

УДК 629.114.2

К ВОПРОСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ МОТОАГРЕГАТА

Овсянников С.И. канд. техн. наук, доцент

*(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства
имени Петра Василенко)*

Рассмотрены вопросы пространственного перемещения мотоагрегата. Предложены зависимости для определения координат перемещения агрегата в пространстве, определения кинетической энергии и выполненной работы мотоагрегатом.

Миниагротехника (МАТ) все больше находит применение в сельском, лесном, коммунальном хозяйствах, а также в строительстве. Согласно классификации [1] к миниагротехнике относятся мотоагрегаты на базе мотоблоков и мотоорудия. МАТ используется на небольших по размерам участках, где применение традиционных машин и агрегатов не целесообразно или вообще не возможно.

Для определения оптимальных конструктивных параметров, выполнения расчета машин, прогнозирования их технических и технологических возможностей очень важным элементом является выбор расчетной схемы и математической модели, учитывающей физические свойства и конструктивные параметры основных узлов, органов управления, а также физико-механических свойств опорного основания [2 - 4]. Известные математические модели [6, 7] движения с.-х. агрегатов не применимы к мотоагрегатам, т.к. не учитывают в тяговой динамике взаимодействие оператора с агрегатом.

Выполнив обзор основных исследований и публикаций по данному вопросу, установлено, что в работе [1] представлена классификация МАТ в зависимости от массы, мощности двигателя и взаимодействия с оператором. В работе [5] обосновано необходимость рассматривать работу МАТ как систему «оператор – мотоагрегат - среда», выделены основные подсистемы, установлены силовые, кинематические, динамические связи между подсистемами, информационные процессы, поступающие к оператору, управляющие действия оператора. Но в работе не рассмотрены расчетные схемы и модели взаимодействия структурных подсистем и элементов системы.

Поэтому, **целью** данной работы является обоснование основных принципов и методов моделирования динамических процессов, возникающих при движении мотоагрегатов.

Результаты работы. Мотоагрегат в общем случае состоит из мотоблока с двумя опорными колесами с осью вращения в точке O' (рис. 1) и сельхозорудия. Крепление орудия к мотоблоку осуществляется при помощи стыковочного устройства, на схеме обозначено точкой B . Центр масс мотоблока расположен в точке C , а сельхозорудия – в точке D .

В процессе движения по пересеченной местности мотоагрегат совершает сложное движение, которое можно представить как поступательное (переносное) движение остова мотоблока и вращательное движение относительно оси вращения колес (рис. 1), поступательное перемещение сельхозорудия относительно остова мотоблока и вращательное относительно точки крепления орудия к мотоблоку.

Для математического моделирования пространственного перемещения мотоагрегата введем три правые ортогональные системы координат:

- инерциальную систему координат (ИСК) $OXYZ$ – неподвижную систему координат, относительно которой происходит перемещение остова мотоблока;

- связанную систему координат мотоблока (ССКМ) $O'X'Y'Z'$ – неизменно связанную с корпусом мотоблока и имеющую начало посередине оси вращения колес. Ось $O'X'$ направлена вперед по ходу движения мотоблока и совпадает с его продольной осью, ось $O'Z'$ направлена по местной вертикали вверх, ось $O'Y'$ дополняет ССК до правой;

- подвижную систему координат мотоблока (ПСКМ) с центром на оси вращения колес $O_m'X_m'Y_m'Z_m'$, представляющую собой систему ортогональных координатных осей неизменного направления. Оси этой системы координат перемещаясь вместе с остовом мотоблока, остаются все время параллельными неподвижным осям ИСК. Положение осей ССКМ относительно ПСКМ характеризует угловую ориентацию корпуса машины в пространстве;

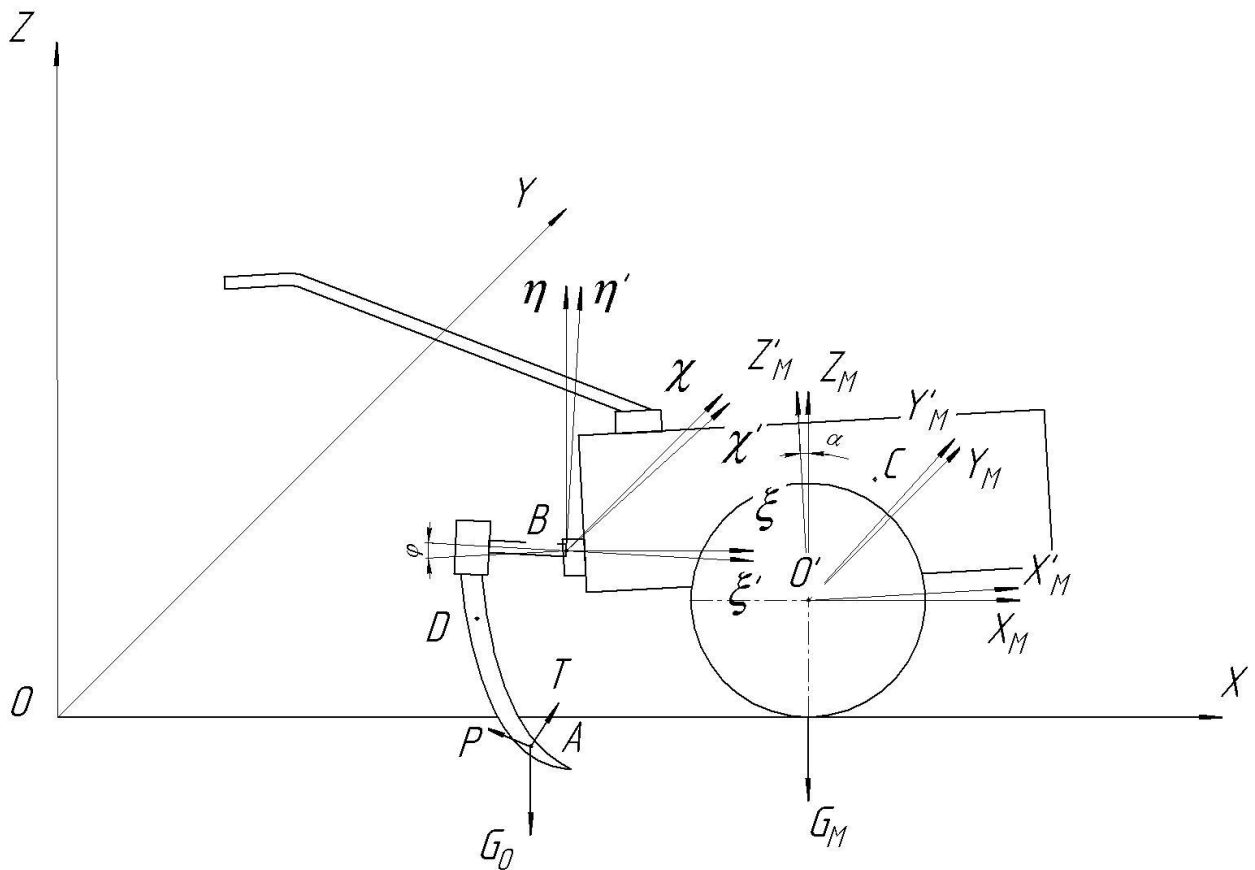


Рис. 1. Системы координат, определяющие ориентацию мотоблок и орудия в пространстве при движении мотоагрегата.

- связанную систему координат орудия (ССКО) $B\xi\chi\eta$ - неизменно связанную с корпусом с.-х. орудия и имеющую начало в точке крепления орудия к остову мотоблока;

- подвижную систему координат орудия (ПСКО) $B\xi'\chi'\eta'$ с центром в точке B крепления орудия к остову мотоблока, представляющую собой систему ортогональных координатных осей неизменного направления. Оси этой системы координат перемещаясь вместе с корпусом сельхозорудия остаются все время параллельными неподвижным осям ИСК. Положение осей ССКО относительно ПСКО характеризует угловую ориентацию орудия в пространстве.

В данной работе рассматривается прямолинейное движение мотоагрегата без увода в стороны.

Движения агрегата опишем уравнением Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial N}{\partial q_i} \quad (1)$$

где Q_i – обобщенная работа, выполняемая агрегатом:

$$Q_i = \frac{\delta A}{\delta q_i}$$

здесь δA - работа сил, действующих на агрегат;

q_i – обобщенные координаты перемещения.

Для описания пространственного перемещения агрегата необходимо измерять угловые скорости отклонения остова и линейные ускорения движения. Для этого примем следующие обозначения:

α – угол поворота ССКМ относительно ПСКМ в продольной плоскости;

φ - угол поворота ССКО относительно ССКМ, т.е. отклонение корпуса орудия в продольной плоскости относительно остова мотоблока в месте крепления орудия;

β - угол поворота ССКО относительно ПСКО, т.е. угол отклонения корпуса сельхозорудия в продольной плоскости относительно подвижной системы координат орудия (ПСКО): $\beta = \varphi + \alpha$.

Определение углов отклонения при пространственном перемещении агрегата выразим в матричной форме:

$$\begin{aligned} A_\alpha &= \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \\ A_\varphi &= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

Выделим основные точки агрегата и обозначим их через координаты соответствующих систем:

- A – точка приложения результирующей силы реакции грунта на орудие: ξ_A, η_A ;

- B – точка присоединения сельхозорудия к мотоблоку: ξ_B, η_B ;

- C – центр масс мотоблока: X_{MC}, Z_{MC} ;

- D – центр масс орудия: ξ_D, η_D ;

- O' – ось вращения колес мотоблока: $X_{O'}, Y_{O'}$;

Преобразование координат между системами отсчета в зависимости от углов поворота выполняется в матричной форме [8]:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X_M \\ Z_M \end{pmatrix} &= A_\alpha \left[\begin{pmatrix} X \\ Z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X'_O \\ Y'_O \end{pmatrix} \right] \\ \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} &= A_\varphi \left[\begin{pmatrix} X_M \\ Z_M \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \xi_B \\ \eta_B \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Кинетическая энергия перемещения сельхозорудия складывается из кинетической энергии поступательного перемещения центра масс орудия и энергии вращательного движения относительно центра масс:

$$T_O = \frac{J_D(\dot{\varphi} + \dot{\alpha})}{2} + \frac{m_D(\dot{X}_D^2 + \dot{Z}_D^2)}{2} \quad (4)$$

где J_D – момент инерции орудия относительно центра масс;

m_D – масса орудия;

\dot{X}_D, \dot{Z}_D – проекции линейной скорости перемещения центра масс орудия относительно ИСК OXZ .

Проекции линейной скорости определяются на основании уравнения (3). Выразив первую систему уравнений относительно (X, Z) и продифференцировав по времени, получим:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_D \\ \dot{Z}_D \end{pmatrix} = A_\alpha^T \begin{pmatrix} \dot{X}_{MD} \\ \dot{Z}_{MD} \end{pmatrix} + \dot{A}_\alpha^T \begin{pmatrix} \xi_D \\ \eta_D \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{X}_{O'} \\ \dot{Z}_{O'} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $\dot{A}_\alpha = \dot{\alpha} \begin{pmatrix} -\sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & -\sin \alpha \end{pmatrix}$ – производная матрицы A_α по времени;

$\begin{pmatrix} \dot{X}_{MD} \\ \dot{Z}_{MD} \end{pmatrix} = \dot{A}_\varphi^T \begin{pmatrix} \xi_D \\ \eta_D \end{pmatrix}$ – линейная скорость точки D в ССКМ $O'XZ$;

$\dot{A}_\varphi = \dot{\varphi} \begin{pmatrix} -\sin \varphi & -\cos \varphi \\ \cos \varphi & -\sin \varphi \end{pmatrix}$ – производная матрицы A_φ по времени;

$\begin{pmatrix} X_{MD} \\ Z_{MD} \end{pmatrix} = A_\varphi^T \begin{pmatrix} \xi_D \\ \eta_D \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{MB} \\ Z_{MB} \end{pmatrix}$ – координаты точки D в ССКМ $O'XZ$.

Кинетическая энергия перемещения остова мотоблока состоит из кинетической энергии поступательного перемещения центра масс остова и энергии вращательного движения относительно центра масс:

$$T_M = \frac{J_c(\dot{\alpha}^2)}{2} + \frac{m_c(\dot{X}_c^2 + \dot{Z}_c^2)}{2}, \quad (6)$$

где J_c – момент инерции остова мотоблока относительно его центра масс;

m_c – масса мотоблока;

\dot{X}_c, \dot{Z}_c – проекции линейной скорости перемещения центра масс мотоблока в ИСК OXZ .

Проекции линейной скорости перемещения центра масс определяются аналогично (5):

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_C \\ \dot{Z}_C \end{pmatrix} = A_{\alpha}^T \begin{pmatrix} X_{MC} \\ Z_{MC} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{X}_{O'} \\ \dot{Z}_{O'} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Кинетическая энергия перемещения колес состоит из кинетической энергии перемещения центра масс колес и энергии вращения колес относительно их центра:

$$T_K = \frac{J_{O'} \dot{X}_{O'}^2}{2R^2} + \frac{m_{O'} (\dot{X}_{O'}^2 + \dot{Z}_{O'}^2)}{2} \quad (8)$$

где $J_{O'}$ – момент инерции колес относительно их центра масс;

$m_{O'}$ – масса колес;

$\dot{X}_{O'}$, $\dot{Z}_{O'}$ - проекции линейной скорости перемещения центра масс колес относительно ИСК OXZ.

Потенциальная энергия силы упругости крепления орудия:

$$N = \frac{\mu \varphi^2}{2} \quad (9)$$

где μ - коэффициент упругости.

Виртуальная работа от сил, действующих на рабочие органы орудия:

$$\delta A_1 = P \delta \xi_0 + T \delta \eta_0, \quad (10)$$

где виртуальное перемещение равно:

$$\begin{pmatrix} \delta \xi_0 \\ \delta \eta_0 \end{pmatrix} = A_{\delta \varphi} \left[\begin{pmatrix} X_{MA} \\ Z_{MA} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_{MB} \\ Z_{MB} \end{pmatrix} \right] + A_{\varphi} A_{\delta \alpha} \left[\begin{pmatrix} X_A \\ Z_A \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_{O'} \\ Z_{O'} \end{pmatrix} \right] + A_{\varphi} A_{\alpha} \begin{pmatrix} \delta X \\ \delta Z \end{pmatrix}; \quad (11)$$

Виртуальная работа сил трения качения, вязкого трения и момента на оси колеса равна:

$$\delta A_2 = \frac{M_O}{R} \delta X - \frac{f G_M}{R} \delta X - \frac{\beta \dot{X}_{O'}}{R^2} \delta X \quad (12)$$

где f – коэффициент силы трения качения;

M_O – момент сил, приложенных к оси колес;

β - коэффициент силы вязкого трения на оси колес;

G_M – сила веса, приходящаяся на колесо.

Если мотоблок движется по горизонтальной поверхности и колеса не отрываются от поверхности движения, то виртуальная работа силы G_M равна нулю.

Виртуальная работа силы G_O равна:

$$\delta A_3 = G_{MX_M} \delta \xi + G_{MZ_M} \delta \eta \quad (13)$$

где $\begin{pmatrix} G_{MX_M} \\ G_{MZ_M} \end{pmatrix} = A_\varphi A_\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ -G \end{pmatrix}$.

Силы веса агрегата, приходящиеся на орудие G_O и мотоблок G_M , определяются как:

$$G_O = mgd_1 \quad (14)$$

$$G_M = mgd_2 \quad (15)$$

где m – масса агрегата;

g – ускорение свободного падения;

d_1, d_2 – горизонтальная проекция расстояния от центра масс агрегата соответственно до точки O' и точки A :

$$d_1 = \frac{X_{O'} - X_M}{X_{O'} - X_A}$$

$$d_2 = \frac{X_M - X_A}{X_{O'} - X_A}$$

здесь X_M – продольная координата центра масс агрегата в ИСК.

Суммарная кинетическая энергия системы равна:

$$T = T_1 + T_2 + T_3. \quad (16)$$

Виртуальная работа агрегата равна:

$$\delta A = \delta A_1 + \delta A_2 + \delta A_3 \quad (17)$$

Выводы: Для моделирования пространственного перемещения МАТ введены триортогональные системы координат: инерционные, связанные и подвижные. Предложены зависимости для определения координат и скорости перемещения центра масс орудия и мотоблока при прямолинейном движении, кинетической энергии и выполняемой работы.

Список литературы

1. Овсянников С. Классификация и концепция развития миниагротехники / С. Овсянников // Вісн. наук. праць ХНТУСГ. Вип. 94. – Х. : ХНТУСГ, 2010. - С. 304-309.
2. Машиностроение. Энциклопедия. Колесные и гусеничные машины. т. N-15 / В. Ф. Платонов и др. : Под общ. ред. В. Ф. Платонова. – М. : Машиностроение, 1997. – 688 с.
3. Тракторы. Проектирование, конструирование и расчет / Под ред. И. П. Ксеновича. – М. : Машиностроение, 1991. – 544 с.
4. Кутьков Г. М. Тяговая динамика тракторов. – М. : Машиностроение, 1980. – 212 с.
5. Овсянников С. И. , Ремарчук Н. П. Аспекты функциональной стабильности агрегатов на базе мотоблоков / С. И. Овсянников, Н. П. Ремарчук // Сільськогосподарські машини : Зб. наук. статей – Вип. 20. – Луцьк : Ред. – вид. відділ ЛНТУ, 2010. – С. 234 – 242.
6. Кутьков Г. М. Теория трактора и автомобиля. – М. : Колос, 1996. – 287 с.
7. Тракторы: теория: Учебник для студентов вузов по специальности «Автомобили и тракторы» / В. В. Гуськов, Н. Н. Велев, Ю. Е. Атаманов и др.; Под общ. ред. В. В. Гуськова. – М. : Машиностроение. – 1988. - 376 с.
8. Повышение устойчивости и управляемости колесных машин в тормозных режимах: Монография / Е. Е. Александров, В. П. Волков и др. ; Под общ. ред. Д. О. Волонцевича. – Х. : НТУ «ХПИ», 2007. – 320 с.

Анотація

ДО ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ МОТОАГРЕГАТУ Овсянніков С.І.

Розглянуті питання переміщення мотоагрегату в просторі. Запропоновані залежності для визначення координат переміщення агрегату в просторі, визначення кінетичної енергії та виконаної роботи мотоагрегатів.

Abstract

TO THE QUESTION OF MATHEMATICAL DESIGN OF MOTION OF WALKING TRACTOR Ovsyannikov S.

The questions of the spatial moving of walking tractor are considered. Dependences are offered for determination of co-ordinates of moving of aggregate in space, determinations of kinetic energy and executed working as a walking tractor.