УДК 621.81

ПРИКЛАДНЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ВНЕЗАПНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ОТКАЗАХ

Гринченко А.С., к.т.н., доц., Юрьева А.П., студентка
Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко

Приведены усовершенствованные модели для прогнозирования надежности систем при многократном экстремальном нагружении. Оценено влияние предварительных нагружений на риск возникновения внезапных механических отказов.

Постановка задачи. Обеспечение достаточно высокого уровня механической надежности для отечественного сельскохозяйственного машиностроения является проблемой первостепенной важности. Известно [1], что в ряде случаев наша мобильная техника по наработке на отказ существенно отстает от зарубежной: у комбайнов в 2,8÷3,6 раза; у тракторов от 1,7 до 3,5 раз. С точки зрения поддержания конкурентоспособности такое отставание недопустимо. Главная задача состоит в повышении качества проектирования и обеспечении его надежностной ориентации. Предотвращение и минимизация рисков механических отказов должны быть необходимым условием принятия каких-либо решений при проектировании.

В начальный период эксплуатации мобильных машин наиболее опасным видом механических отказов являются внезапные разрушения, которые происходят при превышении величиной экстремальных нагрузок несущей способности элементов. Экстремальные нагрузки случайны по величине и за срок службы агрегата могут многократно воздействовать на его элементы. Статическая несущая способность элементов обычно практически не изменяется во времени, но имеет значительное случайное рассеивание. Эти предпосылки заложены в основу построения моделей прогнозирования надежности, рассмотренных в [2, 3]. Результаты усовершенствования этих моделей, проведенного с целью упрощения проектировочных инженерных расчетов, изложены в статье.

Основное содержание. Рассматривая агрегат, как систему элементов с последовательной структурой, т.е. когда отказ любого из ее элементов приводит к отказу системы, будем считать, что все элементы нагружаются совместно. Совместное нагружение следует понимать, как вариант, при котором экстремальную нагрузку на любой i-ый элемент можно определить, исходя из соотношений: $P_{\text{н}i} = \alpha_i P_{\text{н}}$, где α_i - постоянные коэффициенты, а $P_{\text{н}}$ - общий для всей системы случайный параметр нагружения. При совместном нагружении экстремальные нагрузки, одновременно действующие на элементы, являются подобными случайными величинами, имеющими одинаковые коэффициенты вариации. Под несущей способностью элемента $P_{\text{п}i}$ понимается такая величина нагрузки, при действии которой на элемент начинается разрушение или появляются недопустимые остаточные деформации. Практика показывает, что несущая способность элементов имеет случайное рассеивание с коэффициентом вариации до 0,1.

Если задана функция распределения общего параметра нагружения $F(P_{\text{н}})$ и случайные экстремальные нагрузки, которые могут приводить к внезапным отказам, статистически независимы по величине, то вероятность безотказной работы последовательной системы, состоящей из n элементов, может быть определена из выражения:

$$R_c(t) = -\int_o^{\infty} \left[F(P)\right]^{m(t)} d\left(\prod_{i=1}^{n}\left(1 - G_i(P)\right)\right), \qquad (1)$$

где $G_i(P_{\text{п}i})$ - функции распределения несущей способности элементов системы; $m(t)$ - среднее число экстремальных нагружений, последовательно действующих на систему за наработку t.

В [2] и [3] показано, что если экстремальные нагрузки $P_{\text{н}}$ и несущие способности $P_{\text{п}i}$ элементов системы имеют распределения Вейбулла с функциями распределения

$$F(P_{\text{н}}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{P_{\text{н}}}{a_{\text{н}}}\right)^b\right];$$

$$G_i(P_{\text{п}i}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\alpha_i P_{\text{п}i}}{a_{\text{п}i}}\right)^b\right]; \quad i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (2)$$

то, исходя из (1), после интегрирования получим стохастическую модель надежности системы при внезапных отказах в виде

$$R_c(t) = \frac{\Gamma(1+\Omega)\Gamma(1+m(t))}{\Gamma(1+\Omega+m(t))}, \qquad (3)$$

где $\Omega = \dfrac{\chi}{K_{\min}^b}$; $\chi = \sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{K_{\min}}{K_i}\right)^b$; $K_i = \dfrac{\overline{P}_{\text{п}i}}{\alpha_i \overline{P}_{\text{н}}}$ - коэффициенты запаса по средним значениям несущей способности - $\overline{P}_{\text{п}i}$ и экстремальных нагрузок - $\overline{P}_{\text{н}}$ на элементы; $K_{\min}$ - коэффициент запаса у наиболее нагруженных элементов системы.

Величину χ, которая находится в пределах $1 \le \chi \le n$, можно трактовать, как условное число элементов в системе, приведенное к наиболее нагруженному. Параметр формы b распределений (2) определяется величиной коэффициента вариации V экстремальных нагрузок и несущей способности элементов. В инженерных расчетах b можно приближенно определять [2] по формуле:

$$b = \frac{1{,}126}{V} + \frac{0{,}011}{V^2} - 0{,}137. \tag{4}$$

Из результатов, приведенных в [2, 3], следует, что при целых значениях числа нагружений $m(t) = m$, используя (3) можно получить выражение для вероятности безотказной работы системы в зависимости от числа нагружений в виде

$$R_c(m) = \prod_{j=1}^{m} \frac{j K_{\min}^b}{j K_{\min}^b + \chi}. \tag{5}$$

Анализ структуры этой формулы показывает, что каждому последующему нагружению в произведении (5) соответствует вероятностный по смыслу множитель, который больше, чем предыдущие. В этом состоит принципиальное отличие модели (5) от до сих пор рекомендуемых [4] моделей механической надежности, при построении которых предполагается, что вероятности безотказной работы при каждом последовательно происходящем нагружении не изменяются и тогда $R_c(m) = \left(R_c(1)\right)^m$. Такое предположение, занижая $R_c(m)$, вносит погрешность, которая связана с неучетом постоянства несущей способности у многократно нагружаемых элементов, а также явления "отсеивания" наиболее "слабых" элементов при первоначальных и последующих нагружениях.

Формула (5) достаточно проста, но уже при $m > 5$ ее непосредственное применение в инженерных расчетах может вызывать затруднения. Поэтому целесообразно преобразовать ее к форме, более удобной для практических расчетов при больших m. После логарифмирования выражения (5), получаем, что

$$\ln R_c(m) = -\sum_{j=1}^{m} \ln\left(1 + \frac{\chi}{j K_{\min}^b}\right). \tag{6}$$

Раскладывая логарифмические функции в правой части (6) в степенные ряды и ограничиваясь третьей степенью в разложениях, имеем

$$\ln R_c(m) \cong -\Omega \cdot S_1(m) + \frac{\Omega^2}{2} S_2(m) - \frac{\Omega^3}{3} S_3(m), \tag{7}$$

где $S_1(m) = \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{j}$; $S_2(m) = \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{j^2}$; $S_3(m) = \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{j^3}$.

Следовательно, вероятность безотказной работы системы при любом числе экстремальных нагружений m может быть рассчитана по формуле

$$R_c(m) = \exp\left\{ -\Omega \cdot S_1(m) + \frac{\Omega^2}{2} S_2(m) - \frac{\Omega^3}{3} S_3(m) \right\}. \tag{8}$$

При условии, что $\Omega < 0{,}1$ формула (8) обеспечивает достаточно хорошее приближение к точному выражению (5). Величины сумм $S_1(m)$, $S_2(m)$ и $S_3(m)$ приведены в таблице 1. Из (8) следует приближенное выражение для оценки минимального из коэффициентов запаса у элементов последовательной системы, который обеспечивает заданную величину вероятности безотказной работы γ по внезапному разрушению при m экстремальных нагружениях:

$$K_{\min}(m, \gamma) = \left\{ \frac{\chi S_1(m)}{\ln 1/\gamma} \right\}^{1/b}. \tag{9}$$

При достаточно больших m (практически, если $m > 10$) можно считать, что $S_1(m) \cong C + \ln(m + 0{,}51)$, где C =0,57721... - постоянная Эйлера. Суммы $S_2(m)$ и $S_3(m)$ при $m \to \infty$ имеют конечные пределы: $\lim S_2 = \frac{\pi^2}{6}$ и $\lim S_3 = 1{,}202057$. Поэтому, как видно из данных таблицы 1, если ожидаемое число экстремальных нагружений $m > 100$, то проектировочный расчет вероятности безотказной работы последовательной системы может вестись по формуле

$$R_c(m) = (m + 0{,}51)^{-\Omega} \cdot \exp\left(-C\Omega + \frac{\pi^2}{12} \cdot \Omega^2 - 0{,}4\Omega^3 \right). \tag{10}$$

Следовательно, если $m > 10$, то вместо выражения (9) можно использовать формулу

$$K_{\min}(m, \gamma) = \left\{ \frac{\chi [C + \ln(m + 0{,}51)]}{\ln 1/\gamma} \right\}^{1/b}. \tag{11}$$

Таблица 1. Вспомогательные коэффициенты для расчетов надежности систем

m	$S_1(m)$	$S_2(m)$	$S_3(m)$
1	1	1	1
2	1,5	1,25	1,125
3	1,833333	1,361111	1,162037
4	2,083333	1,423611	1,177662
5	2,283333	1,463611	1,185662
6	2,45	1,491389	1,190292
7	2,592857	1,511797	1,193207
8	2,717857	1,527422	1,19516
9	2,828968	1,539768	1,196532
10	2,928968	1,549768	1,197532
12	3,103211	1,564977	1,198862
14	3,251562	1,575996	1,199682
16	3,380729	1,584347	1,200222
18	3,495108	1,590893	1,200597
20	3,59774	1,596163	1,200868
25	3,815958	1,605723	1,201288
30	3,994987	1,61215	1,20152
35	4,146781	1,616767	1,20166
40	4,278543	1,620244	1,201752
45	4,394948	1,622957	1,201815
50	4,499205	1,625133	1,201861
60	4,67987	1,628406	1,20192
70	4,832837	1,63075	1,201956
80	4,965479	1,632508	1,20198
90	5,082571	1,63388	1,201996
100	5,187378	1,63498	1,202007
∞	-	1,64493	1,202057

Анализ поведения функции интенсивности внезапных механических отказов $\lambda(t)$ показал [3], что в случае однородного пуассоновского потока экстремальных нагружений, когда $m(t) = \omega t$ и интенсивность нагружений $\frac{dm(t)}{dt} = \omega = const$, функция $\lambda(t)$ является монотонно убывающей. Если $m(t) = \omega t^{\nu}$, где показатель степени $\nu > 0$, то интенсивность потока нагружений $\nu\omega t^{\nu-1}$ зависит от наработки, а поток нагружений является Вейбулловским [5]. Ограничиваясь в (8) только первой степенью разложения, легко получить приближенное выражение для интенсивности внезапных отказов при Вейбулловском потоке экстремальных нагружений

$$\lambda(t) \approx \frac{\Omega \omega \nu t^{\nu-1}}{\omega\, t^{\nu} + 0{,}51}. \qquad (12)$$

С увеличением $m = \omega\, t^{\nu}$ точность аппроксимации (12) асимтотически возрастает. Анализ выражения (12) показывает, что если $\nu \le 1$, т.е. интенсивность нагружений стабильна или понижается, то функция $\lambda(t)$ монотонно убывает при всех значениях наработки *t*. Если $\nu > 1$ и интенсивность нагружений возрастающая, то $\lambda(t)$ убывает после достижения максимума при $t^{*} = \left(\frac{0{,}51(\nu-1)}{\omega}\right)^{1/\nu}$. Следовательно, в случае неоднородного пуассоновского потока экстремальных нагружений в реальной эксплуатации при умеренно возрастающей интенсивности (если $\nu < 1{,}5$) в качестве способа обеспечения надежности может использоваться "силовая" обкатка агрегатов в виде серии предварительных нагружений, проведенных до начала эксплуатации.

Выводы. Получены простые расчетные зависимости для прогнозирования вероятности безотказной работы последовательных систем при многократном экстремальном нагружении. Показана целесообразность проведения серии предварительных контрольных нагружений систем перед началом эксплуатации для снижения риска внезапных механических отказов.

Список использованных источников

1. Підгурський М.І., Барановський В.М., Ріпецький Є.Й. Порівняльний аналіз експлуатаційної надійності вітчизняної та зарубіжної складної сільськогосподарської техніки/ Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. Вип. 114, Харків, 2011. - С.27-38.
2. Гринченко А.С. Модели прогнозирования прочностной надежности элементов машин при однократном разрушении/ Вісник ХДТУСГ. Вип. 4, Харків, 2000. - С. 21-27.
3. Гринченко А.С. Некоторые прикладные модели прочностной надежности при внезапных отказах/ Вестник национального технического университета "ХПИ", Сб.науч.тр. "Динамика и прочность машин". - Харьков, 2003. № 2. Т. 1 - С.51-58.
4. Гусев А.С. Вероятностные методы в механике машин и конструкций/ М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. - 224 с.

5. Джонсон Н.Л. Одномерные непрерывные распределения: в 2 ч./ Н.Л.Джонсон, С. Коц, Н. Балакришнан; - М.: Бином. Ч.1. 2010. - 703 с.

Анотація

ПРИКЛАДНІ СТОХАСТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ ПРИ РАПТОВИХ МЕХАНІЧНИХ ВІДМОВАХ

О.С. Гринченко, Г.П. Юр'єва

Наведені удосконалені моделі прогнозування надійності систем при багаторазовому екстремальному навантаженні. Оцінено вплив попередніх навантажень на ризик виникнення раптових механічних відмов.

Abstract

APPLIED STOCHASTIC MODELS OF PROGNOSTICATION OF RELIABILITY AT THE SUDDEN MECHANICAL REFUSES

A.S. Grinchenko, A.P. Yur'eva

The improved models are resulted for prognostication of reliability of the systems at a frequent extreme ladening. Influence of predvaritel'nykh ladenings is appraised on the risk of origin of sudden mechanical refuses.