

## **ВИКОРИСТАННЯ ПАКЕТУ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ МІЦНОСТІ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ОБЛАДНАННЯ ПЕРЕРОБНИХ ТА ХАРЧОВИХ ВИРОБНИЦТВ**

**Сичов А.І., к.т.н., доц., Сичова Т.О., к.т.н., доц.**  
(Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка)

*У статті розглядається використання пакету прикладних програм для розрахунків міцності оболонкових елементів обладнання переробних і харчових виробництв у випадку лінійного та нелінійного деформування (нелінійна пружність, повзучість, повзучість з урахуванням пошкоджуваності). В розрахунках застосовується теорія оболонок з урахуванням деформацій поперечного зсуву. Надаються вид визначальної системи рівнянь та метод розв'язку. Наведені результати розрахунків міцності перфорованого барабану шнекового пресу.*

**Постановка проблеми та її актуальність.** В переробних і харчових виробництвах дуже часто використовується обладнання, яке складається з різних оболонкових елементів [1, 2]. Для проектування та розрахунку такого обладнання потрібно використовувати пакети прикладних програм, які дозволяють враховувати реальні умови роботи конструкції, максимально наближати розрахункову схему до вихідної конструкції, враховувати нелінійний характер поведінки конструкції в процесі її навантаження. Розробка та використання подібних програм дає можливість обґрунтовано робити вибір основних параметрів конструкції. Існуючі великі пакети програм є достатньо універсальними, але вони, як правило, працюють за схемою «чорної скриньки»: вводите вихідні дані та отримуєте числові результати. Тобто проектувальник обладнання у цьому випадку не може контролювати процес розрахунку. Тому велике значення мають прикладні пакети програм, які мають відкриті для проектувальника вихідні коди, та дають можливість проводити розрахунки використовуючи розрахункові схеми та математичні моделі обладнання різних рівнів складності [3]. Все це робить напрямок досліджень, що розглядається, актуальним як в науковому так і в

практичному відношенні.

Запишемо основні рівняння теорії осесиметрично навантажених оболонок обертання з урахуванням поперечного зсуву [3].

Кожна точка оболонки задається координатами  $(\alpha_1, \alpha_2, z)$ , де  $\alpha_1$  – координата вздовж твірної оболонки,  $\alpha_2$  – координата в окружному напрямку,  $z$  – координата в напрямку нормалі до поверхні оболонки. Оболонка навантажена осесиметрично розподіленим навантаженням  $q_1, q_z$  та зосередженими по краям кільцевими силами  $T^0, Q^0, T^L, Q^L$  і моментами  $M^0, M^L$ .

Передбачається, що при деформуванні оболонки перетини оболонки залишаються прямолінійними, але не є перпендикулярними до деформованої серединної поверхні оболонки. Товщина оболонки при деформуванні не змінюється.

Геометричні рівняння мають наступний вигляд:

$$E_{11} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u}{\partial \alpha_1} + k_1 w, \quad K_{11} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial \theta}{\partial \alpha_1}, \quad \varphi = k_1 u + \frac{1}{A_1} \frac{\partial w}{\partial \alpha_1}, \quad (1)$$

$$E_{22} = \phi u + k_2 w, \quad K_{22} = \phi \theta, \quad \gamma = \theta - \varphi,$$

$$\phi = \frac{1}{A_2} \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1},$$

де  $E_{11}, E_{22}$  – деформації,  $K_{11}, K_{22}$  – зміни кривин,  $u, w$  – переміщення точки серединної поверхні оболонки,  $A_1, A_2$  – коефіцієнти Ляме,  $k_1, k_2$  – кривини серединної поверхні;  $\phi$  – коефіцієнт;  $\theta$  – кут повороту перетину при деформуванні,  $\gamma$  – кут зсуву.

Деформації  $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{13}$  згідно прийнятим припущенням, записуються через деформації  $E_{11}, E_{22}$ , зміни кривин  $K_{11}, K_{22}$  та кут зсуву  $\gamma$ :

$$\varepsilon_{11} = E_{11} + zK_{11}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad \varepsilon_{13} = \gamma/2. \quad (2)$$

Рівняння рівноваги мають вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \alpha_1} + \phi(T_{11} - T_{22}) + k_1 Q_1 + q_1 &= 0, \\ \frac{1}{A_1} \frac{\partial M_{11}}{\partial \alpha_1} + \phi(M_{11} - M_{22}) - Q_1 &= 0, \\ \frac{1}{A_1} \frac{\partial Q_1}{\partial \alpha_1} + \phi Q_1 - k_1 T_{11} - k_2 T_{22} + q_z &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $T_{11}$ ,  $T_{22}$  – мембранні сили,  $Q_1$  – поперечна сила;  $M_{11}$ ,  $M_{22}$  – згинальні моменти, які діють в серединній поверхні оболонки. До рівнянь (1), (3) додаються кінематичні та статичні граничні умови.

Рівняння стану записуються для швидкостей параметрів серединної поверхні оболонки:

$$\begin{aligned} \dot{T}_{11} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\dot{E}_{11} + \nu \dot{E}_{22}) - \dot{T}_{11}^*, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \dot{M}_{11} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\dot{K}_{11} + \nu \dot{K}_{22}) - \dot{M}_{11}^*, \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad \dot{Q}_1 = kGh\dot{\gamma} - \dot{Q}_1^*, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $E$  – модуль пружності матеріалу,  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона,  $h$  – товщина оболонки,  $K$  – коефіцієнт, що коректує напруження зсуву ( $\kappa = 5/6$ ).

Додаткові доданки, які описують нелінійне деформування оболонок,  $\dot{T}_{11}^*$ ,  $\dot{T}_{22}^*$ ,  $\dot{M}_{11}^*$ ,  $\dot{M}_{22}^*$ ,  $\dot{Q}_1^*$  в (4) обчислюються наступним чином:

$$\begin{aligned} \dot{T}_{11}^* &= \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{\epsilon}_{11}^* + \nu \dot{\epsilon}_{22}^*) dz, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \dot{M}_{11}^* &= \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{\epsilon}_{11}^* + \nu \dot{\epsilon}_{22}^*) z dz, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \dot{Q}_1^* &= 2kG \int_{-h/2}^{h/2} \dot{\epsilon}_{13}^* dz, \end{aligned} \quad (5)$$

де швидкості нелінійних деформацій  $\dot{\epsilon}_{11}^*$ ,  $\dot{\epsilon}_{22}^*$ ,  $\dot{\epsilon}_{13}^*$  визначаються обраною моделлю нелінійного деформування (нелінійна пружність, повзучість, повзучість з пошкоджуваністю) та залежить від

напружень  $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{13}$  і структурних параметрів  $d_1, \dots, d_n$  моделі нелінійного деформування.

Визначальна система рівнянь задає початково-крайову задачу, яку в узагальненій формі можна записати так:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \star(\mathbf{Z}) \quad (6)$$

де  $\mathbf{Z}^T = [T_{11}, Q_1, M_{11}, u, w, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{13}, d_1, \dots, d_n]$ .

Початковою умовою для системи (6) буде розв'язок задачі пружності для оболонки, що розглядається. Для розв'язку початкової задачі використано вкладений метод інтегрування Рунге-Кутта-Мерсона четвертого порядку з автоматизованим вибором кроку у часі. На кожному кроці інтегрування розв'язується відповідна крайова задача за допомогою метода дискретної прогонки С.К.Годунова.

Пакет прикладних програм для розрахунків міцності оболонкових елементів обладнання переробних та харчових виробництв було використано для розрахунків міцності перфорованого барабану шнекового пресу для віджимання вологи з сирого жому цукрового буряку. Перфорований барабан складений з двох сит, які зібрані по довжині пресу в окремі секції. Сита поділяють на зовнішні товщиною  $h = 0,012$  м та внутрішні товщиною  $h^* = 0,0009$  м. У зовнішніх ситах отвори зроблені по трикутній сітці на відстані  $t = 0,03$  м одне від одного та діаметром  $d = 0,02$  м. Середній радіус зовнішнього циліндра  $R = 0,36$  м. Максимальний тиск в робочому просторі шнеку  $p = 2$  МПа. Внаслідок малої жорсткості внутрішнього циліндру вважається, що тиск передається тільки на зовнішній циліндр. Для матеріалу зовнішнього циліндра використано сталь 1X13. Секції перфорованого барабану підкріплені кільцями, жорсткість яких більше жорсткості барабану. Тому кожен секцію можна розглядати окремо, як жорстко закріплену по краям циліндричну оболонку.

При розміщенні отворів у вершинах трикутників в циліндрі жорсткість стінки визначають по приведеним значенням пружних сталей  $E'_1, E'_2, \nu'_1, \nu'_2$ :

$$E'_1 = \frac{E}{A_1 + \nu B_1}, \quad \nu'_1 = \frac{C + \nu D}{A_1 + \nu B_1}, \quad (7)$$

$$E'_2 = \frac{E}{A_2 + \nu B_2}, \quad \nu'_2 = \frac{C + \nu D}{A_2 + \nu B_2},$$

Тут сталі  $A_1, A_2, B_1, B_2, C, D$ , значення яких залежать від коефіцієнта перфорації циліндра  $k = d/t = 0,666$ :  $A_1 = 3,035, A_2 = 3,221, B_1 = B_2 = 1,108, C = 1,074, D = 1,058$ . Стала  $E$  – модуль пружності матеріалу, стала  $\nu = 0,3$  – коефіцієнт Пуассону матеріалу.

Таким чином пружні сталі будуть:  
 $E'_1 = 0,281E, E'_2 = 0,297E, \nu'_1 = 0,391, \nu'_2 = 0,413$ .

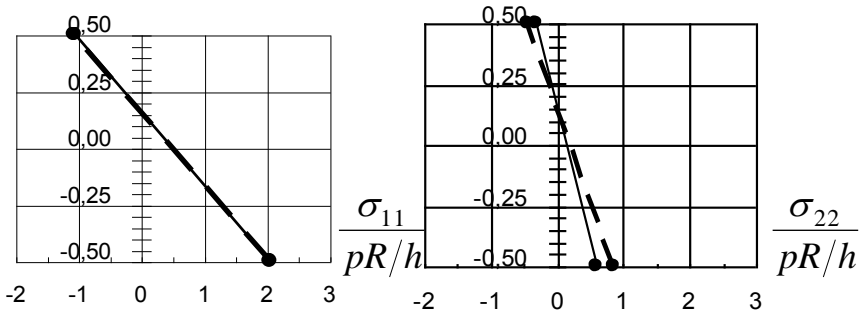


Рис. 1. Розподіл напружень  $\sigma_{11}/(pR/h)$  (а) та  $\sigma_{22}/(pR/h)$  (б) по товщині циліндру для моделі I (суцільна лінія) та моделі II (пунктирна лінія) у місці жорсткого закріплення

На Рис. 1 показано розподіл напружень  $\sigma_{11}$  та  $\sigma_{22}$  по товщині циліндру у місці жорсткого закріплення, де напруження будуть максимальні. Напруження на графіках приводяться відносно величини  $pR/h$ . У розрахунках розглянуто дві моделі матеріалу: модель I – з пружними сталими  $E, \nu$ , та модель II – з пружними сталими  $E'_1, E'_2, \nu'_1, \nu'_2$ .

Таблиця 1

Напруження	Модель матеріалу I	Модель матеріалу II
$\sigma_{11}$	122,6 МПа	124 МПа (на 1,2% >)
$\sigma_{22}$	36,8 МПа	51,18 МПа (на 51,18% >)

У табл. 1 показано порівняння напружень  $\sigma_{11}$  та  $\sigma_{22}$  у точці з максимальними напруженнями ( $z = -h/2$ ). Можна побачити, що максимальне меридіональне напруження  $\sigma_{11}$ , яке знайдене з розрахунків для двох моделей матеріалу, відрізняється на невелику величину, але різниця окружних напружень для  $\sigma_{22}$  набагато більша. Це можна пояснити тим, що для розглянутої моделі матеріалу, вплив є більшим на окружні напруження. Але для цієї оболонки максимальними будуть меридіональні напруження.

**Висновки.** Таким чином, можна зробити висновки про те, що пакет прикладних програм, який розглядається, можна використовувати для розрахунку на міцність різних тонкостінних оболонкових конструкцій обладнання переробних та харчових виробництв. Система рівнянь для задачі міцності конструкції зводиться до крайової задачі для систем лінійних або нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку, для розрахунку якої використовуються надійні чисельні методи, що перевірені роботами багатьох вчених. Відкритий вихідний код пакету прикладних програм дає можливість змінювати математичні моделі для конструкцій, що розглядаються.

### Список літератури

1. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования машин и аппаратов пищевых производств. М.:Машиностроение, 1983. – 447 с.
2. Остриков А.Н., Абрамов О.В. Расчет и конструирование машин и аппаратов пищевых производств. СПб.: ГИОРД, 2003. – 352 с.
3. Галишин А.З., Шевченко Ю.Н. К расчету термоупругого напряженного состояния оболочек вращения средней толщины // Прикладная механика. – 2008. – Вып. 44, № 5. – С. 58-67.

## **Аннотация**

### **ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ПРОЧНОСТИ ОБОЛОЧЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОБОРУДОВАНИЯ ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ И ПИЩЕВЫХ ПРОИЗВОДСТВ**

*В статье рассматривается применение пакета прикладных программ для расчетов прочности оболочечных элементов оборудования перерабатывающих и пищевых производств в случае линейного и нелинейного деформирования (нелинейная упругость, ползучесть, ползучесть с учетом повреждаемости). В расчетах используется теория оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига. Представлен вид разрешающих уравнений и метод решения. Приводятся результаты расчетов прочности перфорированного барабана шнекового пресса.*

## **Abstract**

### **USE OF APPLICATION PACKAGE OF PROGRAMS FOR STRENGTH CALCULATIONS OF SHELL ELEMENTS FOR EQUIPMENT OF PROCESSING AND FOOD MANUFACTURES**

*In article it is considered use of application package of programs for strength calculations of shell elements for equipment of processing and food manufactures in the case of linear and nonlinear deformation (nonlinear elasticity, creep, creep with consideration of damage). The shell theory with shear deformations for calculations is used. Generalized final equalizations and method of solution are presented. Results of strength calculations of perforated drum for worm press are resulted.*