

ДОСЛІДЖЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ ОБЕРТАННЯ ПРОМІЖНОЇ ЛАНКИ СФЕРОГЛОБОЇДНОГО СУХАРНОГО СИНХРОННОГО КАРДАННОГО ШАРНІРА

Саньоцький А. М., асистент¹, Пилипець М. І., д.т.н., проф.²

¹Тернопільський національний педагогічний університет імені В.Гнатюка

²Тернопільський національний технічний університет імені І.Пулюя,

Розглянуто співвідношення кутових швидкостей ведучої та веденої ланок карданного шарніра, а також кутової швидкості обертання проміжної ланки – глобоїдного сухаря. Визначено коефіцієнт нерівномірності кутової швидкості як відношення швидкості обертання глобоїдного сухаря до швидкості обертання ведучої карданної вилки. Наведені практичні рекомендації щодо зменшення негативних явищ, які виникають в процесі нерівномірності обертання проміжної ланки, що спричиняється появою додаткових зусиль, які впливають на всю систему загалом.

Постановка проблеми. В процесі обертання сфероглобоїдного сухарного синхронного карданного шарніра виникає нерівномірність руху проміжної ланки – глобоїдного сухаря, що призводить до виникнення негативних явищ (кутових прискорень), які спричинюють появу додаткових динамічних зусиль, що діють на сферичні кулачки. Дані зусилля при великих швидкостях та кутах нахилу валів можуть призвести до вібрацій системи із частотою вдвічі більшою за частоту обертання. З метою їх уникнення необхідно запропонувати методи щодо зменшення динамічних зусиль та виникаючих вібрацій кутової швидкості обертання глобоїдного сухаря.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження і вивчення кінематики і кутової швидкості обертання синхронних карданних шарнірів та їх вплив на передачу обертового руху в трансмісіях транспортних засобів проводили такі автори: Е. А. Чудаков, С. Н. Кожевников, П. Д. Перфильев, Я. Е. Малаховский, [1 – 7] та інші. Науковці розглядають кінематичний аналіз і кутову швидкість обертання подвійного синхронного карданного шарніра Гука з двома центрами коливання, де відсутні осьові сили, що призводять до зміщення обертових ланок при їх обертанні.

Метою статті було провести математичний розрахунок з визначенням кутового положення проміжної ланки (глобоїдного сухаря) при обертовому русі сфероглобоїдного сухарного синхронного карданного шарніра. Розглянути співвідношення кутових швидкостей ведучого та веденого валів, а також кутової швидкості обертання глобоїдного сухаря. Визначи-

ти коефіцієнт нерівномірності кутової швидкості як відношення швидкості обертання глобоїдного сухаря до швидкості обертання ведучої карданної вилки. Дослідити графічні залежності коефіцієнта кутової швидкості проміжної ланки від кута повороту ведучої ланки при різних кутових значеннях між ведучою і веденою ланками відповідно від кута повороту ведучої ланки.

Аналіз і результати досліджень. Розглянемо конструктивне виконання сфероглобоїдного сухарного синхронного карданного шарніра, представленого у двох взаємно перпендикулярних площинах з різницею по фазі обертання $\omega = 90^\circ$ (рис. 1)

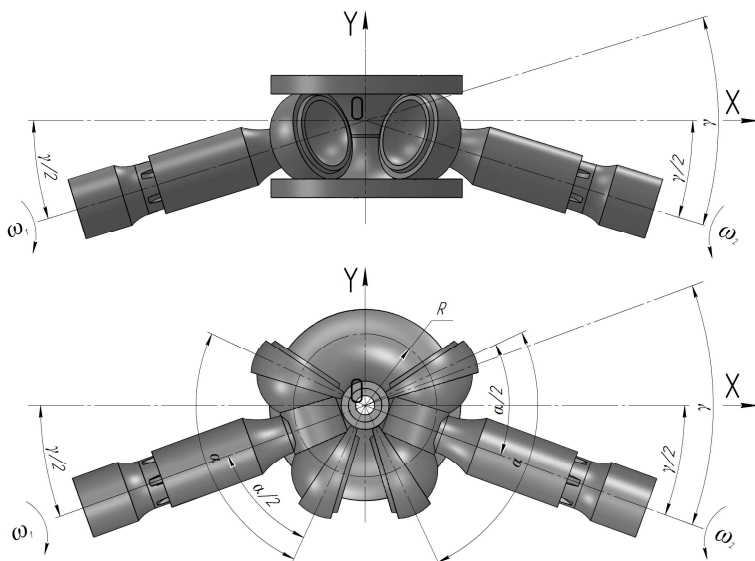


Рис. 1. Кінематична схема сфероглобоїдного сухарного синхронного карданного шарніра.

Позначимо:

α – кут, утворений радіусами, що проведені до сферичних кулачків кожної із вилок;

γ – кутове відхилення веденої ланки відносно осі ведучої;

$\varphi = \omega t$ – кут повороту ведучої ланки;

R – радіус кола лінії контакту сферичних кулачків вилок із глобоїдним сухарем.

Для спрощення математичної моделі кінематики карданного шарніра, не втрачаючи загального підходу до її аналізу, прийнемо, що система є симетричною відносно лінії, яка проходить через центр глобоїдного су-

харя, яку приймемо за вісь Y , а осі ведучої та веденої ланок лежать у одній площині. Вказана пряма є по суті бісектрисою кута, утвореного ведучою та веденою ланками. Під час розгляду такої моделі вважатимемо, що кожна вісь відхилена від горизонталі на кут $\gamma/2$ та може мати осьове переміщення відносно свого початкового положення Δ . Із симетрії випливає, що центр глобоїдного сухаря не буде мати зміщення по осі X , а тому зручно обрати початок системи координат у центрі глобоїдного сухаря, у момент часу $t=0$.

Вважатимемо, що під час обертання обидві вилки знаходяться у контакті із робочою поверхнею глобоїдного сухаря і точки контакту завжди розміщуватимуться на радіусі R . Очевидно, що центр глобоїдного сухаря може мати переміщення у площині YOZ , перпендикулярній до площини рисунка.

Симетричність та площинність моделі дає можливість вважати, що кутова швидкість ведучої та веденої ланок у будь-який момент часу і при будь-якому куті повороту є однаковою, а координати точок контакту сферичних кулачків є симетричними відносно осі Y і лежать у одній площині – площині глобоїдного сухаря.

Розглянемо співвідношення кутових швидкостей ведучої та веденої ланок, а також кутової швидкості обертання глобоїдного сухаря.

Із припущень випливає, що під час обертання ведуча і ведена ланки знаходяться у одній площині і задовольняють умовам симетрії. Тому можна вважати, що кінематика шарнірного з'єднання є симетричною, а отже кутові швидкості цих ланок є однаковими. Проте, кутова швидкість проміжної ланки (глобоїдного сухаря) є суттєво нерівномірною і залежить від конструктивних параметрів передачі.

Розглянемо проекцію карданного шарніра на площину YOZ із сторони осі X (рис. 1). Ця вісь, внаслідок симетрії, є паралельною до вектора кутової швидкості проміжної ланки. Тому кутову швидкість проміжної ланки можна обчислити з виразу для кута повороту цієї ланки φ_S :

$$\operatorname{tg} \varphi_S = \frac{Z_1 - Z_2}{Y_1 - Y_2} \quad (1)$$

Підставивши відповідні вирази для координат точок, враховуючи, що $\varphi_1 = \omega_1 t$, отримаємо вираз для обчислення кута повороту глобоїдного сухаря через кут повороту ведучої ланки:

$$\varphi_S = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg}(\omega_1 t)}{\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \right) \quad (2)$$

Кутова швидкість повороту глобоїдного сухаря ω_S визначиться шля-

хом диференціювання виразу (2) по часу:

$$\omega_s = \frac{d\varphi_s}{dt} = \omega_1 \frac{\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos^2(\varphi_1) + \sin^2(\varphi_1)} \quad (3)$$

Коефіцієнт нерівномірності кутової швидкості визначаємо як відношення швидкості обертання глобoidного сухаря ω_s до швидкості обертання вилки ω_1 . Після підстановки із (3), отримаємо:

$$K_\omega = \frac{\omega_s}{\omega_1} = \frac{\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos^2(\varphi_1) + \sin^2(\varphi_1)} \quad (4)$$

При $\gamma=0$ вираз (3) спрощується і кутові швидкості ведучої ланки і глобoidного сухаря стають однаковими.

Як видно із (4) співвідношення кутових швидкостей не залежить від кута охоплення α .

Графік залежності коефіцієнта кутової швидкості при різних кутах γ наведений на рис.2.

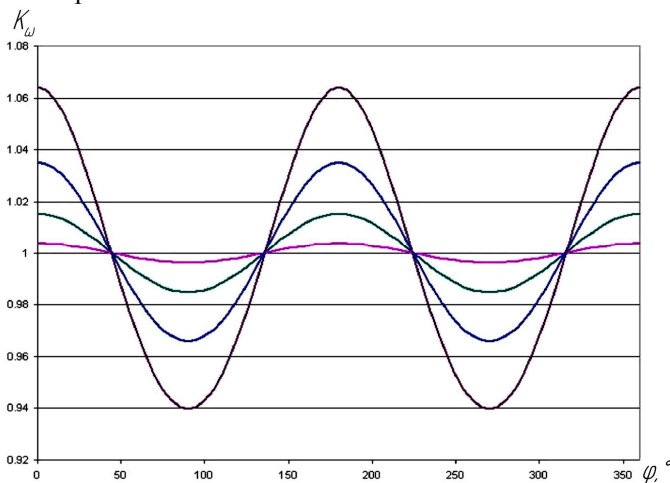


Рис. 2. Залежність коефіцієнта кутової швидкості проміжної ланки K_ω від кута повороту ведучої ланки при $\gamma = 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ$ відповідно.

Як видно із графіків рис. 2 кутова швидкість проміжної ланки коливається з частотою, вдвічі більшою, ніж частота обертання, тобто виконує одне коливання за половину кута повороту ведучої ланки, а амплітуда коливання суттєво залежить від кута нахилу γ валів.

Кутова швидкість веденої ланки визначиться за формулою:

$$\omega_2 = \frac{\omega_S}{K_\omega} = \omega_1. \quad (5)$$

Формула (5) показує, що кутові швидкості ведучої та веденої ланок однакові.

Зі сторони веденої ланки вираз для обчислення кута повороту аналогічний глобоїдного сухаря до формули (2) внаслідок симетрії системи:

$$\varphi_S = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg}(\omega_2 t)}{\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \right) \quad (6)$$

Про диференціювавши за часом вираз (6), отримаємо формулу для знаходження кутової швидкості глобоїдного сухаря, обчислену зі сторони веденої ланки:

$$\omega_S = \frac{d\varphi_S}{dt} = \omega_2 \frac{\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos^2(\varphi_2) + \sin^2(\varphi_2)} \quad (7)$$

Кутова швидкість веденої ланки ω_2 визначиться за формулою:

$$\omega_2 = \omega_S \frac{\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos^2(\varphi_2) + \sin^2(\varphi_2)}{\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \quad (8)$$

Після підстановки із (3) отримаємо:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos^2(\varphi_2) + \sin^2(\varphi_2)}{\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos^2(\varphi_1) + \sin^2(\varphi_1)}. \quad (9)$$

Формула (9) показує, що при симетричному розміщенні вилка ведучої та веденої осей кути їх повороту є рівними ($\varphi_1 = \varphi_2$), тому їх кутові швидкості однакові $\omega_2 = \omega_1$.

Нерівномірність руху глобоїдного сухаря призводить до виникнення кутових прискорень, які спричинюють появу додаткових динамічних зусиль, що діють на сферичні кулачки.

Кутові прискорення глобоїдного сухаря знайдемо диференціюванням по часу рівняння (7). Після перетворень отримаємо величину кутового прискорення ε_S :

$$\varepsilon_s = - \frac{\omega_1 \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \left(1 - \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right) \sin(2\omega_1 t)}{\left(\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos^2(\omega_1 t) + \sin^2(\omega_1 t)\right)^2}. \quad (10)$$

Записаний у формулі (10) вираз показує, що за рахунок множника $2\omega_1 t$ коливання прискорення здійснюватимуться із частотою, вдвічі більшою за частоту обертання ведучої осі. При значенні кута $\gamma=0$ чисельник виразу (10) перетворюється в нуль, що означає відсутність кутового прискорення глобоїдного сухаря при рівномірному обертанні ведучої осі. Навіть незначне відхилення від прямолінійності призводить до появи вібрацій глобоїдного сухаря.

Відповідно виникатиме додатковий динамічний момент, який діятиме на кулачки ведучої та веденої вилки:

$$T_s = J_s \varepsilon_s = - \frac{\omega_1 \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \left(1 - \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right) \sin(2\omega_1 t)}{\left(\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos^2(\omega_1 t) + \sin^2(\omega_1 t)\right)^2} J_s, \quad (11)$$

де J_s – момент інерції глобоїдного сухаря.

Ці зусилля при великих швидкостях та кутах нахилу можуть призвести до вібрацій системи із частотою вдвічі більшою за частоту обертання. Із формули (11) випливає, що амплітуда обертового моменту прямо пропорційно залежить від частоти обертання ω_1 і моменту інерції J_s . З метою уникнення додаткових динамічних навантажень доцільно зменшувати масові параметри глобоїдного сухаря (його момент інерції J_s), а також, по можливості, зменшувати швидкість обертання осей ω_1 та кут їх нахилу γ .

Висновки. Кутова швидкість проміжної ланки коливається з частотою, вдвічі більшою, ніж частота обертання, тобто виконує одне коливання за половину кута повороту ведучої ланки, а амплітуда коливання суттєво залежить від кута нахилу між валами γ . Нерівномірність руху глобоїдного сухаря призводить до виникнення кутових прискорень, які спричинюють появу додаткових динамічних зусиль, що діють на сферичні кулачки. Ці зусилля при великих швидкостях та кутах нахилу можуть призвести до вібрацій системи із частотою вдвічі більшою за частоту обертання. З метою їх уникнення доцільно зменшувати масові параметри глобоїдного сухаря (його момент інерції відносно осі X), а також за можливості зменшувати кутову швидкість та кут нахилу осей валів.

Список використаних джерел

1. Чудаков Е. А. Конструкция и расчет автомобиля / Е. А. Чудаков. – М.: Машгиз, 1951. – 433 с.
2. Кожевников С. Н. Карданные передачи / С. Н. Кожевников, П. Д. Перфильев. – Киев: «Техніка», 1978. – 264 с.

3. *Кожевников С. Н.* Механизмы / С. Н. Кожевников, Я. И. Есипенко, Я. М. Раскин – М.: Машиностроение, 1976. – 784 с.
4. *Кожевников С. Н.* Применение тригонометрических рядов к анализу карданных механизмов / С. Н. Кожевников, П. Д. Перфильев – «Теория механизмов и машин», 1973, вып. 15, с. 71–78.
5. *Малаховский Я. Е.* Карданные передачи / Я. Е. Малаховский, А. А. Лапин, Н. К. Веденеев – М.: Машгиз, 1962. – 155 с.
6. *Шарипов В. М.* Конструирование и расчет тракторов: Учебник для студентов вузов. 2-е изд. перераб. и доп. / В. М. Шарипов. – М. Машиностроение, 2009. – 752 с.
7. *Проектирование полноприводных колесных машин:* В 2 т. Учеб. для вузов / Б. А. Афанасьев, Н. Ф. Бочаров, Л. Ф. Жеглов и др.; Под общ. ред. А. А. Полунгяна. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. – 488с.

Abstract

INVESTIGATION OF ANGULAR VELOCITY COEFFICIENT OF INTERMEDIATE UNIT OF BLOCK SYNCHRONOUS CARDAN JOINT

A. M. Saneckiy, M. I. Pilipec'

The relationship of angular velocity of the driver and slave unit of the cardan joint is considered. Angular velocity of the intermediate is reviewed. Coefficient of variation angular velocity is determined. Practical recommendations to reduce the negative effects that arise in the process of variation rotation intermediate are given.

Аннотация

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО ЗВЕНА СФЕРОГЛОБОИДНОГО СУХАРНОГО СИНХРОННОГО КАРДАННОГО ШАРНИРА

А. М. Саньццкий, М., И. Пилипец,

Рассмотрено соотношение угловых скоростей ведущего и ведомого звена карданного шарнира, а также угловой скорости вращения промежуточного звена – глобоидного сухаря. Определенно коэффициент неравномерности угловой скорости. Приведенные практические рекомендации относительно уменьшения негативных явлений, которые возникают в процессе неравномерности вращения промежуточного звена, что влечется появлением дополнительных усилий, которое влияет на всю систему в целом.