

УДК 514.18

Л.М. КУЦЕНКО

Національний університет цивільного захисту України

Л.Л. ЗАПОЛЬСЬКИЙ

Український науково-дослідний інститут цивільного захисту

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕМІЩЕННЯ В НЕВАГОМОСТІ
ЧОТИРИЛАНКОВОГО МАЯТНИКА З РУХОМОЮ ТОЧКОЮ КРІПЛЕННЯ**

Досліджена геометрична модель розкриття в умовах невагомості чотириланкового маятника з рухомою точкою кріплення. Розгортання ланок на уявній площині відбувається завдяки впливу імпульсів піротехнічних реактивних двигунів на кінцеві точки ланок маятника. Опис руху одержаного інерційного розкриття стержневої конструкції виконано за допомогою рівняння Лагранжа другого роду, і, зважаючи на умови невагомості, побудовано з використанням лише кінетичної енергії системи. Результати можна використати при проектуванні систем розкриття орбітальних конструкцій в умовах невагомості, наприклад, секцій силових каркасів космічних інфраструктур.

Ключові слова: чотириланковий маятник, піротехнічні реактивні двигуни, процес розкриття в невагомості, рівняння Лагранжа другого роду

Л.Н. КУЦЕНКО

Национальный университет гражданской защиты Украины

Л.Л. ЗАПОЛЬСКИЙ

Украинский научно-исследовательский институт гражданской защиты

**ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В НЕВЕСОМОСТИ
ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО МАЯТНИКА С ПОДВИЖНОЙ ТОЧКОЙ КРЕПЛЕНИЯ**

Исследованная геометрическая модель раскрытия в условиях невесомости четырехзвеного маятника с подвижной точкой крепления. Развертывание звеньев на условной плоскости происходит благодаря влиянию импульсов пиротехнических реактивных двигателей на конечные точки звеньев маятника. Описание движения полученного инерционного раскрытия стержневая конструкция выполнено с помощью уравнения Лагранжа второго рода, и, учитывая условия невесомости, построенного с использованием лишь кинетической энергии системы. Результаты можно использовать при проектировании систем раскрытия орбитальных конструкций в условиях невесомости, например, секций силовых каркасов космических инфраструктур.

Ключевые слова: четырехзвенный маятник, пиротехнические реактивные двигатели, процесс раскрытия в невесомости, уравнение Лагранжа второго рода

L. KUTSENKO

National University of Civil Defence of Ukraine,

L. ZAPOLSKIY

The Ukrainian Civil Protection Research Institute

**GEOMETRICAL MODELING OF MOVEMENT IN THE WEIGHTLESSNESS
OF THE FOUR-STAGE PENDULUM WITH MOBILE MOUNTING POINT**

The investigated geometric model of disclosure in conditions of weightlessness of a four-link pendulum with a movable fixing point. Deployment of links on the conventional plane is due to the influence of pulses of pyrotechnic jet engines on the end points of the links of the pendulum. It is noted that the impulse of action on the link of the rod structure is equal to the value of the first derivative of the function, which describes the change in the magnitude of the corresponding angle as a generalized coordinate. The description of the dynamics of the inertial opening obtained is carried out with the help of the Lagrange equation of the second kind, and, taking into account the conditions of weightlessness constructed using only the kinetic energy of the system. The relevance of the selected topic is indicated by the necessity and research of the process of opening the spatial core structure by means of pulsed pyrotechnic jet engines. They are lighter and cheaper comparatively, for example, with electric motors or spring devices. And also economically profitable, when the process of disclosure of a structure in orbit is planned only once. The analysis of the frames of the received computer animation film allowed to choose the necessary moment of fixation (stopping) of the opening, when the necessary mutual arrangement of the links of the rod structures will arise. The parameters and initial conditions for starting the motion of an unfixed four-link rod structure are determined with the purpose of obtaining a certain arrangement of the links. The graphs of the time variation of the functions of angular values as generalized coordinates, as well as the first and second derivatives of

these functions are constructed. As a result, estimates are given of the system's power characteristics at the time of deceleration (stopping) of the disclosure process. The results can be used in the design of systems for the deployment of orbital structures under zero-gravity conditions, for example, sections of the power frames of space infrastructures.

Keywords: four-link pendulum, pyrotechnic jet engines, the process of unfolding in weightlessness, the Lagrange equation of the second kind

Постановка проблеми

Маятникові механічні системи є традиційним предметом дослідження технічної механіки, які виявляються в різноманітних впровадженнях. Відомі маятники з віброуючою точкою підвісу, маятники з періодично змінюваною довжиною, комбіновані маятники, маятники, що містять пружні елементи, тощо. Особливістю конкретних задач динаміки маятників є поєднання простоти фізичної постановки зі складністю розв'язання цих задач. Одержання оригінальних розв'язків, а також їх механічних інтерпретацій, визначають актуальність задач сучасної механіки. Одна з таких задач присвячена поводженню маятникових систем у невагомості. Механічну інтерпретацію тут можна пов'язати з космічною тематикою, коли трансформування елементів стержневої конструкції порівняти з коливанням багатоланкового маятника як системою змінюваної конфігурації. І взагалі, переважна кількість космічних апаратів за своєю механічною суттю є просторово розвиненими механічними системами змінюваної конфігурації для роботи в космосі в умовах, близьких до невагомості [1]. Моделі їх динаміки зазвичай представлені системами диференціальних рівнянь руху, а під математичним моделюванням розуміють чисельне розв'язання цих рівнянь, аналітичні інтерпретації можливих розв'язків, а також унаочнення одержаних геометричних моделей трансформуваль. Приклади схем розкриття конструкцій різних конфігурацій наведено в роботі [2].

Для визначеності далі мова піде про прямолінійні стержні, скріплені між собою подібно елементам чотириланкового маятника. Розкриття чотириланкової стержневої конструкції розглядається як аналог "коливання" у невагомості чотириланкового маятника з врахуванням рухомої точки кріплення. Керування розкриттям стержневих конструкцій у невагомості є складною науково-технічною задачею механіки, яка не має аналогів у наземній техніці. При реалізації будь-якої схеми розкриття конструкції у невагомості виникає проблема вибору технічних пристроїв для запуску (активації) процесу розкриття. Альтернативу традиційним рушіям розкриття (електродвигунам або пружним елементам) можуть скласти піротехнічні імпульсні реактивні двигуни типу піропатронів. До переваг цих пристроїв слід віднести малу вагу і дешевизну, а також можливість запуску їх дії дистанційно (без дротів) за допомогою радіосигналів або рентгенівського випромінювання [3, 4]. В даній роботі розглянуто варіант встановлення піропатронів на кінцевих точках ланок стержневої конструкції.

На актуальність обраної теми вказує необхідність дослідження можливої схеми процесу розкриття у невагомості стержневої конструкції маятникового типу з рухомою точкою кріплення. При цьому рушіями процесу слід обрати імпульсні піротехнічні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок стержневої конструкції. Вони набагато легші і дешевші порівняно, наприклад, з електродвигунами або пружинними пристроями.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для конструкції у вигляді багатоланкової стержневої системи досліджувати механіку процесу розкриття доцільно на основі варіаційного принципу динаміки Лагранжа. Для розрахунків геометричної форми послідовних фаз розкриття «маятникоподібних» стержневих конструкцій слід використати дослідження у галузі динаміки багатоланкових маятників [5]. В результаті виникає питання про адаптування до невагомості процесу коливання багатоланкових маятників. Відповідь на нього можна знайти у роботах, присвячених можливості застосування рівнянь Лагранжа другого роду для механічних систем у невагомості [6]. В цих випадках при розрахунках результату трансформування у часі стержневих конструкцій у невагомості можна враховувати лише їх кінетичні енергії. Можливі системи розкриття конструкцій у невагомості наведені у огляді літератури [2]. Але там відсутня інформація про інерційний спосіб розкриття багатоланкових стержневих конструкцій за допомогою піротехнічних пристроїв. Для розкриття стержневих конструкцій використовують переважно каркасні тросові системи. У роботі [7] наведено математичну модель процесу розкриття багатоланкової каркасної конструкції із тросовою системою синхронізації. Але застосування тросової системи розкриття на практиці обмежено розмірами конструкції та необхідністю синхронізувати дію електродвигунів, що є самостійною задачею при великій кількості ланок. Прототипом розглянутого у роботі способу розкриття багатоланкової стержневої конструкції є тросова система. Виконаний огляд літературних джерел показав, що існуючі схеми розкриття тросових систем є надто складними для реалізації у випадку великих розмірів ланок (порядку десятків метрів). Цей висновок базується на необхідності синхронізації та комутації електродвигунів для регулювання величин кутів в вузлах конструкцій з метою надання багатоланковій конструкції розрахованої геометричної форми.

У роботах [8, 9] започатковано геометричну модель розкриття на уявній площині у невагомості стержневої конструкції як багатоланкового маятника. Вважалося, що рушіями розкриття є імпульсні

піротехнічні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок. Не дослідженими залишилися можливості розкриття в умовах невагомості чотириланкової стержневої конструкції з рухомою точкою кріплення. При цьому ініціювання руху конструкції має здійснюватися за допомогою імпульсних піротехнічних реактивних двигунів, встановлених на кінцевих точках ланок конструкції.

Мета дослідження

Розробити геометричну модель розкриття на уявній площині в умовах невагомості чотириланкової стержневої конструкції, подібної чотириланковому маятнику з рухомою точкою підвісу. Для ініціювання руху конструкції використати імпульсні піротехнічні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок конструкції.

Викладення основного матеріалу дослідження

Наведемо пояснення способу активації та механізму зупинки процесу розкриття чотириланкової стержневої конструкції з рухомою точкою кріплення.

Оберемо уявну площину з декартовими координатами $O\bar{x}\bar{y}$, на якій в умовах невагомості має переміщуватися чотириланкова стержнева конструкція з рухомою точкою кріплення. Вона складатиметься з чотирьох невагомих нерозтяжних стержнів довжин L_1, L_2, L_3 і L_4 , шарнірно з'єднаних між собою вузловими циліндричними шарнірами з масами m_1, m_2, m_3 і m_4 . та баласту масою m_0 . Рух без тертя у циліндричних шарнірах забезпечує переміщення вантажів лише у межах уявної площини. У якості напрямку відліку оберемо вісь $O\bar{y}$. Узагальненими координатами вважатимемо кути $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ і $u_4(t)$, утворені на площині ланками з напрямком відліку, а також координати зміщення точки кріплення $x(t)$ і $y(t)$ (рис. 1).

Запуск руху стержневої конструкції здійснюється шляхом вибору величин імпульсів, наданих кожному з кутів відхилень [8, 9]. Наприклад, $U' = \{x'(0), y'(0), u_1'(0), u_2'(0), u_3'(0), u_4'(0)\}$ означає, що i -тому вантажу (циліндричному шарніру) масою m_i надано імпульс величиною $m_i u_i'(0)$, ($i=1..4$). Тобто кутам розкриття $u_i(t)$ надано початкові швидкості $u_i'(0)$, ($i=1..4$). Вектори напрямку надання швидкостей співпадають з напрямком дії імпульсних двигунів, направлених перпендикулярно відповідній ланці стержневої конструкції у кінцевих точках. З врахуванням наданої реактивними двигунами миттєвих швидкостей $u_1'(0), u_2'(0), u_3'(0)$ і $u_4'(0)$, стержнева конструкція далі має розкриватися за інерцією. Наведене пояснює термін "інерційна система розкриття". При цьому, кожний імпульсний піротехнічний двигун (типу піропатрона) повинен забезпечити розраховану лише для нього величину імпульсу.

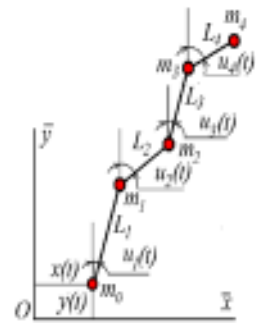


Рис. 1. Схема чотириланкової конструкції з рухомою точкою кріплення

Для опису переміщення чотириланкової стержневої конструкції з рухомою точкою кріплення було складено та розв'язано систему рівнянь Лагранжа другого роду [5, 6]. Для цього за допомогою узагальнених координат обчислюємо "віртуальні" координати вузлових точок:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1(t) &= x(t) + L_1 \sin(u_1(t)); & \bar{y}_1(t) &= y(t) + L_1 \cos(u_1(t)); \\ \bar{x}_2(t) &= \bar{x}_1(t) + L_2 \sin(u_2(t)); & \bar{y}_2(t) &= \bar{y}_1(t) + L_2 \cos(u_2(t)); \\ \bar{x}_3(t) &= \bar{x}_2(t) + L_3 \sin(u_3(t)); & \bar{y}_3(t) &= \bar{y}_2(t) + L_3 \cos(u_3(t)); \\ \bar{x}_4(t) &= \bar{x}_3(t) + L_4 \sin(u_4(t)); & \bar{y}_4(t) &= \bar{y}_3(t) + L_4 \cos(u_4(t)). \end{aligned} \tag{1}$$

За умови відсутності дисипативних сил і з врахуванням "нульової" потенціальної енергії опис розкриття стержневої конструкції на уявній площині виконаємо на основі лагранжіана:

$$L = 0,5 \left[m_0 (x'^2 + y'^2) + m_1 (x_1'^2 + y_1'^2) + m_2 (x_2'^2 + y_2'^2) + m_3 (x_3'^2 + y_3'^2) + m_4 (x_4'^2 + y_4'^2) \right]. \tag{2}$$

Опис руху чотириланкової стержневої конструкції одержимо у вигляді системи з шести диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду відносно функцій $x(t), y(t), u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ і $u_4(t)$ (з причини громіздкості тут не наведено). При розв'язанні системи рівнянь слід враховувати координати таких векторів:

- довжин ланок стержневої конструкції: $L = \{L_1, L_2, L_3, L_4\}$;
- значень мас вантажів (баласту та шарнірів): $m = \{m_0, m_1, m_2, m_3, m_4\}$;
- значень початкових зміщень та кутів відхилень: $U = \{x(0), y(0), u_1(0), u_2(0), u_3(0), u_4(0)\}$, а також
- значень початкових швидкостей, наданих точці зміщенням та кутам відхилень: $U' = \{x'(0), y'(0), u_1'(0), u_2'(0), u_3'(0), u_4'(0)\}$.

Значення всіх параметрів в умовних величинах.

З врахуванням відповідних початкових умов систему рівнянь Лагранжа другого роду розв'язано методом Рунге-Кутти в середовищі математичного пакету Maple, і одержані наближені розв'язки позначено символами $X(t)$, $Y(t)$, $U_1(t)$, $U_2(t)$, $U_3(t)$ і $U_4(t)$. В обраній на площині системі координат $O\bar{x}\bar{y}$ з використанням одержаних розв'язків визначаємо координати вузлових точок в момент часу t . Для цього використовуємо вирази (1) для обчислення координат вузлів стержневої конструкції за допомогою узагальнених координат, замінивши там малі літери на великі: x на X , y на Y , u на U [8].

Враховуючи обчислені координати вузлів стержневої конструкції як функції в часі, побудуємо кадри комп'ютерної анімації процесу розкриття. В результаті спостереження за процесом розкриття обираємо момент часу $t=t_0$ зупинки розкриття та визначаємо параметри стоп-коду $U_{\text{stop}}=\{x(t_0), y(t_0), u_1(t_0), u_2(t_0), u_3(t_0), u_4(t_0)\}$.

У визначений за допомогою комп'ютерної анімації час t_0 виникає проблема зупинки розкриття, коли ланки стержневої конструкції зайняли необхідне розташування на уявній площині. Для цього необхідно вмонтувати у всі циліндричні шарніри стержневої конструкції спеціальні пристрої, здатні зафіксувати кут між ланками. Наприклад, в циліндричному шарнірі можна передбачити ригель, який спрацьовував би завдяки дії піротехнічного пристрою, активованого сигналом у визначений момент t_0 часу зупинки. На рис. 2, а наведено кадр запуску процесу розкриття за допомогою піропатрона, розташованого на кінці стержня, на рис. 2, б – кадр проміжного положення процесу розкриття, і на рис. 2, в – кадр зупинки розкриття стержневої конструкції за допомогою циліндричного ригеля. При разовому використанні можливе наскрізне пробивання обох циліндрів шарніру. Ригелі у всіх циліндричних шарнірах мають спрацьовувати одночасно завдяки дистанційному керуванню піротехнічними пристроями. Сигнал на зупинку процесу розкриття надає комп'ютерна програма у вигляді "стоп-коду" в момент t_0 розкриття, який забезпечить розраховане розташування всіх ланок стержневої конструкції.

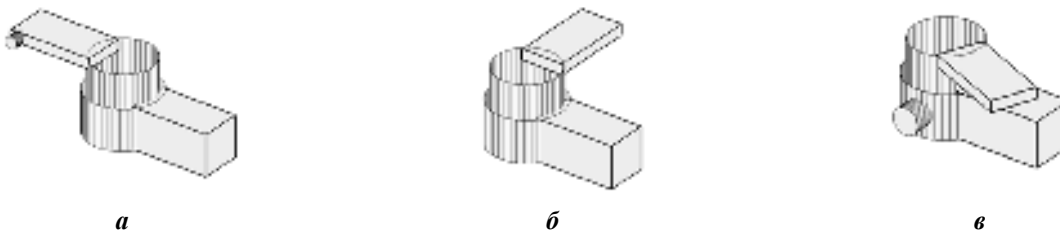


Рис. 2. Послідовні кадри дії піротехнічних пристроїв: а – активація руху піропатроном на кінці стержня; б – проміжне положення стержня при русі за інерцією; в – зупинка процесу розкриття циліндричним ригелем

Отже, для функціонування розглянутої схеми розкриття чотириланкової стержневої конструкції необхідно два типи піротехнічних пристроїв. Пристрої першого типу розташовуються на кінцевих точках ланок конструкції і призначені для запуску розкриття. Характеризуються високою точністю забезпечення величини "стартового" імпульсу залежно від ланки конструкції. Команда початку розкриття подається одночасно на всі піротехнічні пристрої першого типу. Пристрої другого типу розташовуються в циліндричних шарнірах і призначені для спрацювання ригелів. Характеризуються величиною імпульсу, достатньою для фіксування циліндрів шарніра, у тому числі і шляхом наскрізного пробивання. Отже, керування розглянутою схемою розкриття чотириланкової стержневої конструкції полягає у подачі двох сигналів піротехнічним пристроям – на запуск та на зупинку розкриття.

Наведемо тестові приклади геометричного моделювання орбітальних об'єктів, геометрична форма яких базується на розкритті чотириланкових стержневих конструкцій. В результаті виконання програми одержимо залежно від часу послідовність кадрів анімаційних зображень розкриття конструкції. Під час перегляду кадрів анімації обирається необхідне розташування ланок стержневих конструкцій і фіксується час t_0 , який відповідатиме обраному розташуванню. Одночасно видаються наближені значення поточних величин кутів $u_1(t_0)$, $u_2(t_0)$, $u_3(t_0)$ і $u_4(t_0)$ для обраного моменту часу t_0 . Ці значення будуть використані для формування "стоп-коду" процесу розкриття.

Початкове положення множини ланок стержневої конструкції сумістимо з віссю $O\bar{y}$, тому вектор значень початкового положення рухомої точки кріплення та початкових кутів відхилень матиме координати $U=\{0, 0, 0, 0, 0, 0\}$. Далі у тестових прикладах оберемо довжини ланок стержневої конструкції $L=\{2, 2, 2, 2\}$ і значень мас вантажів (баласту та шарнірів): $m=\{1, 1, 1, 1, 1\}$. Значення всіх параметрів в умовних величинах. За допомогою складеної Maple програми було визначено:

- траєкторії переміщення всіх вузлових точок;
- взаємне розташування ланок чотириланкових стержневих конструкцій в певний момент часу процесу розкриття;
- графіки зміни у часі величин кутів як функцій узагальнених координат, а також перших та других похідних цих функцій;

- фазові траєкторії функцій узагальнених координат, що дозволить визначити діапазон зміни значень кутів і швидкостей розкриття;
- графіки прискорень зміни кутів розкриття та силових характеристик зміни величин кутів як функцій узагальнених координат;

Побудова графіків прискорень зміни кутів розкриття дозволить визначати силові характеристики в шарнірах між ланками в момент фіксування (зупинки) стержневої конструкції.

Приклад. Початкові швидкості, наданих точці зміщенням та кутам відхилення: $U'=\{0, 0, 0, 10, 0, -10\}$.

На рис. 3 наведено траєкторії руху вузлових точок стержневої конструкції, побудованих за допомогою складеної таргет програми. Кадри комп'ютерної анімації допомогли обрати моменти часу. На рис. 4 зображені утворені фігури конструкції в моменти часу: $a - t=0.78$; $b - t=0.95$; $v - t=1.25$; $z - t=2.35$.

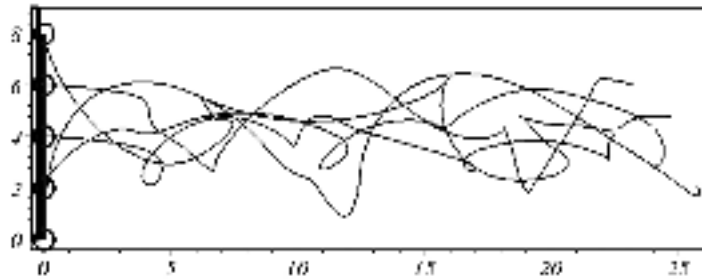


Рис. 3. Початкове положення чотириланкового маятника і траєкторії руху вузлових точок.



Рис. 4. Конфігурації конструкції в моменти часу: $a - t=0.78$; $b - t=0.95$; $v - t=1.25$; $z - t=2.35$.

На рис. 5 зображено фазові траєкторії функцій узагальнених координат. За допомогою цих зображень можна визначити діапазони зміни узагальнених координат та їх швидкостей протягом всього часу ($T=3$) розкриття конструкції.

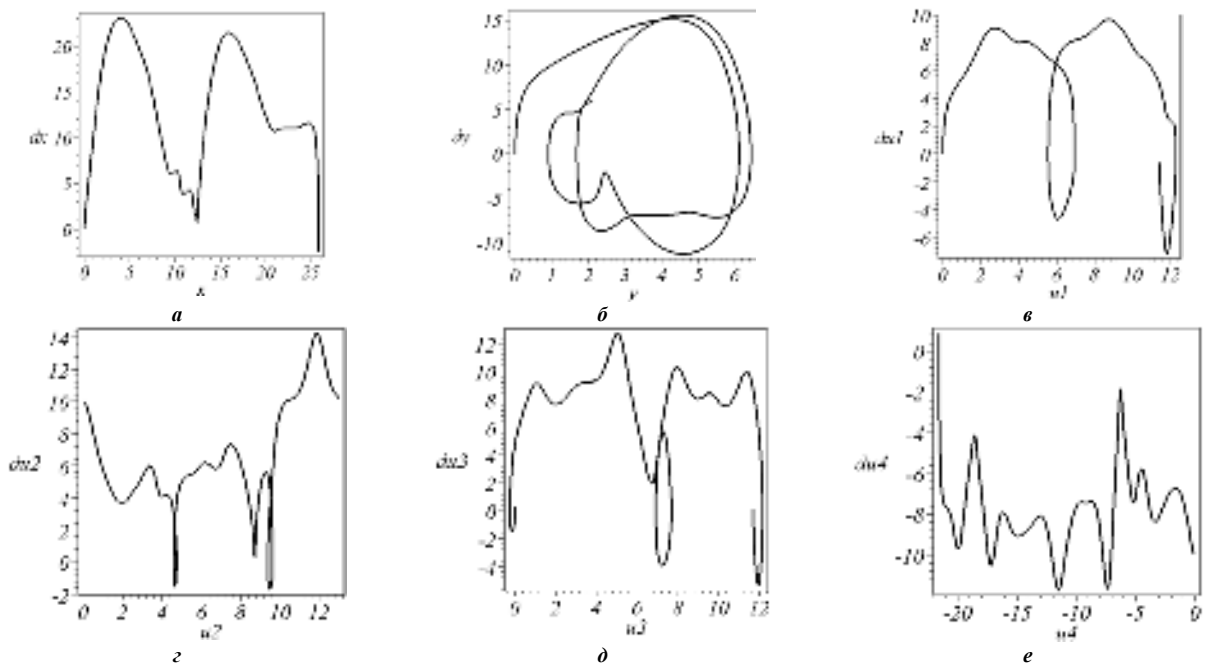


Рис. 5. Фазові траєкторії функцій узагальнених координат:
 $a - x(t)$; $б - y(t)$; $в - u_1(t)$; $z - u_2(t)$; $д - u_3(t)$; $e - u_4(t)$.

На рис. 6 наведено графіки силових характеристик для шарнірів в моменти фіксації розкриття. За допомогою цих графіків можна оцінити значення силових характеристик для шарнірів у відповідні моменти часу в моменти утворення фігур.

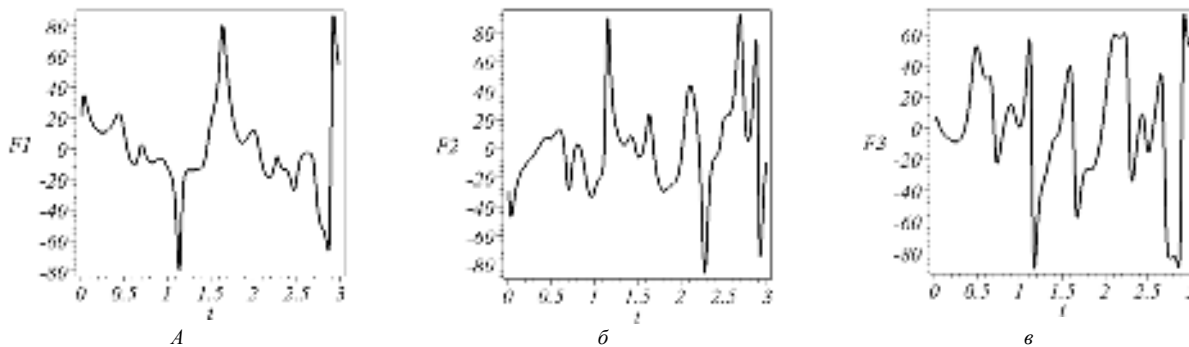


Рис. 6. Графіки силових характеристик для шарнірів: а – № 1; б – № 2; в – № 3.

Для фігури, зображеної на рис 4 а–г, силові характеристики мають відповідні значення:

$$\begin{aligned}
 F1(0.78) &= -7.71; F2(0.78) = -0.18; F3(0.78) = -10.8; \\
 F1(0.95) &= -7.17; F2(0.95) = -32.69; F3(0.95) = 7.41; \\
 F1(1.25) &= -14.2; F2(1.25) = 15.7; F3(1.25) = -40.9; \\
 F1(2.35) &= -13.9; F2(2.35) = -18.1; F3(2.35) = -22.3.
 \end{aligned}$$

На рис. 7 наведено приклади можливих орбітальних стержневих конструкцій, складених з елементів рис. 4.

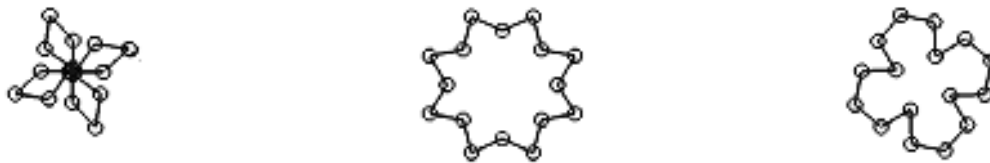


Рис. 7. Приклади можливих стержневих конструкцій, складених з елементів рис. 4.

Висновки

Розроблена геометрична модель розкриття на уявній площині в умовах невагомості чотириланкової стержневої конструкції, подібної чотириланковому маятнику з рухомою точкою підвісу. Показано, що за допомогою імпульсних піротехнічних реактивних двигунів, встановлених на кінцевих точках ланок, можливо ініціювати рух конструкції і утворювати елементи орбітальних інфраструктур.

Список використаної літератури

1. Алпатов А.П. Динаміка перспективних космічних апаратів [Текст] / А.П. Алпатов // Вісник НАН України. – 2013. – № 7. – С. 6-13
2. Зимин В.Н. Особенности расчета раскрытия крупногабаритных трансформируемых конструкций различных конфигураций [Текст] / В.Н. Зимин, А.В. Крылов, В.Е. Мешковский, А.Н. Сдобников, Ф.Р. Файзуллин, С.А. Чурилин // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2014. – № 10. – С. 179-191.
3. Дудырев А.С. Комплекс новых пиротехнических средств для обеспечения функционирования малых космических аппаратов [Текст] / А.С. Дудырев, Д.Б. Демьяненко, В.В. Ефанов // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). – 2006. – №1 (27). – С. 6-9.
4. Буянова Л.В. Методика проектирования пиротехнических устройств систем отделения [Текст] / Л.В.Буянова, Е.И. Журавлёв // Инженерный вестник. – 2015. – № 07. – С. 56-62.
5. Martinez-Alfaro H. Obtaining the Dynamic Equations, Their Simulation, and Animation for N Pendulums Using Maple. [Електронний ресурс] / H. Martinez-Alfaro. – Режим доступу: <http://www2.esm.vt.edu/~anayfeh/conf10/Abstracts/martinez-alfaro.pdf>
6. Szuminski W. Dynamics of multiple pendula without gravity. [Електронний ресурс] / W. Szuminski. – Режим доступу: http://www.cmsim.eu/papers_pdf/january_2014_papers/7_CMSIM_Journal_2014_Szuminski_1_57-67.pdf
7. Бушуев, А.Ю. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади [Текст] / А.Ю. Бушуев, Б.А. Фарафонов // Математическое моделирование и численные методы. – 2014.– № 2. – С.101-114.
8. Kutsenko L. Geometrical Modeling of the Shape of a Multilink Rod Structure in Weightlessness under the Influence of Pulses on the End Points of Its Links / L. Kutsenko, O. Semkiv, L. Zapolskiy, O. Shoman, N. Ismailova, S. Vasyliiev et. al. // Eastern-European Journal of Eenterprise Technologies. Applied Mechanics. – 2018. – № 2/7 (92). – С. 44-58.
9. Куценко Л.М. Ілюстрації до статті Геометричне моделювання процесу розкриття стержневих конструкцій у невагомості [Електронний ресурс] / Л.М. Куценко. – Режим доступу: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/6335>