

УДК.539.3

Р.С. МУСИЙ^{1,2}, Х.Т. ДРОГОМИРЕЦЬКА¹, О.Г. ОРИЩИН¹,
Б.Й. БАНДИРСЬКИЙ¹, Л.В. ГОШКО¹¹Національний університет "Львівська політехніка"²Львівський медичний інститут**ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ЦИЛІНДРА ЗА
ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ДІЇ В РЕЖИМІ ЗГАСНОЇ СИНУСОЇДИ ЗА ВРАХУВАННЯ
ПРОЦЕСУ ТЕРМОПРУЖНОГО РОЗСІЮВАННЯ ЕНЕРГІЇ**

Сформульовано зв'язану динамічну задачу термомеханіки для довгого електропровідного порожнистого циліндра за однорідної нестационарної електромагнітної дії. Вихідна система рівнянь задачі складається зі співвідношень Максвелла та рівнянь зв'язаної задачі термопружності для розглядуваного циліндра. Для побудови розв'язків сформульованих початково-крайових задач визначальні функції (осьову компоненту вектора напруженості магнітного поля, температуру та радіальну компоненту вектора переміщень) апроксимуємо кубічними поліномами по радіальній змінній. З використанням даної методики отримано розв'язок розглядуваної задачі термомеханіки за однорідної імпульсної електромагнітної дії в режимі згасної синусоїди. Приведено результати комп'ютерного аналізу отриманого розв'язку даної задачі термомеханіки для розглядуваного циліндра за відповідних його геометричних параметрів та часових параметрів даної електромагнітної дії. Дослідження термомеханічної поведінки розглядуваного циліндра показали, що максимальні значення температури і складників всіх компонент тензора динамічних напружень, зумовлених джоулевим теплом і пондеромоторною силою, як за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, так і без врахування цього процесу, за вибраної електромагнітної дії практично співпадають.

Ключові слова: електропровідний порожнистий циліндр, електромагнітна дія в режимі згасної синусоїди, термонапружений стан, термопружне розсіювання енергії.

Р.С. МУСИЙ^{1,2}, Х.Т. ДРОГОМИРЕЦКАЯ¹, О.Г. ОРИЩИН¹, Б.Й. БАНДЫРСКИЙ¹, Л.В. ГОШКО¹¹Национальный университет "Львовская политехника"²Львовский медицинский институт**ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОГО ЦИЛИНДРА ПРИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ В РЕЖИМЕ ЗАТУХАЮЩЕЙ СИНУСОИДЫ ПРИ
УЧЕТЕ ПРОЦЕССА ТЕРМОУПРУГОГО РАССЕИВАНИЯ ЭНЕРГИИ**

Сформулировано связанную динамическую задачу термомеханики для длинного электропроводного полого цилиндра при однородном нестационарном электромагнитном воздействии. Исходная система уравнений задачи состоит из соотношений Максвелла и уравнений связанной задачи термоупругости для рассматриваемого цилиндра. Для построения решений сформулированных начально-краевых задач определяющие функции (осьевую компоненту вектора напряженности магнитного поля, температуру и радиальную компоненту вектора перемещений) аппроксимируем кубическими полиномами по радиальной переменной. С использованием данной методики получено решение рассматриваемой задачи термомеханики при однородном импульсном электромагнитном воздействии в режиме затухающей синусоиды. Приведены результаты компьютерного анализа полученного решения данной задачи термомеханики для рассматриваемого цилиндра при соответствующих его геометрических параметрах и временных параметрах данного электромагнитного воздействия. Исследования термомеханического поведения рассматриваемого цилиндра показали, что максимальные значения температуры и составляющих всех компонент тензора динамических напряжений, обусловленных джоулевым теплом и пондеромоторной силой, как при учете процесса термоупругого рассеивания энергии, так и без учета этого процесса, при выбранном электромагнитном воздействии практически совпадают.

Ключевые слова: электропроводный полый цилиндр, электромагнитное воздействие в режиме затухающей синусоиды, термонапряженное состояние, термоупругое рассеивание энергии

R.S. MUSIY^{1,2}, H.T. DROHOMYRETSKA¹, O.H.ORYSHCHYN¹, B.Y. BANDYRSKIY¹, L.V. GOSHKO¹¹Lviv Polytechnic National University²Lviv Medical Institute

THERMOSTRESSED STATE OF ELECTROCONDUCTIVE CYLINDER UNDER THE ELECTROMAGNETIC ACTION IN THE DAMPED SINUSOID REGIME TAKING INTO ACCOUNT THE THERMOELASTIC ENERGY DISSIPATION PROCESS

The connected dynamic flat axisymmetric problem of thermomechanics for a long hollow electroconductive cylinder under a homogeneous non-stationary electromagnetic action is formulated. The initial system of equations of this problem consists of Maxwell's relations and the relations of a connected thermoelectricity problem for the considered cylinder. Accordingly, the mathematical calculation model of this thermomechanical problem consists of two stages. In the first stage, from the equation of electrodynamics, the axial component of the magnetic field stress vector is determined and the corresponding expressions for the specific densities of Joule heat dissipation and the volume ponderomotive force for which the radial component is different from zero are obtained. In the second stage, from the system of two interconnected equations of the problem of thermoelasticity, the temperature and the radial component of the displacement vector, as well as the corresponding radial, circle and axial components of the tensor of dynamic stresses are obtained. In order to construct solutions of the formulated initial-boundary value problems, the determining functions (the axial component of the magnetic field stress vector, the temperature, and the radial component of the displacement vector) are approximated by cubic polynomials in the radial variable. This makes it possible to reduce the initial-boundary value problem for determining functions to the corresponding Cauchy problems only with respect to the time variable for the integral characteristics of these functions. Using this technique, we obtain the solution of the considered problem of thermomechanics under a homogeneous pulsed electromagnetic action in the regime of the damped sinusoid. The results of the computer analysis of the obtained solution of the given problem for an electroconductive hollow cylinder, made of stainless steel according to its corresponding geometrical parameters and time parameters of this electromagnetic action, duration of one hundred microseconds, are given. The investigations of the thermomechanical behavior of the considered cylinder demonstrated that the maximum values of temperature and constituents of all components of the dynamic stress tensor caused by joule heat and ponderomotor force, both taking into account the process of thermoelastic energy dissipation and without taking into account this process, practically coincide for the duration of electromagnetic action, which does not exceed 100 milliseconds. This makes it possible to determine the thermostressed state of the considered cylinder under the electromagnetic action in the regime of the damped sinusoid in the formulation of an unconnected problem of thermomechanics, which greatly simplifies the obtaining of the solution of the problem and its computer analysis.

Keywords: hollow electroconductive cylinder, electromagnetic action in the damped sinusoid regime, thermostressed state, thermoelastic energy dissipation.

Постановка проблеми

У сучасних технологіях імпульсної обробки матеріалів широко використовують імпульсні електромагнітні поля (ІЕМП) різних типів [1], зокрема, в режимі згасної синусоїди (РЗС) [2]. Такі поля з максимальним значенням напруженості магнітного поля $H_{0\max} \approx 10^7$ А/м створюють з допомогою конденсаторно-соленоїдальних систем [3] і використовують для імпульсної обробки електропровідних елементів конструкцій, зокрема, трубчастих. Трубчасті елементи моделюють порожнистим циліндром. У цих елементах за дії ІЕМП виникають об'ємні нестационарні джерела джоулевого тепла Q і пондеромоторні сили \vec{F} , які зумовлюють виникнення нестационарних температурного поля T і поля механічних переміщень \vec{U} . Вказані поля в загальному випадку є взаємопов'язані. Ці поля створюють відповідний термонапружений стан (ТНС) циліндра. Для прогнозування і оцінки ТНС необхідно дослідити вплив процесу термопружного розсіювання енергії на величину і характер зміни в часі температури і напружень у порожнистому електропровідному циліндрі за дії ІЕМП.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В літературі [4] наведено дослідження ТНС порожнистого циліндра за дії теплового удару з урахуванням процесу термопружного розсіювання енергії. Відомі [5, 6] дослідження ТНС електропровідного шару з плоскпаралельними межами за індукційного нагріву усталеним ЕМП та за дії імпульсного ЕМП за врахування процесу термопружного розсіювання енергії. У роботах [7, 8] вивчено вплив дії електромагнітного імпульсу на ТНС електропровідного порожнистого циліндра за врахування процесу термопружного розсіювання енергії і без врахування. Проте вплив ІЕМП в РЗС на термомеханічну поведінку порожнистого циліндра за врахування процесу термопружного розсіювання енергії не вивчений.

Мета дослідження

Основною метою даної роботи є дослідження термомеханічної поведінки електропровідного порожнистого циліндра за електромагнітної дії в РЗС за врахування процесу термопружного розсіювання енергії і без такого врахування.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо довгий порожнистий електропровідний циліндр, віднесений до циліндричної системи координат (r, φ, z) , вісь Oz якої співпадає з віссю симетрії циліндра. Матеріал циліндра однорідний, ізотропний і неферомагнітний, а його фізико-механічні характеристики є сталими.

Циліндр знаходиться за дії нестационарного ЕМП, яке задається значеннями осової компоненти H_z вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}(r, t)$ на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_1$ поверхнях циліндра:

$$H_z(r_0, t) = H_z^-(t), \quad H_z(r_1, t) = H_z^+(t). \quad (1)$$

Тут $H_z^\pm(t)$ - задані функції часу t . Поверхні циліндра $r = r_0$ і $r = r_1$ теплоізовані і вільні від силового навантаження.

За таких умов розрахункова модель визначення термонапруженого стану циліндра складається з двох етапів [4, 5]: на першому етапі з рівнянь електродинаміки визначається вектор напруженості магнітного поля \vec{H} в циліндрі та зумовлені ним джоулеві тепловиділення Q і пондеромоторні сили \vec{F} ; на другому - з рівнянь зв'язаної динамічної задачі термопружності визначаються температурне поле T і радіальна компонента $U_r(r, t)$ вектора переміщень $\vec{U} = \{U_r(r, t); 0; 0\}$ та відповідні компоненти σ_{jj} ($j = r, \varphi, z$) тензора напружень $\hat{\sigma}$.

Відмінну від нуля осову компоненту $H_z(r, t)$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H} = \{0; 0; H_z(r, t)\}$ на основі співвідношень Максвелла визначаємо з рівняння:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} - \sigma \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

за граничної умови (1) та нульової початкової умови:

$$H_z(r, 0) = 0. \quad (3)$$

Тут σ - коефіцієнт електропровідності, μ - магнітна проникливість матеріалу циліндра.

За знайденою функцією $H_z(r, t)$ питомі густини джоулевих тепловиділень $Q(r, t)$ та пондеромоторної сили $\vec{F} = \{F_r(r, t); 0; 0\}$ подаються співвідношеннями:

$$Q = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} \right)^2, \quad F_r = -\mu H_z \frac{\partial H_z}{\partial r}. \quad (4)$$

Температуру $T(r, t)$ і радіальну компоненту $U_r(r, t)$ вектора переміщень знаходимо зі системи рівнянь зв'язаної динамічної задачі термопружності для циліндра [8, 9]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1 + \varepsilon_*}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} - \varepsilon_* \frac{1 + 2\nu}{\kappa \alpha E} \frac{\partial^2 U_r}{\partial t \partial r} = -\frac{1}{\lambda} Q,$$

$$\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_r}{r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} = \alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E(1 - \nu)} F_r. \quad (5)$$

Тут κ , λ , ν , α - коефіцієнти температуро- і теплопровідності, Пуассона, лінійного теплового розширення, E - модуль Юнга, ρ - густина матеріалу циліндра; $c = \sqrt{E(1 - \nu) / (\rho(1 + \nu)(1 - 2\nu))}$ - швидкість пружної хвилі розширення; ε_* - параметр, що характеризує зв'язаність полів деформації та температури.

Систему (5) розв'язуємо за граничних умов:

$$\frac{\partial T(r_0, t)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T(r_1, t)}{\partial r} = 0, \quad (6)$$

теплоізоляції поверхонь $r = r_0$ і $r = r_1$ та умов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_r(r_0,t)}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{U_r(r_0,t)}{r_0} &= \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} T(r_0,t), \\ \frac{\partial U_r(r_1,t)}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{U_r(r_1,t)}{r_1} &= \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} T(r_1,t) \end{aligned} \quad (7)$$

відсутності силового навантаження на цих поверхнях, а також нульових початкових умов:

$$T(r,0) = 0, \quad U_r(r,0) = 0, \quad \frac{\partial U_r(r,0)}{\partial r} = 0. \quad (8)$$

За знайденими функціями $T(r,t)$, $U_r(r,t)$ радіальну σ_{rr} , колову $\sigma_{\varphi\varphi}$ та осьову σ_{zz} компоненти тензора напружень визначаємо за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{2E}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{\partial U_r}{\partial r} + \nu \frac{U_r}{r} - \alpha(1+\nu)T \right], \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \frac{2E_n}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{U_r}{r} + \nu \frac{\partial U_r}{\partial r} - \alpha(1+\nu)T \right], \\ \sigma_{zz} &= \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}) - \alpha E(1+\nu)T. \end{aligned} \quad (9)$$

Для побудови розв'язків сформульованих вище початково-крайових задач електродинаміки (1)-(3) та зв'язаної термопружності (5)-(8) використовуємо апроксимацію ключових функцій $\Phi(r,t) = \{H_z(r,t), T(r,t), U_r(r,t)\}$ за радіальною змінною кубічними поліномами [3, 7, 9]:

$$\Phi(r,t) = \sum_{i=0}^3 a_i(t) r^i. \quad (10)$$

Побудова розв'язку сформульованої вище зв'язаної задачі термомеханіки для електропровідного порожнистого циліндра за однорідної нестационарної електромагнітної дії з використанням запропонованої методики викладена в роботі [9].

Для знаходження розв'язку розглянутої вище задачі термомеханіки за електромагнітної дії в РЗС цю дію математично описуємо функцією [2]

$$H_z^\pm(t) = kH_0 e^{-\beta t} \sin \omega t. \quad (11)$$

Тут k – нормувальний коефіцієнт, H_0 – максимальне значення напруженості магнітного поля на поверхнях $r = r_0$ і $r = r_1$, β – параметр, що відповідає швидкості згасання амплітуди електромагнітних коливань частоти ω практично до нуля за час t_i тривалості дії в РЗС. Підставляючи вираз (13) в отримані згідно запропонованої методики вирази ключових функцій [6], записуємо розв'язок задачі термомеханіки для даного циліндра за дії в РЗС.

Числовий аналіз отриманого розв'язку виконано для довгого електропровідного порожнистого циліндра, виготовленого з нержавної сталі Х18Н9Т, з радіусами поверхонь $r_0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $r_1 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Тривалість t_i дії в РЗС приймалась рівною $t_i = 10^{-4} \text{ с}$. Параметри β вибирався таким чином, що амплітуда електромагнітних коливань за час t_i практично згасає до нуля.

Результати проведеного числового дослідження термомеханічної поведінки даного циліндра подано на рис. 1.–4. Рис. 1.а–4.а відповідають зміні в часі досліджуваних величин T , σ_{rr}^F , $\sigma_{\varphi\varphi}^F$, σ_{rr}^O , $\sigma_{\varphi\varphi}^O$ за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, а рис. 1.б–4.б – зміні цих величин без такого врахування.

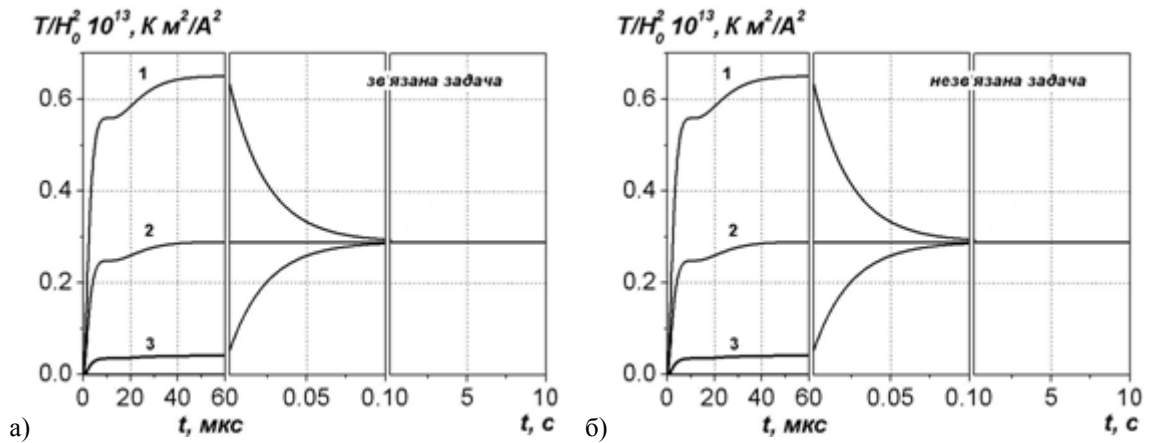


Рис. 1 Зміна в часі температури T за дії в РЗС на різних поверхнях циліндра.

Лінії 1–3 на рис. 1. а–б відповідають поверхням $r = r_0; (r_1 - r_0)/4; (r_1 - r_0)/2$ циліндра. Максимальне значення температура досягає на внутрішній поверхні циліндра, а мінімальне – на його серединній поверхні. Максимальні значення температури на розглядуваних поверхнях циліндра (лінії 1–3) за врахування процесу термопружного розсіювання енергії приблизно на 1- 3% більші за такі ж значення температури без врахування цього процесу.

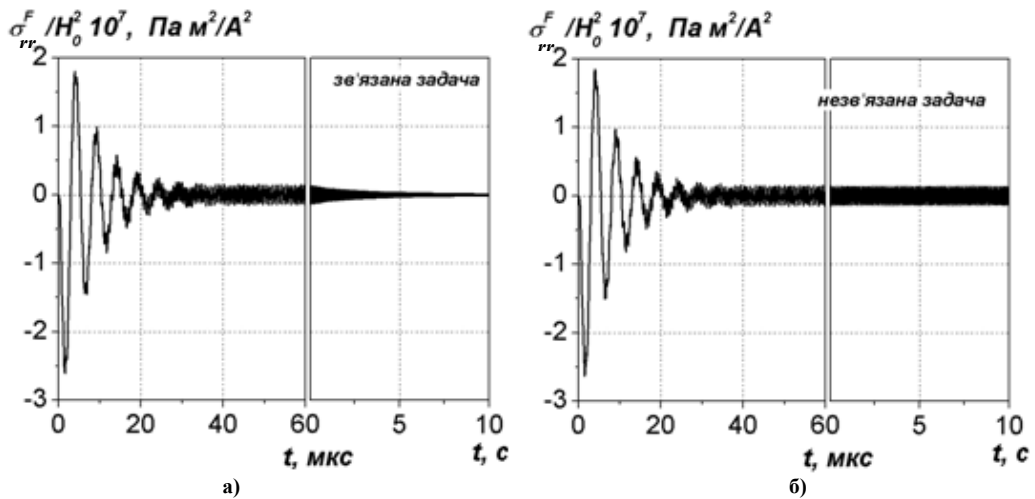


Рис. 2 Зміна в часі напружень σ_{rr}^F за дії в РЗС на серединній поверхні циліндра.

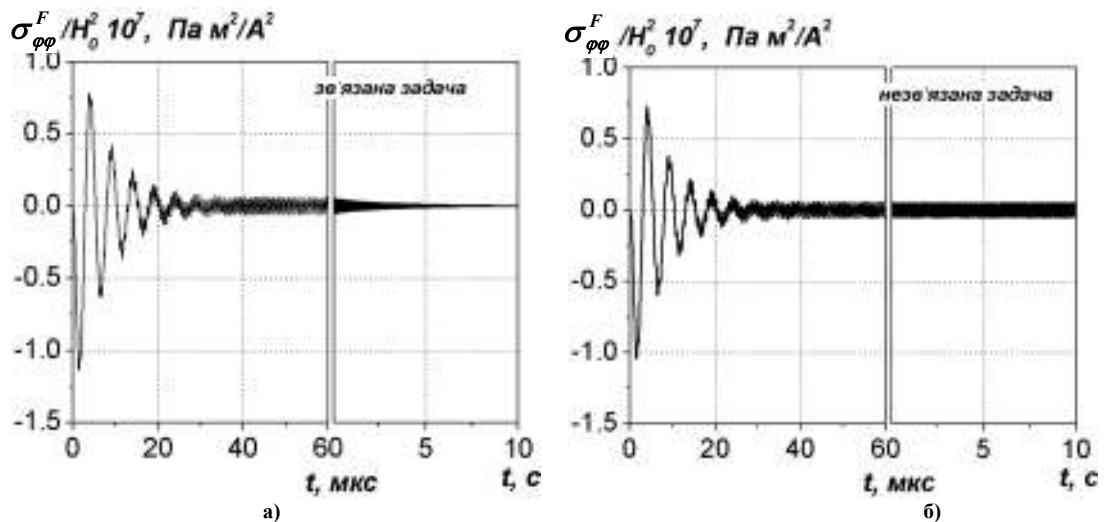


Рис. 3 Зміна в часі напружень $\sigma_{\phi\phi}^F$ за дії в РЗС на серединній поверхні циліндра.

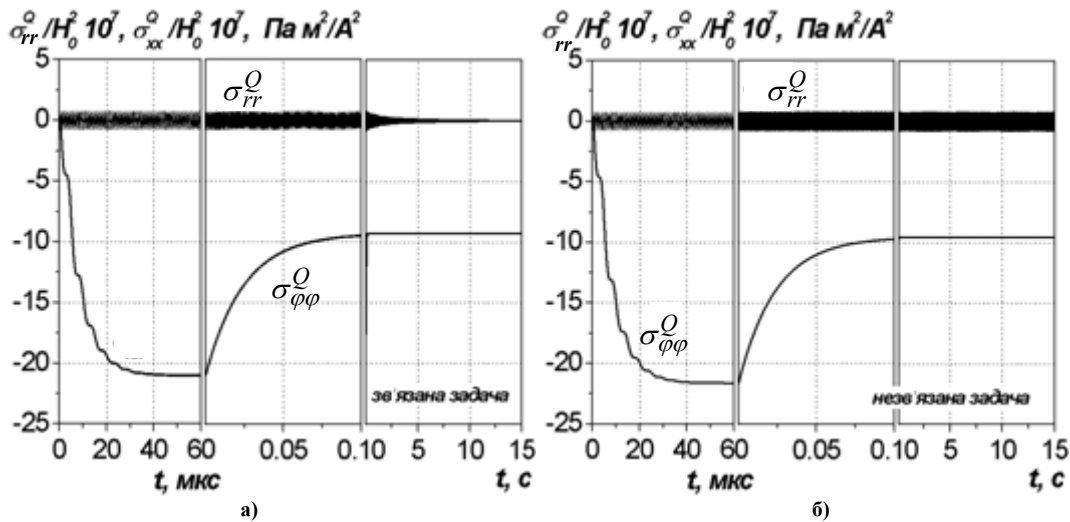


Рис. 4. Зміна в часі напружень σ_{rr}^O (при $r = \frac{1}{2}(r_0 + r_1)$) та $\sigma_{\varphi\varphi}^O$ (при $r = r_0$) за дії в РЗС на поверхнях.

Значення температури на всіх розглядуваних поверхнях циліндра за час $t \geq 0,5t_i$ стають максимальними, а за час $t \geq 1000t_i$ виходять на постійне значення, величина якого відповідає кількості джоулевого тепла, створеного в циліндрі дією в РЗС розглядуваної тривалості t_i .

Радіальні напруження σ_{rr}^F (рис. 2), зумовлені пондеромоторною силою та колові напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^O$ (рис. 4) внаслідок дії джоулевого тепла, є найбільшими за величиною. Відповідно напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^O$ приблизно в 10 разів більші за напруження σ_{rr}^F .

Значення всіх компонент тензора напружень як за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, так і без врахування цього процесу, практично співпадають, а напруження $\sigma_{rr}^F, \sigma_{\varphi\varphi}^F, \sigma_{rr}^O$ досягають максимуму на серединній поверхні циліндра і напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^O$ – на його внутрішній поверхні.

За врахування процесу термопружного розсіювання енергії осциляції всіх розглядуваних компонент тензора напружень за тривалості дії в РЗС рівної $t_i = 10^{-4} c$ згасають до нуля за час, що не перевищує 5 с. Без врахування цього процесу напруження виходять на режим власних механічних коливань за час $t \geq 0,5t_i$.

Висновки

Проведені дослідження термомеханічної поведінки електропровідного порожнистого циліндра за дії в РЗС показали, що максимальні значення температури і складників всіх компонент тензора динамічних напружень, зумовлених джоулевым теплом і пондеромоторною силою, як за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, так і без врахування цього процесу, практично співпадають. Це дозволяє визначати термонапружений стан розглядуваного циліндра за дії в РЗС тривалості $t_i \leq 0,1 c$ в постановці незв'язаної задачі термомеханіки, що суттєво спрощує отримання розв'язку задачі та його комп'ютерний аналіз.

Список використаної літератури

1. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Л.Т. Хименко. – Харьков: МОСТ–Торнадо, 2003. – 288 с.
2. Гачкевич О.Р. Термомеханика электропроводных неферромагнитных тел за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди / О.Р. Гачкевич, Р.С. Мусій, Д.В. Тарлаковський. – Львів: СПОЛОМ, 2011. – 216 с.
3. Мусій Р.С. Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми / Р.С. Мусій. – Львів: РАСТР-7, 2010. – 211 с.
4. Грибанов В.Ф. Связанные и динамические задачи термоупругости / В.Ф. Грибанов, Н.Г. Паничкин. – М.: Машиностроение, 1984. – 184 с.
5. Подстригач Я.С. Термоупругость электропроводных тел / Я.С. Подстригач, Я.И. Бурак, А.Р. Гачкевич, Л.В. Чернявская. – К.: Наукова думка, 1977. – 247 с.

6. Гачкевич О.Р. Зв'язана задача термомеханіки для електропровідного шару за однорідної імпульсної електромагнітної дії / О.Р. Гачкевич, Р.С. Мусій, Г.Б. Стасюк // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2009. – № 4. – С.60-66.
7. Мусій Р.С. Термопружний стан електропровідного циліндра під дією поверхневих електромагнітних імпульсів / Р.С. Мусій // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2004. – № 2. – С. 45-52.
8. Мусій Р.С., Дрогомирецька Х.Т., Оришин О.Г. Термомеханічна поведінка електропровідного порожнистого циліндра за імпульсної електромагнітної дії за врахування процесу термопружного розсіювання енергії / Р.С. Мусій, Х.Т. Дрогомирецька, О.Г. Оришин // Вісник ХНТУ. – 2017. – №3 (62). – Т. 1. – С. 70-74.
9. Musij R. Solutions of coupled problem of thermomechanics for electroconductive hollow cylinder under non-stationary electromagnetic action / R. Musij, Kh. Drohomiretska, O. Oryshchyn // Mathematical Modeling and Computing. – 2017. – Vol. 4. – № 1. – P. 69-77.