

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВПЛИВУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ НАГРІВАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ЕЛЕКТРООБІГРІВНОЇ ПІДЛОГИ НА ТЕПЛОВИЙ РЕЖИМ ЇЇ ПОВЕРХНІ

Романченко М. А.

*Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка*

*Запропоновано математичну модель процесу впливу теплопровідності нагрівальної структури електрообігрівної підлоги на тепловий режим її поверхні.*

**Постановка проблеми.** Перспективним напрямом інтенсифікації виробництва конкурентоспроможної продукції тваринництва є створення енергозберігаючих, автоматизованих електротехнологічних комплексів для надійного децентралізованого забезпечення в виробничих тваринницьких спорудах (ВТС) якісних показників мікроклімату. Мова йде про застосування технологій електротеплоаккумуляційного опалення ВТС електрообігрівними підлогами, які працюють за концептуальною схемою теплозабезпечення «знизу вгору». Побудова таких комплексів пов'язана з проблемою визначення раціональних теплоаккумуляційних властивостей, геометричних параметрів, структури та енергоефективних режимів роботи теплогенеруючих силових установок, а також алгоритмів і програм функціонування їх систем керування енергопотоків живлення нагрівальних елементів, які б забезпечували термостабілізацію заданих рівнів впливу температури на об'єкти протягом виробничого циклу, оптимальне енергоакмулювання та енергозберігаючий режим роботи з урахуванням дії внутрішніх факторів і зовнішніх метеорологічних умов [1, 2, 7].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз вітчизняної і зарубіжної науково-технічної літератури, свідчить про те, що в більшості наукових розробок, щодо електротеплоаккумуляційних опалювальних систем виробничих споруд дослідники йшли шляхом розв'язання прямих задач теплопровідності з метою визначення теплотехнічних характеристик, режимів роботи електронагрівальних модулів та геометричних параметрів указаних систем. Такий шлях досліджень ускладнює або принципово унеможливує розв'язання задач чіткого дотримання стандартів на обігрів поверхні підлоги за умови раціонального і ефективного використання енергоресурсів. Це пояснюється тим, що в алгоритм, а відповідно і в програму розв'язання прямих задач теплопровідності неможливо внести дискретну інформацію, яка відображає задані нормативи стандартів на обігрів поверхні підлоги [5, 6, 7].

**Мета статті** - розробка математичного моделювання процесу впливу теплопровідності нагрівальної структури електрообігрівної підлоги на тепловий режим її поверхні.

**Основні матеріали дослідження.** На рис. 1 представлено коректно спрощена фізична модель багат шарової електрообігрівної підлоги розташованої нижче рівня підлоги, яка складається з N-однорідних шарів серед яких є пасивні і активні з підведенням електроенергії.

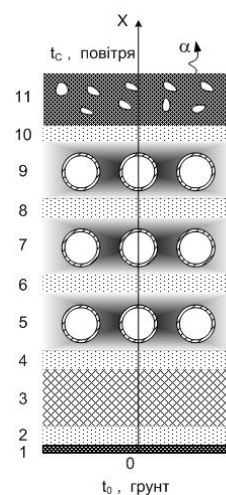


Рисунок 1 – Поперечний переріз багат шарової електрообігрівної підлоги

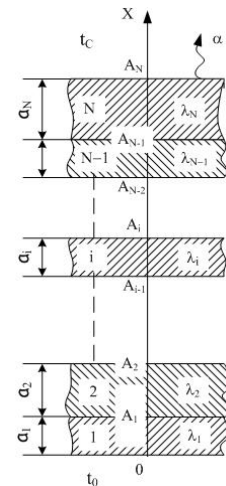


Рисунок 2 – Схема структури гріючої підлоги

Центральним питанням при вирішенні згаданої проблеми є постановка і розв'язання відповідних зворотних задач теплопровідності по визначенню енергокомпонент що підводяться до блоків m-ярусів нагрівальних елементів обігрівних секцій. Саме зворотні задачі теплопровідності дозволяють внести в свою постановку задані стандарти на нагрів поверхні підлоги в якості даних теплофізичного експерименту. У поперечних напрямках (у площині шарів) система передбачається однорідною, потоки тепла є градієнти температур і мають місце тільки в напрямку нормалі до представленої системи - уздовж осі OX.

Нехай  $t_n$  – температура поверхні підлоги – одна із шуканих величин (або параметр задачі), тоді при температурі повітря в приміщенні  $t_c$ , відмінної від  $t_n$ , на поверхні підлоги в площині  $x=A$  буде мати місце конвективний теплообмін з повітряним середовищем приміщення [1, 6]. Будемо вважати, що цей процес підкоряється закону Ньютона-Ріхмана: питомий потік тепла з поверхні нагрівальної системи (НС) пропорційний температурному напору (різниці температур поверхні підлоги й повітряного середовища):

$$q = \alpha \cdot (t_n - t_c), \quad (1)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну.

У реальних умовах виробничих приміщень для утримання тварин при наявності вентиляції величина коефіцієнта тепловіддачі може приймати значення в

досить широкому інтервалі 5 .. 15  $Bm \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$  [5, 6]. Нижня поверхня НС (це дно траншеї), що знаходиться в площині  $x=0$  (на глибині  $A$ ), термостатована глибинним теплом землі при фіксованій температурі  $t_0 = \text{const}$ . Величина цієї температури залежно від сезону й глибини траншеї лежить у межах 5-10 °С [5].

У кожному із шарів температурний розподіл (частковий розподіл)  $u_i(x)$  повинен задовольняти рівнянню теплопровідності, що у розглянутому стаціонарному випадку для одномірної структури має вигляд:

$$\frac{d^2 u_i}{d\xi^2} = -w_i, \quad (2)$$

де  $\xi = x$  – нормована координата, всі лінійні розміри пронормовані на величину  $A=A_N$  – повну глибину (висоту) структури;

$d_i=x_i-x_{i-1}$  – кожен шар характеризується товщиною, щільністю потужності розподілених джерел  $p_i$ ,  $Bm/m^3$ ;

$\lambda_i$ ,  $Bm \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$  – коефіцієнтом теплопровідності;

$w_i=p_i^2/\lambda_i$  – нормована щільність потужності розподілених джерел  $i$ -го шару;

$r_i^*$  – термічні контактні опори на його границях.

Крім того, шукана функція повинна задовольняти крайовим умовам (при  $x = 0$  й  $x = A$ ) і умовам сполучення на границях шарів ( $x=A_i$ ,  $i = 1 \dots N-1$ ,  $A_i$  – координати границь шарів):

$$u_1 = t_0 + \frac{r_0^* \lambda_1}{A} \frac{du_1}{d\xi}, \quad \text{нпу } \xi = 0, \quad (3)$$

$$t_c - u_N|_{\xi=0} = Bi^{-1} \frac{du_N}{d\xi}|_{\xi=0}, \quad \text{нпу } \xi = 1 \quad (4)$$

$$u_{i+1} - u_i = \frac{r_i^* \lambda_{i+1}}{A} \frac{du_{i+1}}{d\xi}|_{\xi=0}, \quad \text{нпу } \xi = \xi_i \quad (5)$$

$$\lambda_i \frac{du_i}{d\xi}|_{\xi=0} = \lambda_{i+1} \frac{du_{i+1}}{d\xi}|_{\xi=0}, \quad \text{нпу } \xi = \xi_i \quad (6)$$

де  $Bi = \alpha \cdot A / \lambda_N$  – критерій Біо.

Математична модель теплопередачі багатошарової структури побудована, виходячи із прийнятої фізичної моделі – граничної задачі теплопровідності (2)-(6), і зведена до системи 2-N лінійних неоднорідних рівнянь. Її рішення (температура) являє собою кусочно-безперервну функцію координати  $x$ , товщин шарів  $d_i$ , їх теплопровідностей і потужності джерел тепла. У межах кожного шару рішення рівняння теплопровідності знаходиться у аналітичному вигляді – профіль температури, який описується квадратичною функцією координати виду:

$$u_i(\xi) = -\frac{1}{2} w_i \xi^2 + C_i \xi + D_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

де  $C_i$ ,  $D_i$  – шукані коефіцієнти, які визначаються з рішення граничної задачі.

Для пасивних шарів параметр  $w_i$  дорівнює нулю, і температурний профіль описується лінійною функцією координати.

Квазидіагональний вигляд системи рівнянь дозволив одержати вираз для коефіцієнтів  $C_i$ ,  $D_i$  у замкнутому виді:

$$C_i = \hat{\delta}_i w_i + \frac{1}{\lambda_i} f_i; \quad i = 1, 2, \dots, N-1;$$

$$C_N = \frac{T_c - T_0 + \left(\frac{1}{2} + Bi^{-1}\right) \cdot w_N + \sum_{n=1}^{N-1} \left( \widehat{W}_n - W_n \sum_{j=1}^n R_j \right)}{Bi^{-1} + \lambda_N \sum_{j=1}^N R_j};$$

$$D_1 = T_0;$$

$$D_i = T_0 + \sum_{j=1}^{i-1} \left[ \widehat{W}_j + \hat{\delta}_j \left( \frac{1}{\lambda_j} - \frac{1}{\lambda_{j+1}} \right) \cdot f_j \right]; \quad i = 2, 3, \dots, N-1, \quad (8)$$

$$D_N = T_c + \left(\frac{1}{2} + Bi^{-1}\right) \cdot w_N - (1 + Bi^{-1}) \cdot C_N;$$

де

$$R_i = \frac{\delta_i}{\lambda_i}; \quad \delta_i = \frac{a_i}{A}; \quad \hat{\delta}_i = \sum_{j=1}^i \delta_j \equiv \xi_i; \quad (9)$$

$$W_i = \hat{\delta}_i \cdot (\lambda_i \cdot w_i - \lambda_{i+1} \cdot w_{i+1}); \quad \widehat{W}_i = \frac{1}{2} \hat{\delta}_i^2 \cdot (w_i - w_{i+1}); \quad (10)$$

$$f_j = \lambda_N \cdot (C_N - w_N) + \sum_{n=j+1}^N \lambda_n \delta_n w_n. \quad (11)$$

При обліку термічних контактних опорів між шарами співвідношення (8)-(11) будуть модифіковані. Так, наприклад, вираз для коефіцієнта  $C_N$  приймає вид:

$$C_N = \lambda_N^{-1} \left[ \frac{t_c - t_0 - W}{R^* + R + (\lambda_N Bi)^{-1}} \right], \quad (12)$$

$$R^* = \sum_{i=1}^N r_{i-1}^*, \quad R = \sum_{i=1}^N r_i$$

де – відповідно загальний термічний опір міжшарових контактів і загальний термічний опір всієї багатошарової структури;

$W$  - виражається через потужності джерел і термічні опори:

$$W = \frac{1}{2} P_N \left[ \sum_{i=1}^{N-1} (r_{i-1}^* + r_i) + r_{N-1}^* - (\lambda_N Bi)^{-1} \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} P_i \left[ \sum_{j=1}^i (r_{j-1}^* + r_j) + r_i^* \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} P_{i+1} \sum_{j=1}^i (r_{j-1}^* + r_j).$$

Інші коефіцієнти  $C_i$  і всі коефіцієнти  $D_i$  визначаються також за допомогою рекурентних формул. Таким чином, задача теплопровідності для багатошарової активної системи, що складається з довільного числа  $N$  шарів, серед яких може бути деяке число  $K \leq N$  активних шарів, вирішена в замкнутому виді.

Розглянута фізична модель є лінійною, температурний профіль по перетину системи внаслідок теплопередачі має вигляд кусочно-безперервної залежності температури від координати, і її тепловий режим підкоряється принципу суперпозиції. При цьому температура поверхні підлоги  $t_n$ , що далі буде нас ціка-

вити насамперед, очевидно визначається тепловими внесками всіх джерел, наявних у системі:

$$t_n = a_0 t_0 + a_c t_c + \sum_{i=1}^m k_i P_i, \quad (13)$$

де  $m \leq N$  – кількість активних шарів N-шарової нагрівальної системи;

$P_i, \text{Вт/м}^2$  – сумарна питома потужність джерел, розподілених в i-м шарі на одиниці площини;

$a_0, a_c, k_i$  – вагові коефіцієнти, обумовлені умовами теплообміну в системі й значеннями теплофізичних характеристик шарів.

Співвідношення (13) може бути використано для визначення потужності джерел по заданих температурах навколишнього середовища  $t_c, t_0$  і температурі поверхні підлоги  $t_n$ .

На рис. 3 представлено профілі розподілу температури в нагрівачому масиві електрообігрівної підлоги при підведенні електроенергії або в 1-й (верхній ярус), або 2-й, або 3-й ярус (питома потужність в кожному випадку становить  $90 \text{ Вт/м}^2$ ).

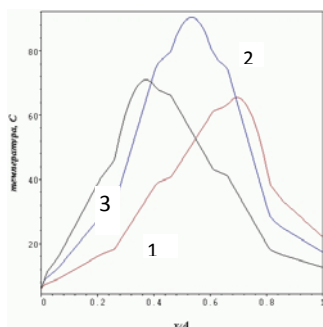


Рисунок 3 – Профілі температури в масиві НС електрообігрівної підлоги.

Достовірність математичної моделі і її комп'ютерної версії підтверджена шляхом перевірки відповідності її закону збереження енергії: енергія, що витрачається на нагрівання НС, створює теплові потоки в ґрунт ( $x < 0$ ) і повітряне середовище ( $x > A$ ). При цьому, дійсно, повинна виконуватися рівність:

$$P = Q_1 + Q_{11}, \quad (14)$$

де  $P$  – потужність джерел у НС ( $\text{Вт/м}^2$ );

$Q_1, Q_{11}$  – відповідно потоки потужності в ґрунт із 1-го шару й у повітряне середовище з 11-го шару.

Виконано розробку комп'ютерної моделі теплопередачі в багатошаровій структурі, яка складається з довільної кількості плоских шарів з довільними теплофізичними характеристиками. Проведено її тестування, розрахунок і аналіз серій розподілів температури для різних режимів нагрівання.

**Висновки.** Комп'ютерна модель розглянутої теплофізичної моделі виконана в ряді процедур, які дозволяють проводити числовий аналіз температурних розподілів теплових потоків, визначити оптимальне підведення енергії для одержання заданих теплових режимів на поверхні системи, виконувати аналітичні

перетворення у тому числі одержувати необхідні при досліджуванні та проектуванні системи аналітичні і функціональні залежності для прямих і зворотних співвідношень параметрів задачі.

#### Список використаних джерел

1. Круковский П. Г. Тепловые режимы полов различных конструкций с электрокабельными системами обогрева / П. Г. Круковский, Н. П. Тимченко, О. Ю. Судак [и др.] // Промышл. теплотехн. – 2002. – Т. 24. – № 1. – С. 10-16.
2. Пат. 63667А UA, МКІ А 01 К 1/015. Установка для забезпечення теплового режиму виробничих приміщень і споруд / М. А. Романченко, А. П. Слесаренко, О. С. Сорока [и др.] // (UA). – №2003054650. - Заявл. 22.05.2003. - Опубл. 15.01.2004. - Бюл. № 1. – 2.
3. Романченко М. А. Энергозберігаючі електротехнології забезпечення стандартів теплового режиму виробничих споруд АПК з електрообігрівними підлогами / М. А. Романченко, Д. І. Мазоренко, А. П. Слесаренко [и др.] // Електрифік. та автоматиз. сільського господарства. – 2006. - № 2. – С. 82-92.
4. Табунщиков Ю. А. Энергоэффективные здания: мировой и отечественный опыт / Ю. А. Табунщиков // Энергия. – 2004. - № 10. – С. 20-28. - № 11. – С. 26-29.
5. Мотес Э. Микроклимат животноводческих помещений / Э. Мотес.- М.: Колос, 1976. – 190 с.
6. Драганов Б. Х. Теплотехника и применение теплоты в сельском хозяйстве / Б. Х. Драганов, В. А. Кузнецов, С. П. Рудобашта. - М.: АПИ, 1986. – 463 с.
7. Маляренко В. А. Основы теплофизики будівель та енергозбереження / В. А. Маляренко. - Х.: "Видавництво САГА", 2009. – 484 с.

#### Аннотация

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЛИЯНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРООБОГРЕВАЕМОГО ПОЛА НА ТЕПЛОВЫЙ РЕЖИМ ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ

Романченко Н. А.

*Предложена математическая модель процесса влияния теплопроводности нагревательной структуры электрообогреваемого пола на тепловой режим ее поверхности.*

#### Abstract

#### MATHEMATICAL MODELING OF THE THERMAL CONDUCTIVITY OF FLOOR HEATING STRUCTURE ON ITS SURFACE HEAT MODE

N. Romanchenko

*A mathematical model of the effect of the thermal conductivity structure of floor heating on the thermal mode of the surface.*