

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ НАУКИ

УДК 530.145,550.344.094

Д.Б. ВЕНГРОВИЧ
Інститут геофізики НАН України**ВПЛИВ ФОРМИ ГРАНУЛ НА НЕЛІНІЙНІ ХВИЛІ
В ДИСКРЕТНИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

Дане дослідження стосується чисельного моделювання динаміки ланцюга гранул, воно проводилось з метою вивчення можливості існування нелінійних солітоноподібних хвиль в природних середовищах зі структурою. Зокрема, уявлення про те, що солітонні явища притаманні лиші досить специфічним середовищам, наприклад ланцюгам строго сферичних гранул, звужують поле нелінійного моделювання, наприклад в сейсмології. Тому необхідно встановити, яким чином впливає неідеальність модельного середовища на можливість розповсюдження в ньому солітоноподібних хвиль. В попередніх роботах для одновимірних моделей ми встановили, що на розповсюдження солітона (компактона) в ланцюгу куль впливають дефекти – розміщення в ланцюгу окремих гранул з іншою масою, чи непружна поведінка гранул, наприклад їх пластичність. В таких випадках спостерігається розсіяння на дефектах чи поглинання в матеріалі гранул енергії солітонів. Більш складним є випадок з врахуванням неідеальної форми гранул, що дозволяє змоделювати втрату енергії нелінійної хвилі на їх власні коливання. При цьому необхідно використовувати неодновимірні моделі, у зв'язку з чим у даній роботі розглянута скінченно-елементна модель процесу розповсюдження нелінійної хвилі в ланцюгах гранул з довільною формою, що взаємодіють при контакті за законом Герца. Отримано просторово-часові та спектральні параметри процесу поширення солітоноподібного імпульсу в ланцюгу таких гранул гантелеподібної форми, котра допомагає вивчити вплив їх власних коливань на фоні розповсюдження по ланцюгу солітона. В залежності від параметрів такого структурованого середовища проаналізовано дисипацію енергії та стійкість нелінійних збурень

Ключові слова: сейсмічність, солітон, моделювання, структуровані середовища, ланцюг.

Д.Б. ВЕНГРОВИЧ
Інститут геофізики НАН України**ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ГРАНУЛ НА НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ
В ДИСКРЕТНЫХ СРЕДАХ**

Данное исследование касается численного моделирования динамики цепочек гранул, оно проводилось с целью изучения возможности существования нелинейных солітоноподобных волн в природных средах со структурой. В частности, представление о том, что солітоны присущи лишь весьма специфическим средам, например, цепочкам строго сферических гранул, сужают поле нелинейного моделирования, например, в сейсмологии. Поэтому необходимо установить, каким образом не идеальность модельного среды влияет на возможность распространения в ней солітоноподобных волн. В предыдущих работах для одномерных моделей мы установили, что на распространение солітона (компактона) в цепи шаров влияют дефекты - размещение в цепи отдельных гранул с другой массой, или неупругое поведение гранул, например, их пластичность. В таких случаях наблюдается рассеяние на дефектах или поглощение в материале гранул энергии солітонов. Более сложным является случай с учётом неидеальной формы гранул, что позволяет смоделировать потерю энергии нелинейной волны на собственные колебания. При этом необходимо использовать неоднородные модели, в связи с чем в данной работе рассмотрена конечно-элементная модель процесса распространения нелинейной волны в цепях гранул произвольной формы, взаимодействующих при контакте по закону Герца. Получены пространственно-временные и спектральные параметры процесса распространения солітоноподібного імпульсу в цепи таких гранул гантелевидной формы, которая помогает изучить влияние их собственных колебаний на фоне распространения по цепи солітона. В зависимости от параметров такой структурированной среды проанализированы рассеивание энергии и устойчивость нелинейных возмущений.

Ключевые слова: сейсмичность, солітон, моделирование, структурированные среды, цепочка

D.B. VENGROVICH
Institute of Geophysics NAS of Ukraine

EFFECT OF GRAIN SHAPE ON NON-LINEAR WAVES IN DISCRETE MEDIA

The given research as the numerical modelling of the chain of grains dynamics was performed to study the possibility of nonlinear soliton waves propagation in natural structured media. In particular, the idea that soliton waves are inherent only in very specific environments, such as chains of strictly spherical granules, narrows the field of nonlinear modelling, for example in seismology. Thus, it is necessary to clear up the question how the degree of imperfection of the model affects the possibility of soliton waves propagation in it. In the previous works in the matter of one-dimensional models we established that the propagation of a soliton (compacton) through a chain of spheres is affected by defects — placement in a chain of separate granules with other weight, or inelastic behavior of granules, for example their plasticity. In this situations there are dispersion on defects or solitons energy absorption. The case taking into account a nonideal form of granules is more complicated, it allows to simulate loss of energy of a nonlinear wave at internal own grain fluctuations. Thus it is necessary to use not one-dimensional models. In this work the finite-element model of a nonlinear wave propagation in chains of granules of an arbitrary form interacting at contact under the law of Hertz is considered. In the pulse-height analysis the spectral quantities of the soliton-like pulse propagation in a chain of such dumbbell-shaped granules are obtained. Such form of granules helps to study influence of their own fluctuations while a soliton propagation in the chain. Depending on the parameters of such a structured medium, the dissipation of energy and the stability of nonlinear waves are analyzed.

Keywords: seismicity, soliton, modeling, Structured media, chain.

Постановка проблеми

Однією з проблем такого розділу наук про Землю як нелінійна геофізика є вивчення можливості розповсюдження в природних середовищах усамітнених нелінійних хвиль. Такі хвилі як солітони та компактони притаманні ідеалізованим моделям суцільних та дискретних середовищ. Ми ж продовжимо вивчення цих хвиль у випадках, коли елементи моделі, гранули, мають складну форму.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Як відомо [1, 2], удар сферичною чи циліндричною гранулою по ланцюгу таких же гранул викликає в ньому розповсюдження солітоноподібної хвилі. Це усамітнені нелінійні хвилі, останнім часом вони досліджуються як компактони [4, 5], котрі у випадку гранул строго сферичної чи циліндричної форми ведуть себе подібно до класичних солітонів суцільних середовищ – взаємно розсіюються майже пружно зі зсувом фази. Сучасні дослідження нелінійних хвиль в природних середовищах актуальні зокрема в області нелінійної геофізики, коли, наприклад, моделюють виникнення та розповсюдження хвилі в околі джерела землетрусу і цей окіл розглядається не з точки зору теорії суцільного середовища, а останнє вважається дискретним, складеним з окремих блоків [9]. Якщо вважати такі природні середовища як літосферу Землі, а особливо земну кору, структурованими, складеними з окремих взаємодіючих між собою блоків системами, то виникає бажання змоделювати їх динаміку з точки зору розповсюдження в них нелінійних хвиль як в ланцюгах гранул. Цьому сприяє і той факт, що при стисканні подібних середовищ в них спонтанно виникають ланцюги блоків, де і концентруються напруження. Однак в реальних середовищах блоки далекі від ідеальної форми, тому в цьому випадку природним є перехід від моделей, де гранули описуються як прості безструктурні об'єкти, до таких моделей, де гранули можуть деформуватися як пружні тіла довільної форми і в самих цих гранулах можуть відбуватися хвильові процеси.

Формулювання мети дослідження

При математичному моделюванні розповсюдження нелінійної хвилі в ланцюгах гранул сферичної чи циліндричної форми, котра в теорії і призводить до нелінійної сили взаємодії за законом Герца [3], достатньо описувати такий процес як одновимірний динамічний процес коливання центрів мас гранул під дією цих сил від зближення з сусідніми гранулами, розв'язуючи систему одновимірних диференціальних рівнянь руху. У випадку ж вивчення коливань гранул довільної форми необхідно перейти до неоднорічних моделей. Ми використаємо метод скінченних елементів при моделюванні динамічної задачі деформування суцільних пружних гранул складної форми та паралельно вирішуватимемо задачу про контакт цих гранул між собою.

Простим випадком переходу до двовимірного ланцюга гранул з нетривіальною формою є вибір циліндричних гранул, в яких вісь перпендикулярна до 2D області моделювання та форма приведена до гантелеподібної. Така форма гранул вибрана, щоб сама гранула була елементом коливання - двома масами, зв'язаними пружною перетинкою. Тоді в задачі простим параметром для варювання є товщина центральної частини гранули, котра визначає жорсткість зв'язку двох її половин а отже і частоту її власних коливань.

Викладення основного матеріалу дослідження

Отже ми вважаємо, що гранули можуть деформуватися як пружні тіла і в самих цих гранулах можуть відбуватися хвильові процеси. 2D постановка задачі, приведена на рис.1 вказує, що, оскільки ланцюг дзеркально симетричний, достатньо моделювати динаміку його половини, задаючи в методі скінченних елементів на осі ланцюга граничну умову вільного ковзання з прилипанням або умову дзеркальної симетрії (рис. 2). На Рис.1 приведена геометрія моделі - кожна гранула ланцюга з 20-ти гранул була розбита на підобласті, це необхідно для побудови стійкого алгоритму розрахунку і забезпечення правильного моделювання контактної взаємодії, перша гранула - ударяюча, швидкість удару в розрахунках вибиралась в діапазоні 0.5 - 40 м/с (великі швидкості удару давали можливість визначити момент виникнення непружних, пластичних явищ), товщина центральної частини - 0.2, 0.4, 0.6 см, при цьому в усіх випадках маси гранул залишаються постійними - при зменшенні товщини перетинки в середині гантелі необхідним чином збільшувався поперечний розмір гранул;

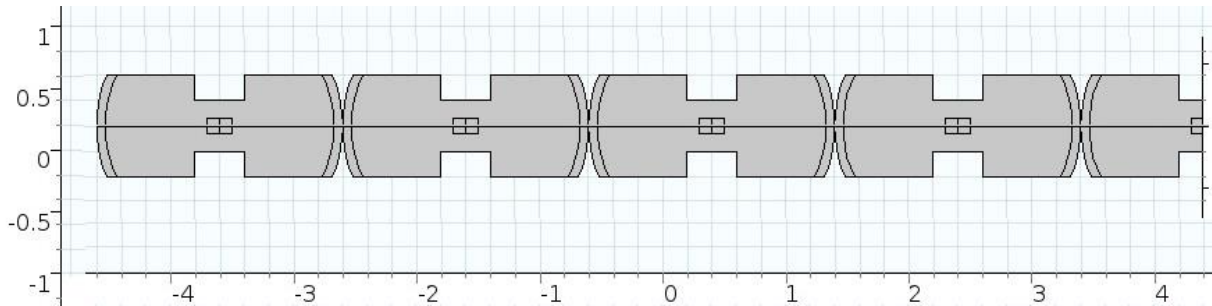


Рис. 1. Ланцюг плоских гранул з полікарбонату, діаметр циліндричної частини гранули 2 см., гранули обрізані до гантелеподібної форми (маси гранул однакові для всіх товщин перетинки - 0.2, 0.4, 0.6 см)

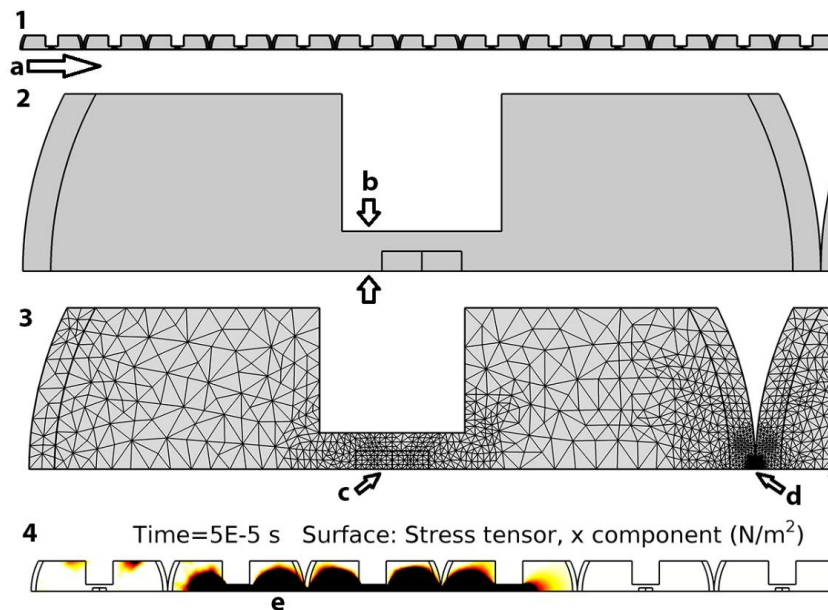


Рис. 2. Динаміка ланцюга плоских гранул з полікарбонату, довжина гранули 2 см., гранули обрізані до гантелеподібної форми (використано умову дзеркальної симетрії відносно осі ланцюга). 1 – гранула (a) здійснює удар та генерує хвилю стиснення, котра розповсюджується вправо; 2 – в області (b) варіюється товщина перетинки та розміщується тензодавач в експерименті; 3 – (c, d) додатково подрібнена сітка елементів, що особливо важливо для правильного опису закону контактної взаємодії Герца (d); 4 – темні зони (e) зображають отримане в розрахунку напруження σ_x , локалізоване в межах кількох гранул ланцюга

Підобласті моделі вибрані такими ще і з наступних причин - при чисельному моделюванні подібних нелінійних процесів методом скінчених елементів окремою проблемою є дослідження єдиності, стійкості, збіжності розв'язку. Тому ми використовували для верифікації результатів паралельний

експеримент, і в чисельній моделі всі геометричні та реологічні параметри ланцюга відповідали експериментальним, області контактів та центри гранул моделювались особливо акуратно з забезпеченням можливості порівнювати ці результати з експериментом. Побудова сітки скінчених елементів для даної геометрії моделі та схема моделювання приведені на Рис.2. Подріднення сітки скінчених елементів в контактних зонах (d) відбувалось таким чином, щоб при статичному стисненні двох сусідніх гранул вони відтворювали закон Герца. Розрахунок проводився методом скінчених елементів з тетраїдальною адаптивною сіткою елементів. Відносна точність розрахунку за схемою MUMPS [6,7] складала 0.00001 з контролем збіжності. Фізичні характеристики матеріалу гранул ланцюга, експериментально отримані нами для полікарбонату, використані в даній моделі для завдання модуля Юнга $2.64 \cdot 10^9$, контактні пари [рис. 2d] та їх взаємодія розраховувались Лагранжевим методом [8]. Для проведення даного чисельного моделювання в попередньому експерименті на пресі УР-7 шляхом стиснення циліндричної гранули діаметра 7 мм і товщини 3 мм навантаженнями 0 – 800кг була встановлена діаграма навантаження (рис.3) для полікарбонату, з якого виготовлені гранули, завдяки чому в методі скінчених елементів матеріал розраховувався на ділянці 0-а як пружний і на ділянці a-b як пластичний.

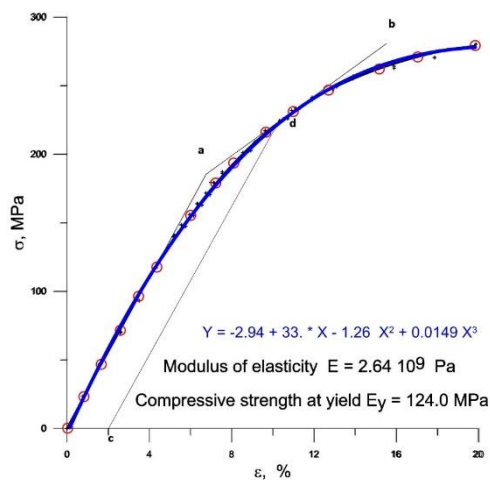


Рис. 3. Експериментально встановлена діаграма навантаження матеріалу гранул з полікарбонату, E , E_y - пружні та пластичні параметри моделі

В результаті чисельного моделювання отримано всі необхідні характеристики досліджуваного процесу розповсюдження збурення в ланцюгу від удару по ньому однією гранулою. В першу чергу розглянемо напруження, що виникають в ланцюгу в початковий та подальші моменти часу (рис. 4 а, б, 5). Рис. 5. показує, що зі збільшенням жорсткості зв'язку двох половин гантелеподібної гранули зменшується розмір компактона і зростає його фазова швидкість

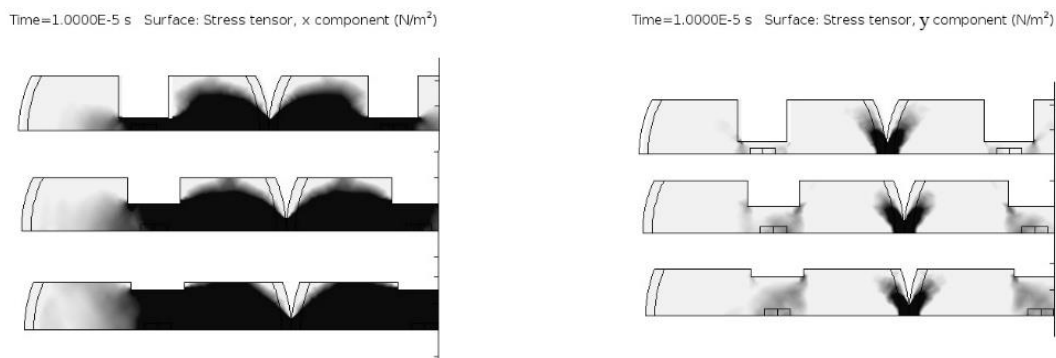


Рис. 4. а - розподіл поздовжньої складової напруження в початковий момент часу $t=10^{-5}$ с в залежності від товщини середини гранул - 0,2, 0,4, 0,6 см, б - розподіл поперечної складової напруження в початковий момент $t=10^{-5}$ с в залежності від товщини середини гранул

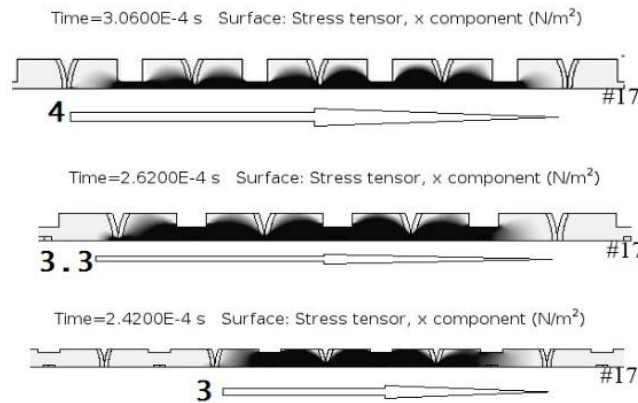


Рис. 5. Розподіл поздовжньої складової напруження в момент часу $t \sim 3 \cdot 10^{-4}$ s (в усіх випадках на ці моменти фронт хвилі підійшов до 17-ї гранули) в залежності від товщини середини гранул. Розмір компактона визначається кількістю напружених гранул - 3, 3.3, 4

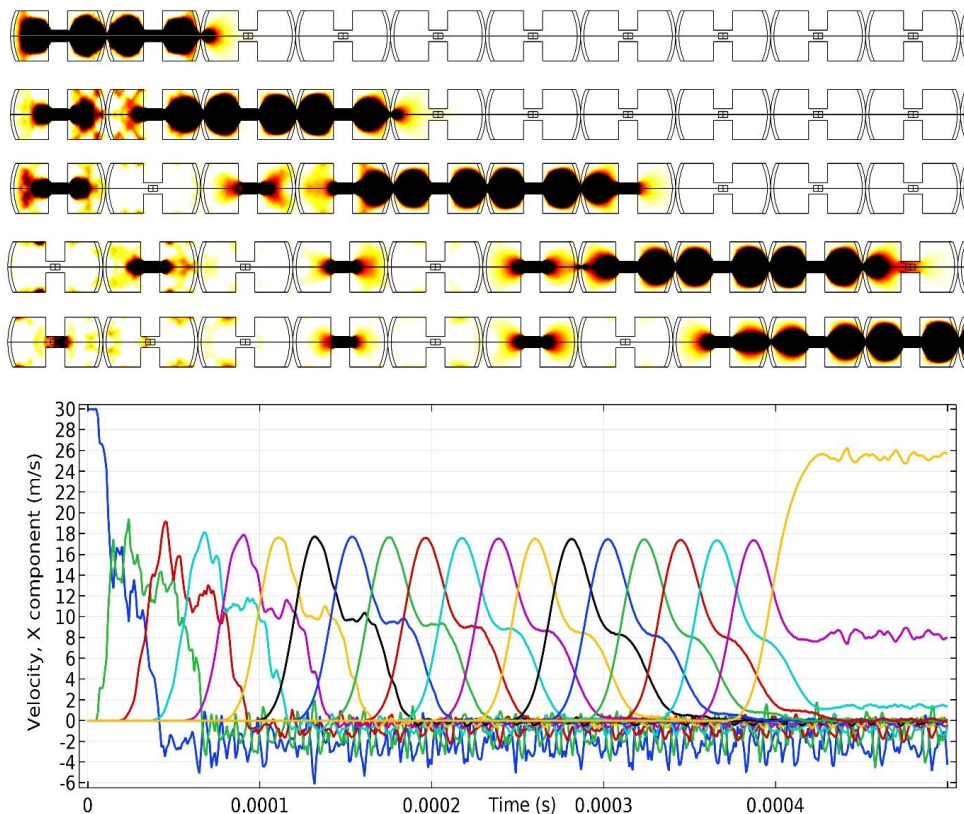


Рис. 6. Проходження хвилі напруження в ланцюгу гранул, а - розподіл поздовжньої складової напруження в ланцюгу в послідовні моменти часу, б - осцилограми масової швидкості в центрах кожної гранули при швидкості удару першою гранулою 30 м/с (до цієї швидкості прояви пластичності незначні)

Загальна картина розповсюдження хвиль в ланцюгу, отримана в результаті чисельного моделювання приведена на Рис. 6. На Рис. 7. наведено осцилограми масових швидкостей в центрах гранул для різних товщин перетинки. У випадку жорсткого з'єднання двох половин гранули (Рис. 7.3 перетинка - 0.6 см) в ланцюгу розповсюджується імпульс, близький до такого, що має місце у ланцюгах циліндричних чи сферичних гранул. У цьому випадку ударяюча гранула майже не відбивається, її зворотня швидкість на фоні коливань складає біля -0.5 м/с, після проходження імпульса по ланцюгу його енергія передається останній гранулі, котра далі рухається майже зі швидкістю ударяючої гранули, 29 м/с. У випадку найменш жорсткого з'єднання двох половин гранули (рис. 7.1 перетинка - 0.2 см та рис. 6) в

ланцюгу розповсюджується складний імпульс, котрий поступово розпадається на два солітоноподібні імпульси. В результаті на завершення процесу від ланцюга відокремлюються дві гранули зі швидкостями 26 і 8 м/с, в яких зосереджено більшість кінетичної енергії, привнесеної ударяючою гранулою. Схожа картина спостерігається на рис. 7.2.

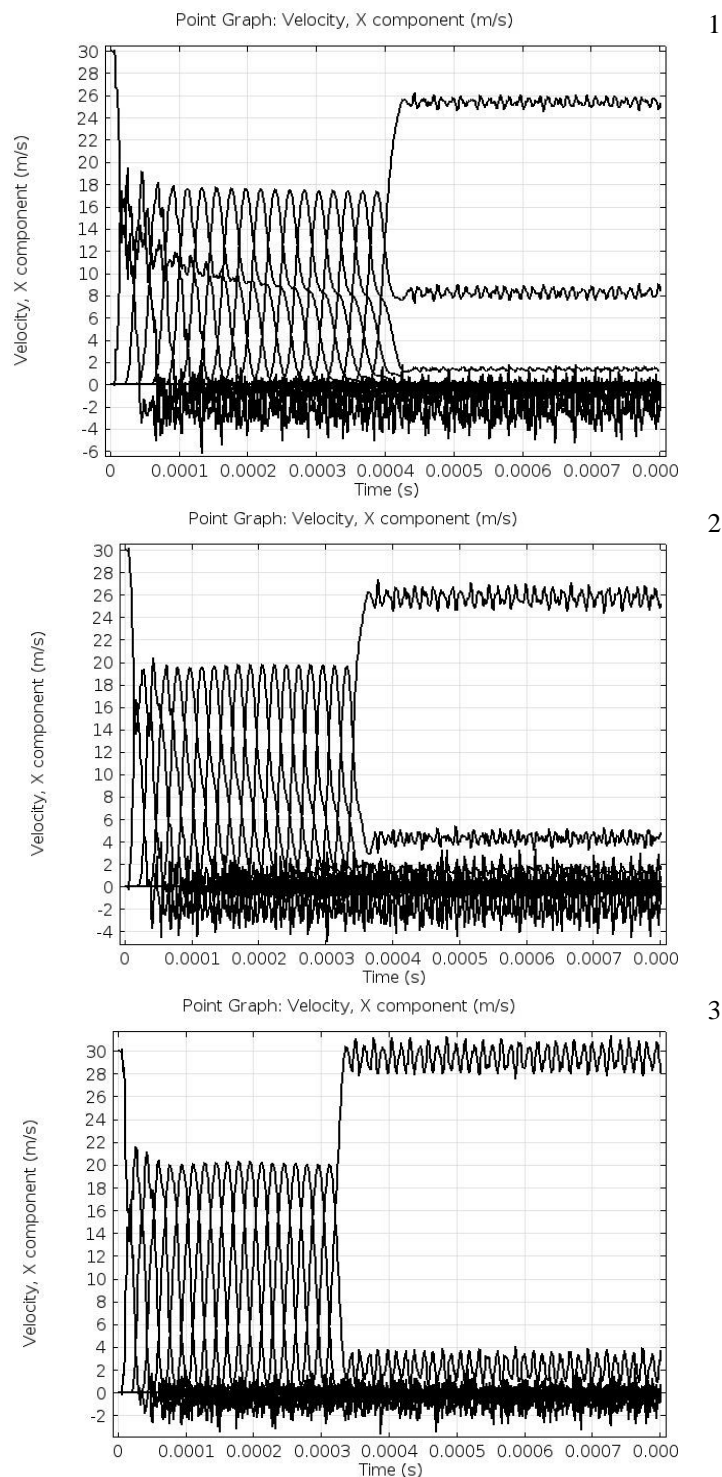


Рис. 7. Імпульси поздовжньої швидкості (зафіксовані в центрах кожної з 20-ти гранул) в залежності від товщини середини гранул, товщина центральної частини : 1 - 0.2, 2 - 0.4, 3 - 0.6 см

В усіх випадках велика частина енергії переходить у внутрішні коливання гранул, так рис. 7.1 вказує, що згідно закону збереження в коливних рухах в останні моменти часу зосереджена енергія, яку б мала одна гранула при її швидкості біля 11 м/с. Щоб проаналізувати ці коливання, додатково методом скінченних елементів була промодельована задача про власні коливання окремої гранули, з яких складається ланцюг, тобто було проведено модальний аналіз коливання кожної гранули. Власні коливання гранул з різними товщинами центральних частин приведено на рис. 8.

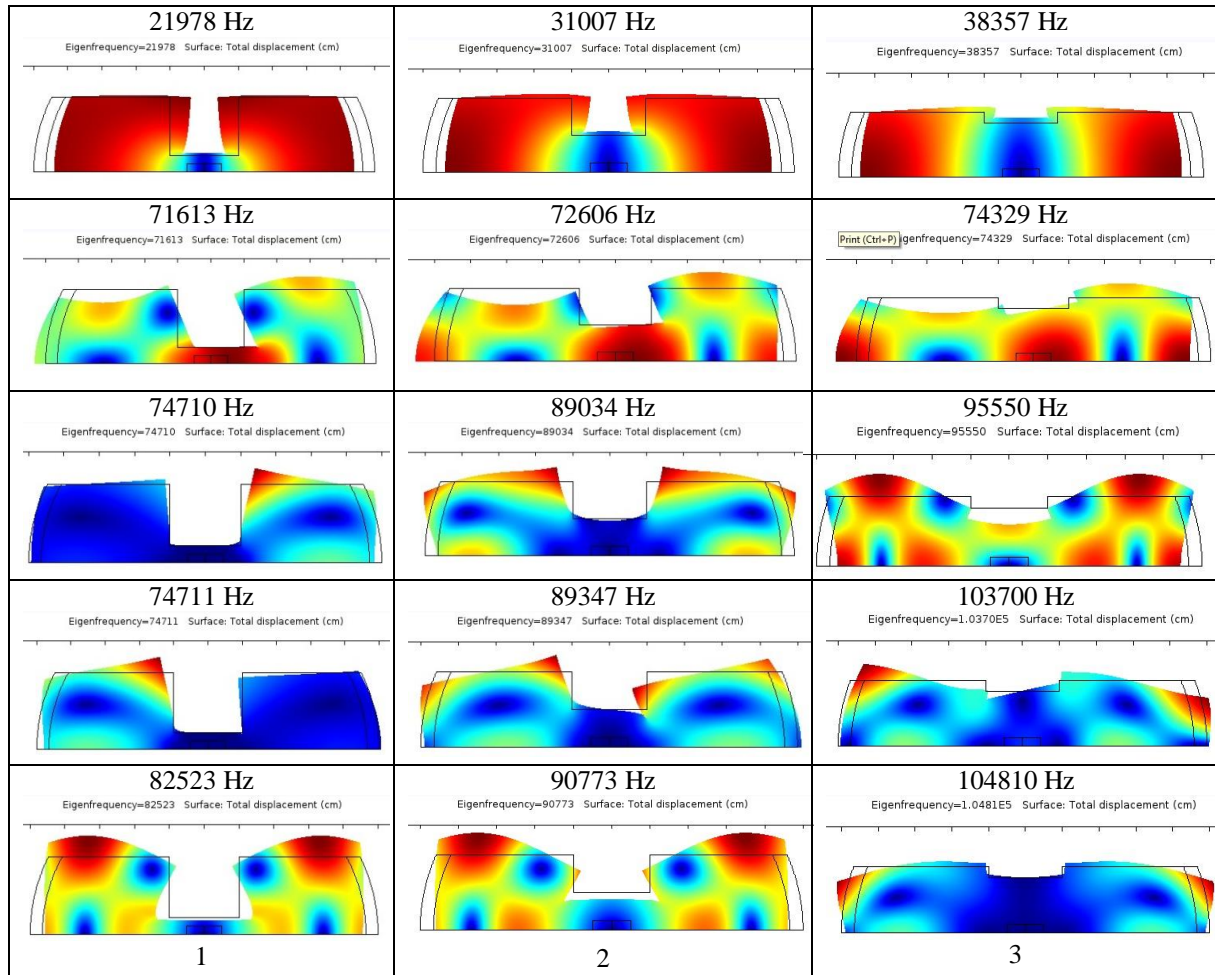
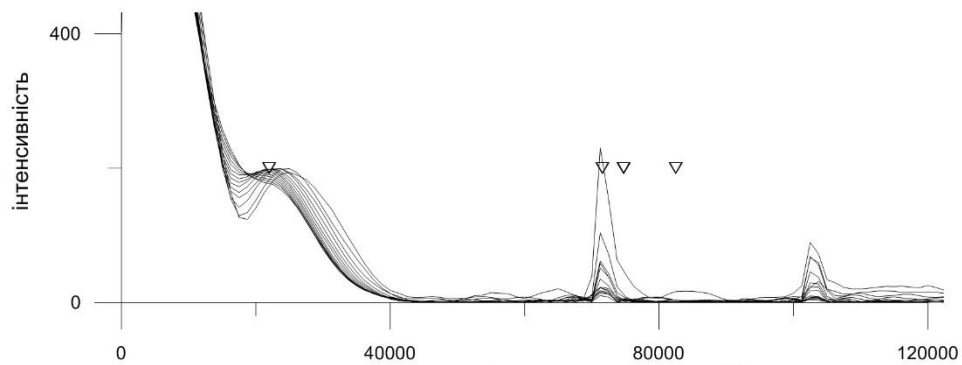


Рис. 8. Моді власних коливань гранул з різними товщинами центральних частин, та значення частот цих коливань. Товщина центральної частини : колонки 1 - 0.2, 2 - 0.4, 3 - 0.6 см

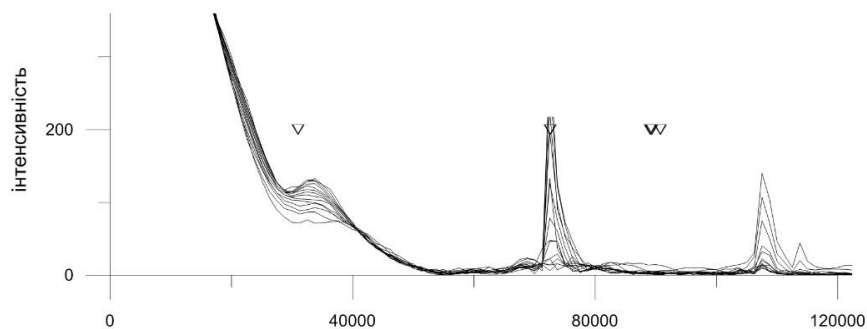
В якості завершального етапу дослідження проаналізуємо спектральні характеристики процесу, побудувавши спектри хвиль, приведених на рис. 7, та порівняємо їх з частотами власних коливань гранул. Це порівняння показує, що в спектрах всіх сигналів присутні складові від основних мод власних коливань гранул (рис. 9):



частоти спектра солітона в ланцюгу, Hz ;

▽ - власні частоти коливань гранул

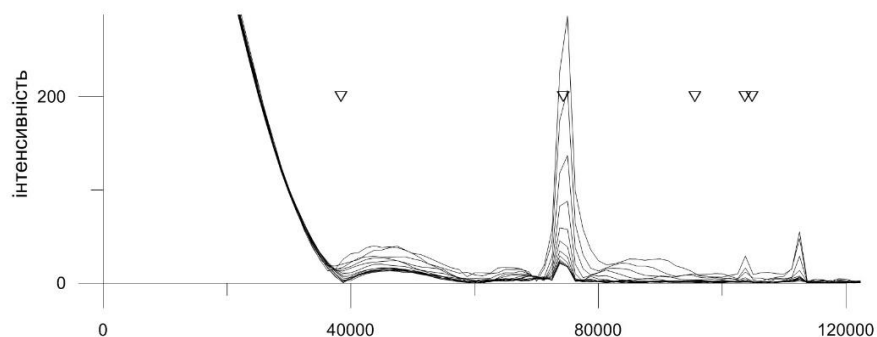
1



частоти спектра солітона в ланцюгу, Hz ;

▽ - власні частоти коливань гранул

2



частоти спектра солітона в ланцюгу, Hz ;

▽ - власні частоти коливань гранул

3

Рис. 9. Спектри поздовжньої швидкості (з рис. 7), зафіксованої в центрах кожної з 20-ти гранул в залежності від товщини середини гранул, кожна лінія відповідає інтенсивності в Фур'є розкладі імпульсу швидкості. Товщина центральної частини : 1 - 0.2, 2 - 0.4, 3 - 0.6 см. Трикутниками позначені моди і значення частоти власних коливань гранул відповідної форми (з рис. 8)

Висновки

Проведено комп'ютерне моделювання хвиль в ланцюгах плоских, контактуючих як циліндри гранул гантелеподібної форми, вивчено залежності амплітудних параметрів хвиль від форми гранул, залежності частотних параметрів хвиль (спектрів) від форми гранул, залежності фазових швидкостей хвиль від форми гранул. Встановлено, що коли ланцюг гранул складено з коливальних елементів, в ньому розповсюджується солітоноподібна хвиля, на яку накладені власні коливання гранул відповідної форми. В залежності від параметрів такого структурованого середовища проаналізовано параметри дисипації енергії та їх вплив на стійкість збурення. Встановлено, що, незважаючи на перекачування частини енергії збудженої в ланцюгу нелінійної хвилі у коливні рухи гранул на їх власних частотах, солітоноподібні імпульси не затухають, а можуть, швидше, розпадатись на декілька імпульсів.

Список використаної літератури

1. V.F. Nesterenko, J.Appl.Mech.Tech.Phys. 24, 567 (1983)
2. H. Frank Eden, P. Felsenthal, Elastic wave propagation in granular media. J. Acoust. Soc. Am., Vol. 53, No. 2, November 1973
3. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, Theory of elasticity. Vol. 7 of course of theoretical physics, 1959, p.30.
4. Д.Б. Венгрович, Исследование нелинейных процессов динамики структурированных сред. Диссертация к.ф.-м.н. Киев, 1996
5. В.А. Даниленко, І.В. Белінський, Д.Б. Венгрович, В.В. Гржибовський, В.А. Лемешко, Солітонні явища в структурованих середовищах, ДАН України, 12, 1996.
6. C. Costea and V. Gilles, On the validity of Hertz contact law for granular material acoustics. Eur. Phys. J. B 7, 155-168 (1999)
7. Multifrontal Massively Parallel sparse direct Solver <http://mumps.enseeiht.fr/>
8. Nick Gould, Penalty and augmented Lagrangian methods for equality constrained optimization. Part C course on continuous optimization.
9. Vengrovich, D.B. Tectonic and seismological settings of subduction. 16th International Conference Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects, 2017