

**ПОВЫШЕНИЕ НАДЁЖНОСТИ
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРИВОДОВ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН С
РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ УПРУГОФРИКЦИОННЫМИ
ЭЛЕМЕНТАМИ**

**Ловейкин В.С., д.т.н., проф.¹, Човнюк Ю.В., к.т.н., доц.¹,
Почка К.И., к.т.н., доц.²**

¹*Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины*

²*Киевский национальный университет строительства и архитектуры*

Проведены исследования вынужденных колебаний приводов сельскохозяйственных машин на основе модели с распределённым упругофрикционным элементом, определены их амплитудно-частотные характеристики и установлены оптимальные значения упругих и фрикционных параметров, отвечающие минимуму резонансной амплитуды. Приведены результаты компьютерного моделирования.

Постановка проблемы. При исследовании колебаний приводов сельскохозяйственных машин, существенно понижающих их надёжность функционирования, встречаются случаи, когда значительные силы трения приложены к элементам с относительно малыми массами или моментами инерции. При динамическом моделировании подобных систем приходится сталкиваться со своеобразным классом систем с промежуточной фрикционной связью. конструкции машин сельскохозяйственного назначения, относящиеся к данному классу, встречаются в устройствах позиционирования рабочих органов, в демпферах сухого трения, в многоступенчатых тормозных устройствах, в конструкциях рессорных подвесок транспортных машин, перевозящих различные сельскохозяйственные грузы, при расчётах фундаментов турбоагрегатов, сушильных камер для зерна и др.

Особенностью систем с промежуточной фрикционной связью является существенное влияние сил трения не только на уровень диссипации, но и на частотные характеристики. Это связано с тем, что при определённых условиях силы трения приобретают способность “подключать” или “отключать” отдельные участки кинематической цепи, обладающие конечной жёсткостью. При этом “длина” кинематической цепи оказывается не заданной величиной, а формируется непосредственно уровнем колебаний. Следует отметить, что при большом числе промежуточных фрикционных элементов использование “дискретного” подхода к проблеме анализа колебаний механической системы оказывается достаточно тру-

доёмким и ограничивает возможности оперативного динамического синтеза на стадии проектирования.

Анализ публикаций по теме исследования. Динамическое моделирование систем с промежуточными фрикционными связями проведено в работах [1-4], а в работе [5] осуществлён расчёт длинных валопроводов и многоступенчатых зубчатых передач на базе модификации метода гармонической линеаризации. Результаты цитированных выше работ будут использованы в данном исследовании в рамках дискретно-континуального моделирования рассматриваемых механических систем.

Цель работы состоит в обосновании и всестороннем исследовании дискретно-континуальной модели, на базе которой формируются не только чёткие качественные представления о возникающих динамических режимах, но и достаточно эффективные критерии, инженерные оценки, облегчающие процедуру динамического синтеза подобных систем. В связи с рассматриваемой проблемой следует упомянуть исследования, посвящённые задаче о рассмотрении вибраций в нелинейной диссипативной среде применительно к упругопластическому полубесконечному стержню [6].

Изложение основного содержания исследования.

1. Физико-механическая модель привода.

Привод схематизирован в виде модели, состоящей из массивного рабочего органа, связанного упругодиссипативным элементом с полубесконечным стержнем, к которому приложена распределённая сила сухого трения со стороны неподвижного основания (рис. 1). (Здесь и далее термин “стержень” использован чисто условно; при угловых перемещениях рабочего органа модель при соответствующих параметрах отвечает крутильным колебаниям привода).

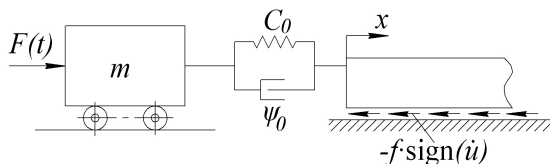


Рис. 1. Расчётная схема привода

Примем следующие условные обозначения: m – масса рабочего органа; C_0 – коэффициент жёсткости; ψ_0 – коэффициент рассеяния; f , ζ , μ – сила трения, коэффициент податливости и масса, отнесённые к единице длины стержня; q – координата массы m ; $u(x, t)$ – смещение стержня; x – текущая продольная (вдоль оси стержня) пространственная

координата; t – время. Если к рабочему органу сельскохозяйственной машины приложена вынуждающая сила $F(t) = F_0 \cdot \sin \omega \cdot t$, где F_0 – её амплитуда, ω – круговая частота, то его колебания описываются системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{q} + b \cdot [\dot{q} - \dot{u}(0)] + C_0 \cdot [q - u(0)] = F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma); \\ \zeta^{-1} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + f \cdot \text{sign}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $b = C_0 \cdot \psi_0 / (2 \cdot \pi \cdot \omega)$, γ – начальная фаза колебаний силы $F(t)$.

Будем искать приближённое решение (1), описывающее вынужденные колебания в форме $q = A \cdot \sin \omega \cdot t$, $u(0) \approx a \cdot \sin \omega \cdot t$ (фазы обоих гармонических движений могут различаться). Полагаем $\mu \cdot \omega^2 \ll f$ (что позволяет исключить из рассмотрения влияние инерционных характеристик стержня). Тогда второе уравнение системы (1) принимает вид $u'' = \pm f \cdot \zeta$, где $(u)' = \partial u / \partial x$. Отсюда:

$$u = \pm 0,5 \cdot \zeta \cdot f \cdot x^2 + C_1 \cdot x + C_2, \quad (2)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, определяемые из граничных условий $u(0) = u_0$; $u(l) = 0$. Поскольку в “конце” колебательной цепи восстанавливающая сила должна полностью уравновеситься силами трения необходимо использовать дополнительное условие $u'(l) = 0$.

После подстановки в (2) имеем:

$$u(x) = u_0 - \zeta \cdot f \cdot x \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot |u_0|}{\zeta \cdot f}} - \frac{1}{2} \cdot x \right), \quad l = \sqrt{\frac{2 \cdot |u_0|}{\zeta \cdot f}}. \quad (3)$$

Потенциальная энергия, развиваемая при деформации стержня, $V_1 = \frac{1}{2} \cdot \zeta \cdot \int_0^l F^2(x) dx$, где $F(x)$ – восстанавливающая сила. Поскольку $F(x) = \zeta^{-1} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)$, на основании (3) имеем:

$$V_1 = \frac{|u_0| \cdot \sqrt{|u_0|}}{3 \cdot h}, \quad h = \sqrt{\frac{2 \cdot \zeta}{f}}. \quad (4)$$

Тогда потенциальная энергия всей системы определяется как:

$$V = V_1 + \frac{1}{2} \cdot (q - u_0)^2 \cdot C_0. \quad (5)$$

На основании (1), (4) и (5) можно найти связь u_0 и q :

$$u_0(q) = h^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{C_0} + \sqrt{\frac{1}{C_0^2} + h^2 \cdot |q|} \right)^2 \cdot \text{sign}(q). \quad (6)$$

Учитывая (1) и (6) исследуемую механическую систему можно описать одним нелинейным дифференциальным уравнением:

$$\ddot{q} + \Psi(q, \dot{q}) = W \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma), \quad W = \frac{F_0}{m}. \quad (7)$$

Функция Ψ состоит из потенциальной и диссипативной составляющих. Потенциальную составляющую определим как:

$$\frac{dV}{dq} = \frac{\partial V}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial u_0} \cdot \frac{\partial u_0}{\partial q}. \quad (8)$$

На основании (4)-(6) и (8) получим:

$$\frac{\partial V}{\partial q} = S(q) \cdot u_0(q) \cdot h^{-1} + C_0 \cdot (q - u_0) \cdot [1 - 2 \cdot \sqrt{|u_0|} \cdot S(q)], \quad S(q) = \frac{h}{\sqrt{\frac{1}{C_0^2} + h^2 \cdot |q|}}. \quad (9)$$

Используя метод гармонической линеаризации, можно установить, что этой составляющей отвечает $p^2(A) \cdot q$, где $p(A)$ – частота свободных колебаний. На основе подхода, использованного в [7], можно получить:

$$p^2(A) = \frac{2}{m \cdot A \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{\partial V}{\partial q} \cdot \left(A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right). \quad (10)$$

Графики $p(A, h)$, полученные на основании (10), приведены на рис.2 (сплошные линии). При этом исходные данные $C_0 = 1$, $m = 1$, $W = 1$. (При этих данных результаты соответствуют переходу к безразмерной форме и приобретают общий характер, если принять частотный параметр ω равным отношению частоты вынуждающей силы к частоте $p_0 = \sqrt{C_0/m}$).

Анализ графиков свидетельствует о возможности существенного уменьшения собственной частоты при росте амплитуды колебаний и параметра h . Этот параметр возрастает при увеличении приходящихся на

единицу длины коэффициента податливости стержня (ζ) и уменьшении удельной силы трения (f).

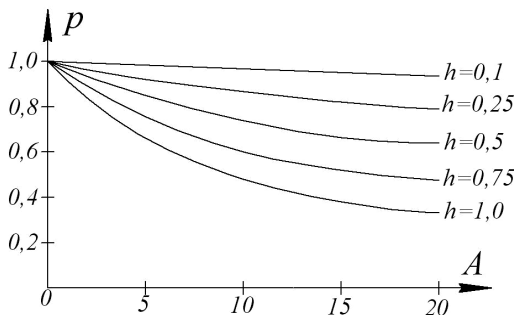


Рис. 2. Зависимость $p(A)$ при разных h

Перейдём к учёту диссипативных факторов. Используя условия энергетического баланса для диссипативной составляющей функции $\Psi(q, \dot{q})$, получим:

$$\delta(A) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\Delta E}{V}, \quad \delta(A) = \frac{1,33 \cdot Y^3(A) \cdot h^{-1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_0 \cdot [\sqrt{3} \cdot A/2 - Y^2(A)]^3 \cdot \delta_0}{\left\{ 2 \cdot Y^3(A) / (3 \cdot h) + \frac{1}{2} \cdot C_0 \cdot [\sqrt{3} \cdot A/2 - Y^2(A)]^3 \right\} \cdot \pi}, \quad (11)$$

где ΔE – рассеянная за один период колебаний стержня энергия,

$$V – \text{его объём, } Y(A) = \frac{1}{h} \cdot \left\{ -\frac{1}{C_0} + \sqrt{\frac{1}{C_0^2} + \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot A \cdot \sqrt{3}} \right\}, \quad \delta_0 = \frac{\Psi_0}{4 \cdot \pi}.$$

Семейство кривых $\delta(A, h)$ показано на рис. 3.

На рис. 4 показана эволюция петель гистерезиса при фиксированной амплитуде колебаний (A) в зависимости от параметра h . При этом принято $R(q)$ – приведенная упругодиссипативная сила (сплошная линия) и упругая составляющая этой силы (штриховая линия), отнесенные к единице массы.

Видно, что площадь петли гистерезиса растёт с ростом h , хотя при фиксированной жёсткости стержня этому соответствует уменьшение удельного трения. Это противоречие является кажущимся, так как растёт эффективная длина стержня, а вместе с ней и суммарная работа на преодоление сил трения.

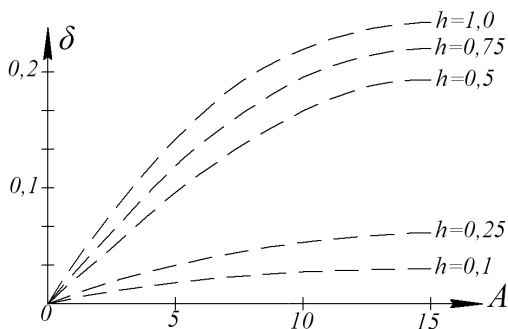


Рис. 3. Зависимость $\delta(A)$ при разных h

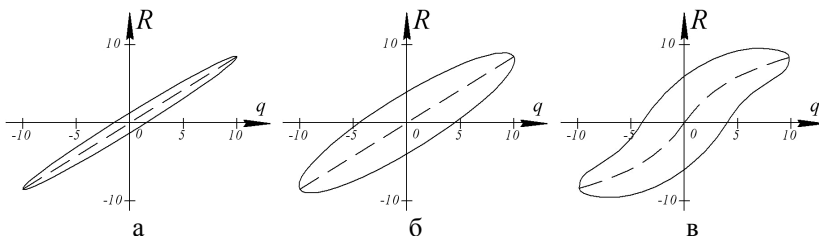


Рис. 4. Зависимость $R(q)$: $h = 0,2$ – а; $h = 0,5$ – б; $h = 1,0$ – в

Запишем линеаризованное дифференциальное уравнение (7) в виде:

$$\ddot{q} + 2 \cdot \delta(A) \cdot p(A) \cdot \dot{q} + p^2(A) \cdot q = W \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma). \quad (12)$$

Выражение для максимальной кинетической энергии системы T можно представить после несложных выкладок в следующем виде:

$$T = 0,5 \cdot m \cdot A^2 \cdot p^2 \cdot [1 + \varepsilon(A)], \quad \varepsilon(A) = 1,5 \cdot A^{-2} \cdot Y^5(A) \cdot \xi, \quad \xi = \mu \cdot h / (\zeta \cdot m). \quad (13)$$

На основании (4), (5) и (13) по формуле Релея получаем выражения для частоты свободных колебаний p_μ :

$$p_\mu(A) = p(A) / \sqrt{1 + \varepsilon(A)}. \quad (14)$$

Анализ формулы (14) показывает, что при безразмерной амплитуде $A < (5 \dots 8)$ и $\varepsilon < 1$ относительная величина поправки $[p(A) - p_\mu(A)] / p(A)$ не превышает 5%.

2. Амплитудно-частотная характеристика вынужденных колебаний механической системы.

В соответствии с (12) амплитуда вынужденных колебаний определяется как:

$$A = \frac{W}{\sqrt{[p^2(A) - \omega^2]^2 + 4 \cdot \delta^2(A) \cdot p^4(A)}}. \quad (15)$$

Если представить (15) в виде биквадратного уравнения относительно ω : $\omega^4 - 2 \cdot p^2(A) \cdot \omega^2 + p^4(A) \cdot [1 + 4 \cdot \delta^2(A)] - W^2/A^2 = 0$, тогда отсюда:

$$\omega(A) = \sqrt{p^2(A) \pm \sqrt{(W/A)^2 - 4 \cdot \delta^2(A) \cdot p^4(A)}}. \quad (16)$$

Зависимость (16) при учёте (10) и (11) определяет в замкнутом виде амплитудно-частотную характеристику (АЧХ). Численный анализ на ПЭВМ зависимости $A(\omega, h)$ показал, что параметр h влияет на огибающую максимумов АЧХ и при $h = (0,75 \dots 1,0)$ наблюдается минимум последней. Параметр h растёт с увеличением удельной податливости стержня и уменьшением удельного трения f . Уравнение огибающей на основании (16) в параметрической форме можно записать следующим образом:

$$4 \cdot \omega_*(A) \cdot A \cdot \delta(A) - W = 0, \quad \omega_*(A) = p(A), \quad (17)$$

где $\omega_*(A)$ – резонансная частота.

Выводы

1. Полученные характеристики на качественном уровне находятся в полном соответствии с результатами анализа моделей с дискретно заданными фрикционными элементами [1-5]. Если заменить бесконечный стержень упругим элементом с коэффициентом жёсткости C и безинерционным элементом с сосредоточенной силой трения, то согласно [1, 4]

имеем $\min \max \chi = \pi \cdot \left(1 + C_1/C_0\right)$ при $H = H_{opt} = 0,5 \cdot \pi \cdot \left(1 + C_1/C_0\right) \cdot F_0$,

где $\chi = A \cdot C_0/F_0$ – коэффициент динамичности. Расчёты показывают, что

значения $\min \max \chi$ при моделях с дискретно и распределённо заданными параметрами отличаются сравнительно мало. В то же время соответствующие значения сил трения существенным образом зависят от характера их приложения. Последнее связано со значительной эволюцией пет-

ли гистерезиса при одной функциональной площадке и предельной формой этой петли в системе с распределёнными фрикционными характеристиками (рис.2). В первом случае петля имеет форму параллелограмма и обладает чётко выраженными “запирающими” свойствами. С ростом числа фрикционных площадок петля принимает полигональную форму, приближающуюся к рассмотренному случаю. При этом эффективная длина колебательной цепи изменяется плавно без чётко выраженных скачкообразных переходов, связанных с изменением динамической структуры колебательной системы.

2. Полученные результаты могут оказаться полезными для прогноза уровня диссипации при конструкционном демпфировании в узлах сельскохозяйственных машин, при затянутых конических стыках, резьбовых соединениях и другое, а также в процессе совершенствования инженерных методов анализа и расчёта надёжностных характеристик элементов машин.

Список использованных источников

1. Вульфсон М.Н. Вынужденные колебания в упругой системе с фрикционной связью на неподвижной промежуточной опоре / М.Н. Вульфсон // Вибротехника. – 1972. – № 1 (14). – С. 193-204.
2. Вульфсон М.Н. Особенности многоступенчатых фрикционных связей при исследовании колебаний рабочих органов машин / М.Н. Вульфсон // Механика машин. – 1979. – Вып. 55. – С. 73-79.
3. Нелинейные задачи динамики и прочности машин / Под ред. В.Л. Вейца. – Л.: ЛГУ, 1983. – 336 с.
4. Виноградов О.Г. К оценке проскальзывания при совместных колебаниях фундамента и турбоагрегата / О.Г. Виноградов, М.А. Рабкин, Б.В. Цейтлин // Изв. ВНИИ гидротехники. – 1974. – Т. 104. – С. 230-237.
5. Вульфсон М.Н. Учёт гистерезисной характеристики зубчатой передачи при аналитическом исследовании нелинейных колебаний валопроводов // М.Н. Вульфсон // Зубчатые и червячные передачи. – Л.: Машиностроение, 1974. – С. 302-316.
6. Пальмов В.А. Колебания упруго-пластичных тел / В.А. Пальмов. – М.: Наука, 1976. – 328 с.
7. Коловский М.З. Нелинейная теория виброзащитных систем / М.З. Коловский. – М.: Наука, 1966. – 320 с.

Анотація

ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПРИВОДІВ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ МАШИН З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПРУЖНО-ФРИКЦІЙНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Почка К.І.

Наведені дослідження вимушених коливань приводів сільськогосподарських машин на основі моделі з розподіленим пружно-фрикційним елементом, визначені їх амплітудно-частотні характеристики і встановлені оптимальні значення пружних та фрикційних параметрів, що відповідають мінімуму резонансної амплітуди. Наведені результати комп'ютерного моделювання.

Abstract

INCREASE OF RELIABILITY OF FUNCTIONING OF DRIVES OF AGRICULTURAL CARS WITH THE DISTRIBUTED ELASTIC AND FRICTIONAL ELEMENTS

Loveykin V.S., Chovnyuk Ju.V., Pochka K.I.

Researches of the compelled fluctuations of drives of agricultural cars on the basis of model with the distributed elastic and frictional elements are conducted, their amplitude-frequency characteristics are defined and the optimum values of elastic and frictional parameters answering to a minimum of resonant amplitude are established. Results of computer modeling are given.