г.А. Вопросы динамики сыпучей среды / Г.А. Гениев. // ЦНИИСК. Научное сообщение. Вып. 3. – М.: Госстройиздат, 1958. – 123 с.
2. Гячев Л.В. Движение сыпучих материалов в трубах и бункерах / Л.В. Гячев. – М.: Машиностроение, 1968. – 184 с.
3. Janssen H.A. Versuche uber Getreidedruck in Silozellen (Tests on Grain Pressure Silos) / H.A. Janssen // Z.d. VDI. – 1895. – B. XXXIX. –№ 35. – P. 1045-1049.
4. Фрид М. Результаты опытов давления зерна на дно и стены глубоких сосудов / М. Фрид // Журнал МПС. – 1890. – Апрель-май. – С. 921-933.
5. Делакроа А.Е. Опыт непосредственного определения давления зерна в закромах элеваторов / А.Е. Делакроа //Журнал МПС. – 1894. – Кн. 3. – С. 280-290.
6. Шумский Д.В. Давление зерна на дно и стены закромов / Д.В. Шумский // Советское мукомолье и хлебопечение. – 1929. – №1. – С. 7-13; №2. – С. 81-89.
7. Колычев В.И. Зернохранилища и элеваторы / В.И. Колычев. – М.-Л.: Сельхозгиз, 1932. – 580 с.
8. Гутьяр Е.М. Распределение давления на стенки силосной башни / Е.М. Гутьяр // Труды Московского автодорожного института. – 1935. – №2. – С. 182-184.
9. Сорокин Н.В. Обобщение формулы Янсена для силосов, наполненных разнородными материалами / Н.В. Сорокин//Советское мукомолье и хлебопечение. – 1934. – №3. – С. 16-17.
10. Сорокин Н.В. Давление сыпучих тел на стены и дно силосов переменного сечения / Н.В. Сорокин // Советское мукомолье и хлебопечение. – 1935. - №4. – С. 17-20.
11. Сорокин Н.В. Давление вытекающего зерна на стены и дно силосов / Н.В. Сорокин // Советское мукомолье и хлебопечение. – 1936. – №2. – С. 23-26.
12. Jenkin C.F. The Pressure Exerted by Granular Material: an Application of the Principles of Dilatancy / C.F. Jenkin // Proceedings of Royal Society of London. Ser. A. – 1931. – Vol. 131. – P. 53-89.
13. Зенков Р.Л. Механика насыпных грузов / Р.Л. Зенков. – М.: Машиностроение, 1964. – 251 с.
14. Тадмор З. Теоретические основы переработки полимеров /З. Тадмор, К. Гогос. – М.: Химия, 1984. – 632 с.
15. Walker D.M. An Approximate Theory for Pressures and Arching in Hoppers / D.M. Walker // Chem. Eng. Sci. – 1966. – Vol. 21. – P. 975-997.
16. Jenike A.W. Gravity Flow of Bulk Solids/A.W. Jenike//Bulletin of the Utah Engineering Experimental Station. - University of Utah, Salt Lake City, 1961. – No. 108.
17. Bransby P.L. Wall Stresses in Mass-Flow Bunkers / P.L. Bransby, P.M. Blair-Fish // Chem. Eng. Sci. – 1974. – Vol. 29. – P. 1061-1074.

18. Циборовский Я. Свободное истечение сыпучего материала через отверстие в конусном днище сосуда / Я. Цибровский, М. Бондзыньски // Инженерно-физический журнал. – Минск, 1963. – Т. VI. – Вып. 7. – С. 26-35.
19. Покровский Г.И. Об истечении сыпучих тел / Г.И. Покровский, А.И. Арефьев // Журнал технической физики. – 1937. – Т. VII. – Вып. 4. – С. 424-427.
20. Линчевский И.П. К вопросу об истечении сыпучих тел / И.П. Линчевский // Журнал технической физики. – 1939. – Т. IX. – Вып. 4. – С. 343-347.
21. Платонов П.Н. Пропускная способность выпускных отверстий силосов и бункеров / П.Н. Платонов, Е.А. Банит // Мукомольно-элеваторная промышленность. – 1958. – №8. – С. 28-30.
22. Johanson J.R. Feeding / J.R. Johanson // Chem. Eng. – 1969. – October 13. – P. 75-82.
23. Brown R.L. Principles of Powder Mechanics / R.L. Brown, J.C. Richards. – Oxford: Pergamon Press, 1970. – 236 p.
24. Richmond O. Limiting Spans for Arching of Bulk Material in Vertical Channels /O. Richmond, G.C. Gardner // Chem. Eng. Sci. – 1962. – Vol. 17. – P. 1071-1078.
25. Richmond O. Gravity Hopper Design / O. Richmond // Mech. Eng. – 1963. – January. – P. 46-49.
26. Brown R.L. The Internal Flow of Granular Masses / R.L. Brown, P.G. Hawksley // Fuel. – 1947. – Vol. 26. – P. 171.
27. Lee J. An Experimental Study of the Kinematics of Flow Through Hoppers / J. Lee, S.C. Cowin, J.S. Templeton // Trans. Soc. Rheol. – 1974. – Vol. 18. – P. 247-269.
28. Levinson M. Displacement Velocity Fields in Hoppers / M. Levinson, B. Shmutter, W. Resnick // Powder Technol. – 1977. – Vol. 16. – P. 29-43.
29. Butterfield R.A Stereophotogrammetric Method of Measuring Displacement Fields / R. Butterfield, R.M. Harkness, K.Z. Andrews // Geotechnique. – 1970. – Vol. 8. – P. 308.
30. Анибаев С.М. Об истечении сыпучего материала из щелевого бункера при вибрации одной из наклонных стенок / С.М. Анибаев, Семипалатинский технолог. ин-т мясной и молочной пром-ти, 1990. – Рукопись деп. в Казахском НИИНТИККИ, Алма-Ата, 1990. – № 9. – 106173. – 7 с.
31. Добровольская С.Г. Общие закономерности адаптации и управления сводоразрушающими устройствами при выгрузке зерновых материалов из глубоких бункеров / С.Г. Добровольская // Хранение и переработка зерна. – 2015. – №1 (190). – С. 33-36.
32. Бернштейн М.С. Форма истечения и давления зерна в силосах / М.С. Бернштейн // Сб. статей "Исследовательские работы по инженерным конструкциям" / Под ред. В.В. Бургмана. – М.: Стройиздат, 1949. – Вып. II. – С. 139-168.
33. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды / В.В. Соколовский. – М.: Гостехиздат, 1954. – 213 с.
34. Гениев Г.А. Теория установившегося движения сыпучей среды / Г.А. Гениев // Сб. "Исследование прочности, пластичности и ползучести строительных материалов". – М.: Гос. Изд-во л-ры по строительству и архитектуре, 1955. – 114 с.
35. Бернштейн М.С. О статических свойствах несвязного сыпучего тела в предельном равновесии / М.С. Бернштейн, А.Г. Иммерман // Сб. Исследования, "Массивные и стержневые конструкции". – М.: Гос. изд-во по строительству и архитектуре, 1952. – 321 с.
36. Рахматулин Х.А. О распространении плоских волн в упругой среде при нелинейной зависимости напряжений от деформации / Х.А. Рахматулин // Учёные записки МГУ. – 1951. – Вып. 152.
37. Берталанфи Л. Общая теория систем – критический обзор / Л. Берталанфи // Исследования по общей теории систем. – М.: Прогресс, 1969. – С. 23-82.
38. Дубошин Г.Н. Основы теории устойчивости движения / Г.Н. Дубошин. – М.: Изд-во МГУ, 1952. – 97 с.
39. Курдюмов С.П. Самоорганизация сложных систем / С.П. Курдюмов // Экология и жизнь. – 2001. – № 5. – С. 42-45.
40. Беспамятнова Н.М. Научно-методические основы адаптации почвообрабатывающих машин / Н.М. Беспамятнова. – Ростов-на-Дону: Тера, 2002. – 175 с.
41. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен. – М.: Мир, 1980. – 405 с.
42. Добровольская С.Г. Методология синтеза адаптивных сводоразрушающих устройств, установленных в глубоких осесимметричных бункерах (силосах) / С.Г. Добровольская // Технология и механизация животноводства. – Зерноград, 2002. – Вып. 1. – С. 74-76.
43. Добровольская С.Г. Теоретические расчёты по условиям устойчивого истечения разных видов зернового, сыпучего материала из глубокого бункера / С.Г. Добровольская // Научная молодёжь – агропромышленному комплексу. – Зерноград, 2003. – С. 84-89.
44. Добровольская С.Г. Динамические нагрузки, действующие в сыпучем теле при его движении в глубоких ёмкостях / С.Г. Добровольская // Механика дискретных сред. – Зерноград, 2002. – С. 29-34.