

ТРАЄКТОРІЇ РУХУ КУЛІ В ПОВІТРЯНОМУ ПОТОЦІ МІЖ ПОХИЛИМИ ПЛОЩИНАМИ, ЩО КОЛИВАЮТЬСЯ

Завгородній О.І., д.т.н., Сіняєва О.В., асп.

*Харківський національний технічний університет
сільського господарства імені Петра Василенка*

В середовищі «Mathcad» розроблена програма для побудови просторових траєкторій руху кулі в повітряному потоці між похилими площинами, що коливаються. Вона пристосована для загального випадку, коли параметри, що характеризують коливання площин та фізико-механічні властивості кулі, можуть приймати довільні значення.

Постановка проблеми. Якщо куляста частинка зернової суміші при попаданні в робочу зону між площинами (робочими органами вібропневмосепаратора) буде мати параметри (координати, швидкості, фазу руху тощо), які відповідають реально існуючому періодичному режиму, то її подальший рух можна вважати періодичним. Але забезпечити в точності ці параметри на початку руху частинок досить складно, тому виникає природне питання – наскільки швидко буде відновлюватися періодичний режим, якщо вказані параметри в деякій мірі не відповідають цьому режиму і яка частина робочого простору між площинами втрачатиметься на це відновлення? З іншого боку, періодичні режими руху супроводжуються обмеженнями на параметри, зовні яких періодичні режими взагалі не існують. В зв'язку з цим виникає необхідність розглянути довільний (неперіодичний) рух кулі, як моделі переміщення частинок суміші між робочими органами сепаратора, з виявленням її просторових траєкторій.

Аналіз існуючих досліджень. Періодичні режими руху кулі на платформі, що коливається, вивчені в роботі [1]. Вплив повітряного потоку на режими руху кулі по платформі в цій роботі не розглядалися. Найбільш близькими за змістом до цієї статті є роботи [2, 3]. Вони присвячені дослідженню періодичних режимів руху кулі у повітряному потоці між двома площинами. Розглянуто як симетричні – для вертикально розміщених площин [2], так і асиметричні – для похилих площин [3], періодичні режими руху.

Метою роботи є розробка математичної моделі руху кулі в довільному режимі під впливом повітряного потоку і вібрації похилих площин, методики побудови траєкторій руху кулі та виявлення особливостей вказаного руху на основі аналізу траєкторій.

Основні результати роботи. Принципіальна схема вібропневмосепаратора зображена на (рис.1). Робочі органи (площини) збоку мають вид прямокутних пластин однакового розміру. Положення кулі після завантаження у простір між площинами визначається з допомогою відносної системи координат $Oxuz$, нерухомо зв'язаної з площиною 1 в точці O . Видимими в

поперечному розрізі є осі Oy, Oz . Третя – невидима вісь Ox направлена від спостерігача перпендикулярно рисунку так само, як і швидкість V_n повітряного потоку між площинами. Сумісні гармонічні коливання обох площин відбуваються відносно нерухомої абсолютної системи координат $OXYZ$ вздовж вісі OY ($Y = A \sin \omega t$). На рисунку зображене нейтральне положення площин, коли системи $Oxyz$ та $OXYZ$ співпадають.

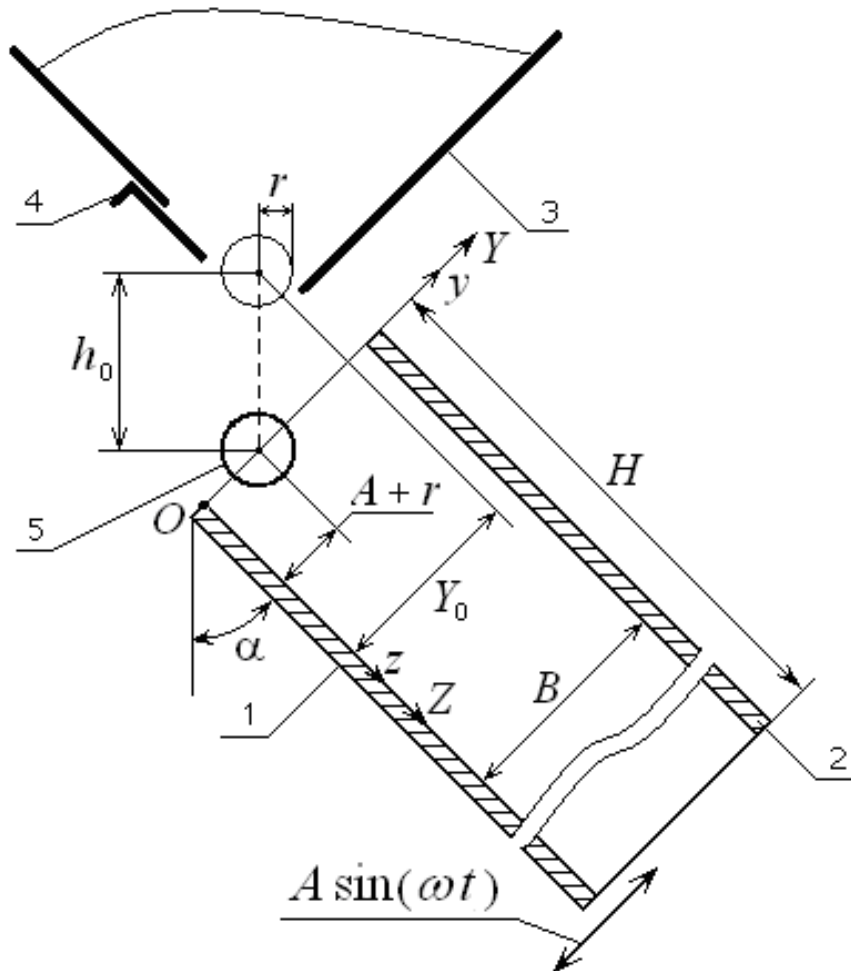


Рис. 1 – Принципіальна схема вібропневмосепаратора:

1, 2 – робочі органи сепаратора (площини); 3 – бункер зерна; 4 – заслінка; 5 – зернина в момент завантаження

Зерно неперервним потоком висипається із бункера 3 у простір між робочими органами – площинами 1, 2 сепаратора так що кожне зерно, обминаючи заслінку 4, падає на площину 1 з заданої висоти h_0 . Рух кожної зернини між площинами розпочинається після її першого співударання з площиною 1. Цей рух описується відповідними диференціальними рівняннями, записаними для центра мас зернини у відносній системі координат $Oxyz$. В момент, коли буде виконана умова $y_c = r$ або $y_c = B - r$ відбудеться наступне співударання зернини з площиною (першою або другою) – розпочнеться наступний цикл руху і т. д. (індексом “ c ” відмічені координати центра мас зернини) Після

деякої кількості таких співударянь рух зернин між площинами закінчиться коли її центр мас перетне нижній край площин, тобто коли $z_c = H$.

Отже, для знаходження траєкторій руху зернин необхідно мати рівняння їх удару по робочим органам та диференціальні рівняння їх польоту поза контактом з робочими органами. Використаємо для цього рівняння удару кулі об перешкоду та диференціальні рівняння руху її центра мас, приведені в роботі [2]. Рівняння удару:

$$v_x = u_x - \frac{\mu(u_x + \varpi_z r)}{1 + \mu}, \quad v_y = -R u_y, \quad v_z = u_z - \frac{\mu(u_z - \varpi_x r)}{1 + \mu}, \quad (1)$$

$$\Omega_x = \varpi_x + \frac{u_z - \varpi_x r}{r(1 + \mu)}, \quad \Omega_y = \varpi_y, \quad \Omega_z = \varpi_z - \frac{u_x + \varpi_z r}{r(1 + \mu)}, \quad (2)$$

В цих рівняннях і далі:

$\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ – швидкість центра мас кулі до удару;

$\vec{U} = (U_x, U_y, U_z)$ – швидкість точки дотику до удару;

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z), \vec{V} = (V_x, V_y, V_z)$ – те саме після удару;

$\vec{\varpi} = (\varpi_x, \varpi_y, \varpi_z)$ – кутова швидкість кулі до удару;

$\vec{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ – кутова швидкість кулі після удару;

R – коефіцієнт відновлення швидкості при ударі;

r, ρ – відповідно, радіус кулі та її радіус інерції;

$\mu = (\rho/r)^2$, при цьому для кулі: $0 < \mu < 2/3$ [4].

Слід відмітити, що рівняння (1), (2) справедливі тільки тоді, коли виконується умова:

$$f \geq \frac{\mu}{1 + \mu} \cdot \frac{\sqrt{U_x^2 + U_z^2}}{(1 + R)|u_y|}. \quad (3)$$

Цей випадок характерний тим, що спочатку відбувається ковзання точки контакту кулі з перешкодою, а потім її зупинка – частинне ковзання (ЧКЗ). Може мати місце і випадок, коли згадана точка контакту в процесі удару не зупиняється – повне ковзання (ПКЗ) [6, 7]. Він спостерігається у разі порушення умови (3). Особливістю такого випадку є те, що, на відміну від ЧКЗ, ефект удару залежатиме від коефіцієнта тертя f . Відповідні рівняння удару кулі можна теж знайти в роботі [2].

Диференціальні рівняння руху центра мас кулі:

$$\ddot{x} = -k(\dot{x} - V_n) \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}; \quad (4)$$

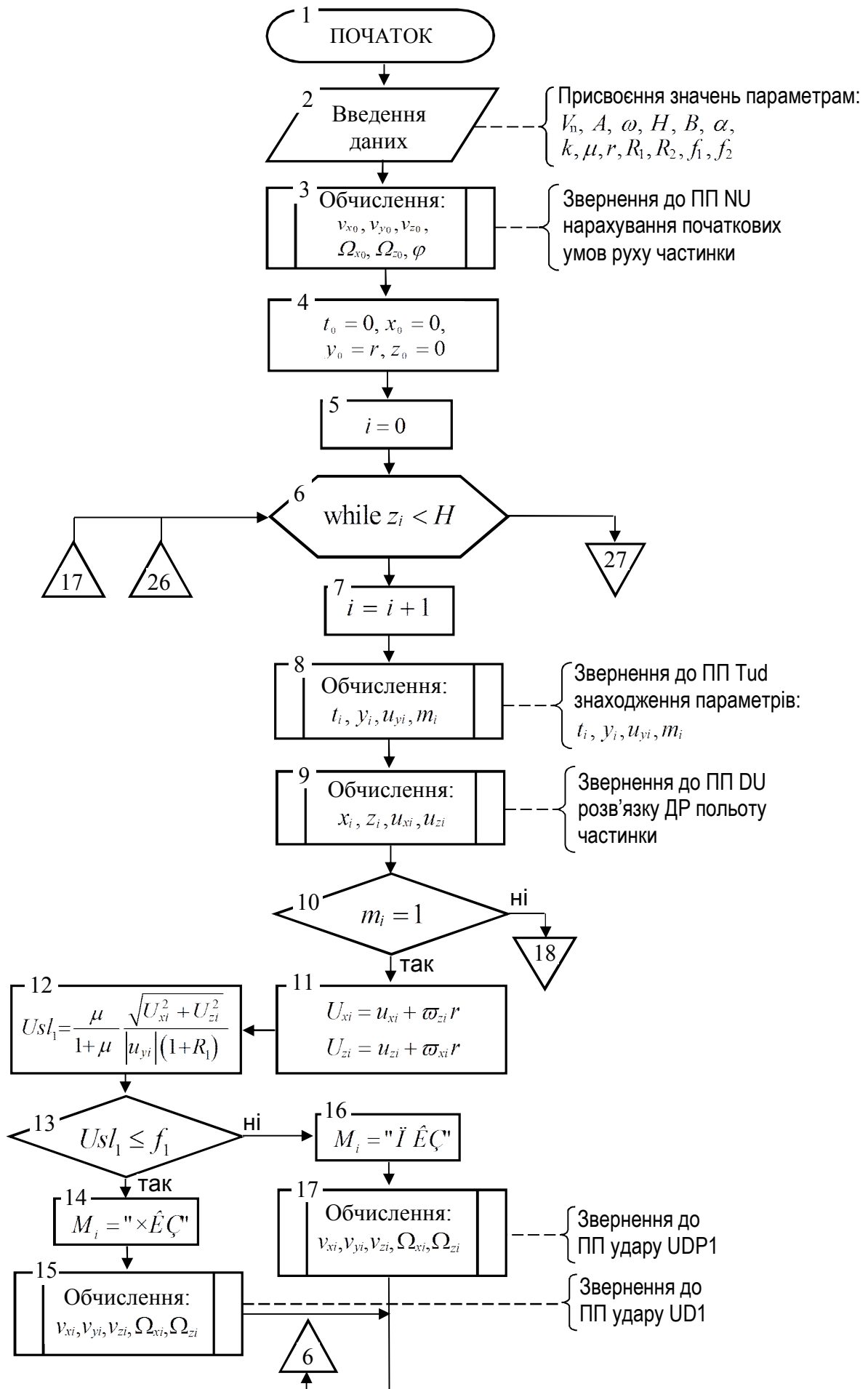
$$\ddot{y} = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_1) - g \sin \alpha - k\dot{y} \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}; \quad (5)$$

$$\ddot{z} = g \cos \alpha - k\dot{z} \sqrt{(\dot{x} - V_n)^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \quad (6)$$

де: k – коефіцієнт квадратичного опору повітря;
 V_n – швидкість повітряного потоку;
 A, ω – відповідно, амплітуда і частота коливань площин;
 α – кут відхилення площин від вертикалі;
 φ_1 – фаза удару кулі об одну з площин;
 g – прискорення вільного падіння.

Для розрахунку руху частинок в довільному режимі в системі «Mathcad» на основі рівнянь (1)-(6) розроблена програма, яка складається з восьми підпрограм (ПП) та основної програми. Перші чотири ПП (UD1, UD2, UDP1, UDP2) призначені для знаходження параметрів частинки після удару об площини 1 і 2 у випадках ЧКЗ (UD1, UD2) та ПКЗ (UDP1, UDP2). П'ята ПП складена з функцій користувача і дає можливість спрощення тексту інших ПП тим, що замість вказаних рівнянь використовуються тільки звернення до них по назначеним іменам. Шоста ПП (NU) визначає початкові умови руху частинки, якими вважалися фаза φ удару та швидкості $v_{x0}, v_{y0}, v_{z0}, \Omega_{x0}, \Omega_{z0}$ після першого зіткнення частинки з площиною 1 в області завантаження. Сьома і восьма ПП призначені, відповідно, для знаходження часу польоту частинки між послідовними ударами (Tud) та розв'язку диференціальних рівнянь польоту частинки (DU). Відмітимо, що послідовні удари частинки можуть відбуватися як з різними, так і з однією й тією ж площиною.

Роботу основної програми – GLAV розглянемо за її блок-схемою (рис.2). У відповідності до вимог системи «Mathcad» на початку програми (блок 1) параметрам задачі необхідно присвоїти числові значення. Це параметри налаштувань сепаратора – $V_n, A, \omega, H, B, \alpha$ та параметри, що характеризують властивості частинок – $k, \mu, r, R_1, R_2, f_1, f_2$ (блок 2). Далі приймаються початкові умови руху. Частина з них – $v_{x0}, v_{y0}, v_{z0}, \Omega_{x0}, \Omega_{z0}, \varphi$ начисляються шляхом звернення до ПП NU (блок 3). Інші приймаються з допущення, що на початковому етапі руху в робочому просторі між площинами (при $t_0 = 0$) частинка знаходилась в верхньому ближньому куті площини 1 де $x_0 = 0, y_0 = r, z_0 = 0$ (блок 4). Розрахунок здійснюється циклічно, де кожному циклу відповідає політ частинки з моменту відриву від площини (після удару) до моменту наступного зіткнення з площиною (чергового удару). Спочатку лічильнику циклів “ i ” присвоюється нульове значення (блок 5). Оскільки число циклів проходження частинкою робочої зони наперед не відомо – використовується оператор циклу “while” з умовою “ $z_i < H$ ” (блок 6). Отже, цикл буде виконуватися до тих пір поки буде справедливою вказана умова, яка означає, що вертикальна координата частинки (z_i) менша загальної висоти площин (H) і частинка продовжує рухатися в робочій зоні. Як тільки означена умова порушиться, виконання циклу припиниться і це буде означати, що частинка оминула нижній край площин і опинилася поза робочою зоною сепаратора.



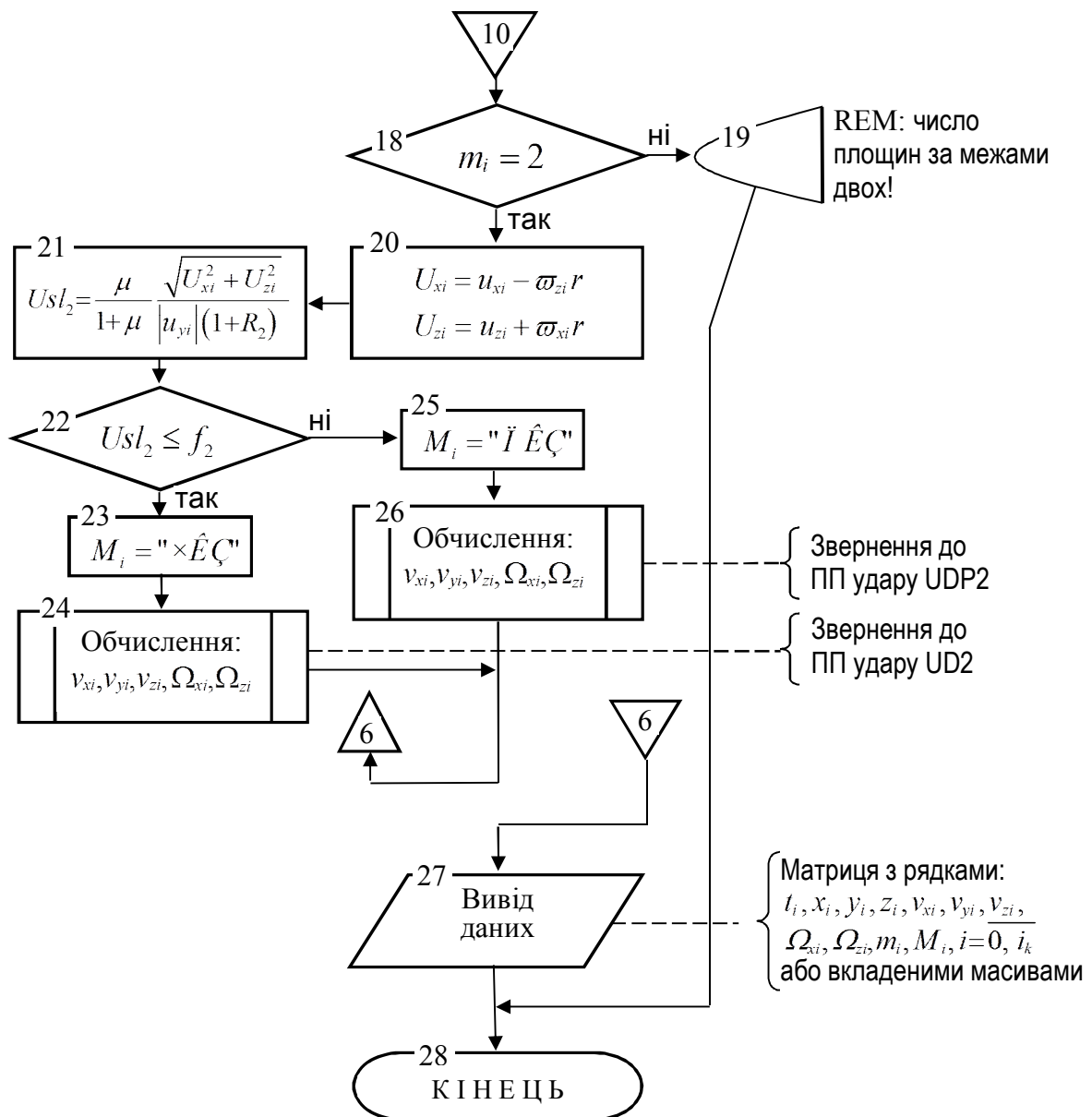


Рис. 2 – Блок-схема програми розрахунку параметрів руху частинки в неперіодичному режимі

При проходженні кожного циклу виконуються процедури обчислення тіла циклу задані блоками 7-26. Щоразу змінна циклу зростає на одиницю (блок 7). Зверненням до ПП T_{ud} обчислюється час t_i польоту частинки на i -му циклі, координата y_i та швидкість u_{yi} частинки вздовж вісі ординат перед наступним ударом, а також мітка m_i , якій надається значення 1, якщо частинка опинилася біля площини 1, і значення 2, якщо біля площини 2 (блок 8). Зверненням до ПП DU знаходяться інші координати частинки – абсциса x_i і апліката z_i , а також відповідні швидкості u_{xi} , u_{zi} частинки перед наступним ударом (блок 9). При цьому використовується значення часу t_i польоту здобуте на попередньому етапі розрахунку. В блоці 10 перевіряється умова “ $m_i=1$ ” і, якщо вона виконана, то проводиться розрахунок удару частинки об площину 1 (блоки 11-17), а якщо ні, то управління обчисленнями передається блокові 18.

В блоках 11, 12 обчислюється величина Usl_1 – права частина нерівності (3). В блоці 13 перевіряється справедливість цієї нерівності “ $Usl_1 \leq f_1$ ”. Якщо вона виконується, то має місце удар з ЧКЗ, тому мітка “ M_i ” одержує строкове значення “ЧКЗ” (блок 14), а параметри $v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}, \Omega_{xi}, \Omega_{zi}$ частинки після удару визначаються зверненням до ПП UD1 (блок 15). Якщо ж нерівність “ $Usl_1 \leq f_1$ ” не виконана, то має місце удар з ПКЗ, тому мітка “ M_i ” одержує строкове значення “ПКЗ” (блок 16), а ті ж параметри частинки після удару визначаються зверненням до ПП UDP1 (блок 17). Після цього управління передається блоку 6.

Якщо передача управління відбулася до блоку 18, то приводяться в дію блоки 18-26, які по структурі не відрізняються від, розглянутих вище, блоків 10-17. Відмінність обчислень в блоках 18-26 полягає тільки в тому, що вони стосуються співударяння частинки не з першою, а з другою площиною.

Якщо умова “ $z_i < H$ ” (блок 6) після проходження деякого циклу виявиться невірною, то відбудеться вихід з циклу і передача управління на блок 27, в якому забезпечується вивід нарахованих даних у виді матриці з рядками $t_i, x_i, y_i, z_i, v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}, \Omega_{xi}, \Omega_{zi}, m_i, M_i$ або матриці з вкладеними масивами. Остання використовується для побудови траєкторій центра мас кулі у просторі: кожний вкладений масив є окремою матрицею з даними переміщення кулі між двома суміжними ударами.

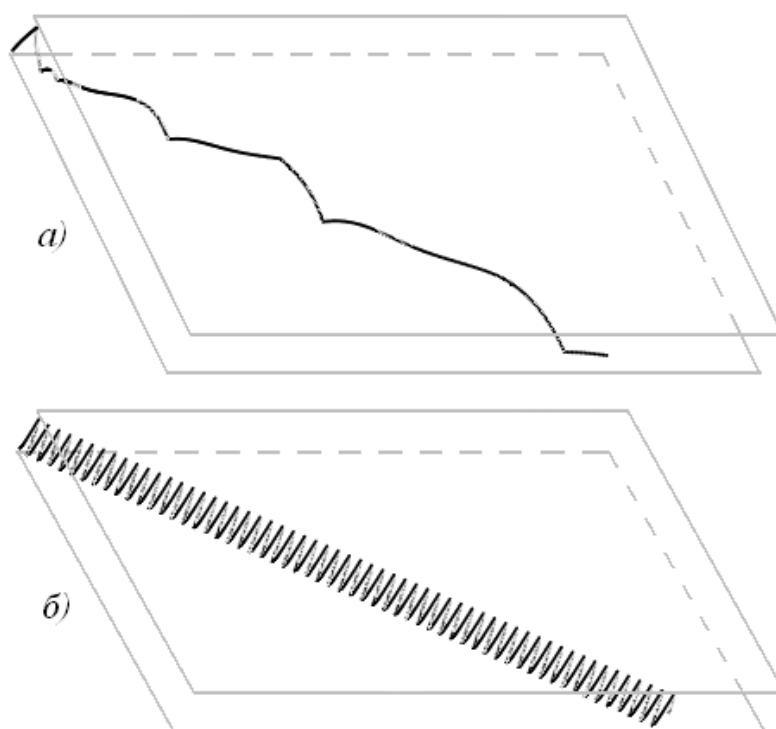


Рис. 3 – Графіки просторового руху частинки між робочими органами при:

a) $\omega = 50c^{-1}$; б) $\omega = 150c^{-1}$;

Маючи матрицю даних “М”, траєкторію руху частинки можна задати наступними параметричними рівняннями:

$$y(t) := \sum_{i=1}^{\text{last}(M)} \left[\text{interp} \left[(M_i)^{\langle 0 \rangle}, (M_i)^{\langle 3 \rangle}, t \right] \cdot \left[\left[(M_i)^{\langle 0 \rangle} \right]_0 \leq t < \left[(M_i)^{\langle 0 \rangle} \right]_{Nc} \right] \right] \quad (7)$$

$$z(t) := \sum_{i=1}^{\text{last}(M)} \left[\text{interp} \left[(M_i)^{\langle 0 \rangle}, (M_i)^{\langle 5 \rangle}, t \right] \cdot \left[\left[(M_i)^{\langle 0 \rangle} \right]_0 \leq t < \left[(M_i)^{\langle 0 \rangle} \right]_{Nc} \right] \right]$$

В цих рівняннях $(M_i)^{\langle j \rangle}$ – j -тий стовпець вкладеної матриці “ M_i ”, $i = \overline{1, \text{last}(M)}$, $j = \overline{0, 6}$ ($\text{last}(M)$ – число рядків матриці M). Основою рівнянь є лінійна інтерполяція “ interp ” даних в стовпцях $(M_i)^{\langle 0 \rangle}$, $(M_i)^{\langle 1 \rangle}$, $(M_i)^{\langle 3 \rangle}$, $(M_i)^{\langle 5 \rangle}$, якими, відповідно, є час польоту t та координати x , y , z . Множники в виді нерівностей грають роль логічних виразів (умов), яким присвоюється значення “1”, якщо час t належить вказаному діапазону і значення “0”, якщо не належить.

На (рис.3) за результатами розрахунків побудовані графіки просторового руху кулястої частинки при наступних значеннях параметрів: $V_n = 10 \frac{\text{л}}{\text{с}}$; $k = 0,1 \text{ л}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$; $b = 0,02 \text{ л}$; $H = 0,6 \text{ л}$; $A = 0,005 \text{ л}$; $r = 0,002 \text{ л}$; $\mu = 0,4$; $R_1 = 0,7$; $R_2 = 0,6$; $f_1 = 0,5$; $f_2 = 0,6$. Частота коливань робочих органів вказана на рисунку. Для покращення візуального сприйняття графіків відстань між площинами збільшена в 4 рази.

“Плоскі” траєкторії руху частинки – в проекції на площину 1, можна одержати поворотом графіка так, щоб площина xOz співпала з площиною рисунка. Це досить просто дозволяється засобами «Mathcad».

Як бачимо, при частоті коливань $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$ періодичний режим руху частинки не встановився. Спостерігається також її нерегулярне зіткнення з верхньою площиною (двічі за весь час переміщення між площинами). Якщо встановити частоту коливань, меншу 50 с^{-1} , то частинка буде взаємодіяти лише з нижньою площиною. При частоті коливань $\omega = 150 \text{ с}^{-1}$ періодичний режим встановився практично з місця завантаження, що не суперечить результатам досліджень, приведеним в роботі [1].

Висновки. Розроблено Mathcad-програму для дослідження руху кулі в повітряному потоці між двома площинами, що коливаються. Цю програму можна використовувати як математичну модель технологічного процесу роботи пневмовібросепаратора зернових сумішей у випадках, коли частинки зернової суміші мають кулясту форму: ріпак, горох, просо, мак, капуста та ін. Доступними для досліджень є різні режими руху: періодичні, неперіодичні, при взаємодії частинок з двома чи з однією площиною, при наявності чи відсутності повітряного потоку тощо. Розрахунки показують, що при низьких частотах коливань площин режим руху частинок є неперіодичним, а співударяння з верхньою площиною нерегулярні або, взагалі, відсутні. Підвищення ж частоти коливань сприяє встановленню періодичного режиму руху частинок, коли період їх руху співпадає з періодом коливань площин. При цьому такий режим може встановлюватися досить швидко – після кількох співударянь частинок з робочими органами.

Список використаних джерел

1. Кобринский.А.Е., Кобринский.А.А. Виброударные системы. М.: Наука, 1973.– 592с.
2. Завгородний А.И. Движения шара в воздушном потоке между вибрирующими плоскостями / Завгородний А.И., Синяева О.В. // “Вібрації в техніці та технологіях”: Всеукраїнський науково-технічний журнал, №3(67).– Вінниця: ВНАУ, 2012.– С.20-27.
3. Завгородний А.И. Асимметричный режим движения шара в воздушном потоке между вибрирующими плоскостями / Завгородний А.И., Синяева О.В. // “Процеси та апарати харчових виробництв”: Наукові праці національного університету харчових технологій, Вип..47.– Київ, НУХТ, 2012.– С.61-67.
4. Завгородний А.И. К исследованию движения частиц округлой формы по рабочим поверхностям машин. / А.И.Завгородний, А.В.Обыхвост // “Галузеве машинобудування. Будівництво”: Зб. наук. праць ПНТУ імені Юрія Кондратюка, Вип. 3(25), Т. 1, Полтава, 2009.– С.119-125.
5. Плявниекс В.Ю. Пространственное соударение двух тел / Плявниекс В.Ю. // Вопросы динамики и прочности. – Рига: “Зинатне”, 1970, вып. №20.– С.75-88.
6. Плявниекс В.Ю. Расчет косоугольного удара о препятствие / Плявниекс В.Ю. // Вопросы динамики и прочности. - Рига: “Зинатне”, 1969, вып. №18. С.87-102.
7. Плявниекс В.Ю. Косое соударение двух тел // Плявниекс В.Ю. // Вопросы динамики и прочности. – Рига: “Зинатне”, 1969, вып. №18.– С.69-82.

Аннотация

ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ШАРА В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ МЕЖДУ НАКЛОННЫМИ ВИБРИРУЮЩИМИ ПЛОСКОСТЯМИ

Завгородний А., Синяева О.

В среде «Mathcad» разработана программа для построения пространственных траекторий движения шара в воздушном потоке между вибрирующими плоскостями для общего случая, когда параметры, характеризующие колебание плоскостей и физико-механические свойства шара, могут принимать произвольные значения.

Abstract

TRAJECTORIES OF MOTION OF BALL IN CURRENT OF AIR BETWEEN VIBRATING RAMPS

A. Zavgorodniy, O. Sinyayeva

In the environment of «Mathcad» the program is developed for the construction of spatial trajectories of motion of ball in the current of air between vibrating planes for a general case, when parameters, characterizing oscillation of planes and property of ball, can take on arbitrary values.