

## АНАЛИЗ КВАРЦЕВЫХ ГЕНЕРАТОРОВ С УЧЕТОМ ИХ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ

Косулина Н. Г.<sup>1</sup>, Черенков А. Д.<sup>1</sup>, Янукович Г. И.<sup>2</sup><sup>1</sup>Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко,<sup>2</sup>Белорусский государственный аграрный технический университет (г. Минск)

*Предложен анализ параметров кварцевого автогенератора на основе функционального метода с учетом нелинейных и динамических свойств генератора.*

**Постановка проблемы.** Кварцевые генераторы находят применение в системах автоматики, телемеханики, вычислительной техники, информационных технологиях связанных с воздействием электромагнитного поля на биологические объекты растениеводства и животноводства.

Вопросам исследования кварцевых автогенераторов уделено большое внимание в целом ряде работ [1, 2, 3]. Однако нелинейные и динамические свойства автогенераторов описываются нелинейными дифференциальными уравнениями высокого порядка, исследование которых является чрезвычайно сложной задачей. В связи с чем, на наш взгляд, наиболее эффективным методом анализа параметров кварцевых автогенераторов является функциональный метод, который в настоящее время представляет собой одно из самых перспективных направлений в теории нелинейных систем [3, 4].

В настоящее время существует большое количество различных схем кварцевых генераторов, использующих гармоники резонаторов до частот 1 ГГц. При выборе схем и расчетах кварцевого генератора необходимо учитывать, что генерируемая частота является нелинейной функцией режима работы генератора (напряжения питания, величины нагрузки, коэффициента обратной связи) и величины реактивностей, входящих в схему.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Возможности применения функционального метода для исследования автогенераторов обсуждались в работе [3]. Однако методика, разработанная в данной работе, основана на предположении о сепарабельности ядер Вольтерра автогенератора (сепарабельность ядра Вольтерра  $n$ -го порядка означает, что оно равно  $n$ -й степени ядра Вольтерра первого порядка), что почти не выполняется для реальных нелинейных систем [4, 5, 6].

**Цель статьи.** Целью настоящей статьи является разработка нового подхода к исследованию кварцевых генераторов, основанного на применении функционального метода без введения каких-либо априорных ограничений на вид ядер Вольтерра.

**Основной материал исследований.** 1. Обоснование обобщенной нелинейности модели кварцевого генератора.

В общем случае кварцевый генератор представляет собой систему, состоящую из нелинейного активного элемента (транзистор), охваченного положительной обратной связью (рис. 1).

В момент запуска в колебательной системе кварцевого автогенератора возникают свободные колеба-

ния, обусловленные флуктуационными шумами элементов схемы. Благодаря наличию положительной обратной связи эти колебания усиливаются, что и приводит к возникновению автоколебаний. Наличие нелинейности характеристик активного элемента приводит к уменьшению усиления до такого уровня, при котором только компенсируется затухание колебаний в нагрузке.

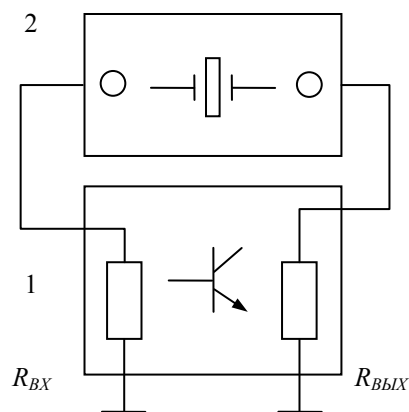


Рисунок 1 – Обобщенная структурная схема кварцевого генератора

Пользуясь методами теории шумящих электрических цепей [7, 8], можно рассчитать флуктуации для любой конкретной системы автогенератора и пересчитать их к входу активного элемента. Следовательно, источник флуктуаций, приводящий к возникновению свободных колебаний, можно условно изобразить вне схемы автогенератора – на входе активного элемента.

Изобразив выход автогенератора на внешнюю нагрузку, получим обобщенную нелинейную модель автогенератора, где  $x(t)$  – флуктуации схемы автогенератора, пересчитанные на вход активного элемента;  $y(t)$  – выходной сигнал автогенератора.

Легко видеть, что обобщенная нелинейная модель автогенератора представляет собой типичную нелинейную систему с обратной связью, для исследования которой наиболее удобным является функциональный метод [4, 5, 6].

Согласно данному методу выходной сигнал автогенератора  $y(t)$  может быть записан в виде ряда Вольтерра от флуктуаций схемы, пересчитанных на вход активного элемента  $x(t)$ , т.е.:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} R_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) \mathcal{D}\tau_i, \quad (1)$$

где  $R_n(\cdot)$  – ядро Вольтерра  $n$ -го порядка ( $n = 1, 2, \dots$ ).

Совокупность независимых от вида входного сигнала ядер Вольтерра однозначно и полностью описывает свойства исследуемой системы. Необходимо отметить, что определение ядер Вольтерра однозначно и полностью описывает свойства исследуемой системы. Необходимо отметить, что определение ядер Вольтерра является основной задачей, возникающей при исследовании нелинейных систем с помощью функционального метода [4, 5, 6]. Количество членов ряда (1) определяется требуемой для данной задачи точностью вычислений. Для режима мягкого самовозбуждения автогенератора достаточно учесть первые три члена из разложения характеристик нелинейного элемента в ряд Тейлора [1]. Следовательно, учет первых трех членов ряда Вольтерра гарантирует достаточно высокую точность анализа.

2. Определение ядер Вольтерра для основных разновидностей обобщенной нелинейной модели автогенератора. Если активный элемент, стоящий в цепи прямой связи, принципиально должен быть нелинейный [1], то цепь обратной связи может быть линейной или нелинейной. Для этих двух основных разновидностей обобщенной модели автогенератора определим ряд Вольтерра.

Случай нелинейной обратной связи является наиболее сложным в теоретическом отношении. Запишем исходное уравнение автогенератора:

$$y(t) = A\{x(t) + B[y(t)]\}, \quad (2)$$

где  $A\{\cdot\}$  – нелинейный оператор, описывающий активный нелинейный элемент;

$B\{\cdot\}$  – нелинейный оператор, описывающий цепь обратной связи.

Для определения ядер Вольтерра необходимо разложить  $y(t)$  в ряд Вольтерра  $y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t)$  и подставить в выражение (2), предварительно разложив характеристики всех нелинейных элементов в ряды Вольтерра (Тейлора) [4]. Получим:

$$\sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \left\{ x(t) + \sum_{j=1}^{\infty} B_j \left[ \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \right]^j \right\}^i. \quad (3)$$

Приравнявая члены, содержащие  $x(t)$  в одинаковой степени, можно получить уравнение, Ограничиваясь ядрами Вольтерра первых трех порядков и применяя теорию многомерных преобразований Лапласа [4...6], находим:

$$H_1(p_1) = \frac{A_1(p_1)}{1 - A_1(p_1)B_1(p_1)}; \quad (4)$$

$$H_2(p_1, p_2) = \frac{A_2(p_1, p_2) \prod_{i=1}^2 [1 + B_1(p_i)H_1(p_i)] + A_1(p_1 + p_2)B_2(p_1, p_2) \prod_{i=1}^2 H_1(p_i)}{1 - A_1(p_1 + p_2)B_1(p_1 + p_2)}; \quad (5)$$

$$H_3(p_1, p_2, p_3) = \frac{A_3(p_1, p_2, p_3) \prod_{i=1}^3 [1 + B_1(p_i)H_1(p_i)] + A_1(p_1 + p_2 + p_3)B_3(p_1, p_2, p_3) \prod_{i=1}^3 H_1(p_i) 2A_2(p_1, p_2 + p_3) [1 + B_1(p_1)]}{1 - A_1(p_1 + p_2 + p_3)B_1(p_1 + p_2 + p_3)} \times \frac{[B_1(p_2 + p_3)H_2(p_2, p_3) + B_2(p_2, p_3)] \prod_{i=2}^3 H_1(p_i) + A_1(p_1 + p_2 + p_3)2B_2(p_1, p_2)}{1 - A_1(p_1 + p_2 + p_3)B_1(p_1 + p_2 + p_3)} \times \frac{H_1(p_1)H_2(p_2, p_3)}{1}, \quad (6)$$

где  $H_1(p_1)$ ;  $H_2(p_1, p_2)$ ;  $H_3(p_1, p_2, p_3)$  – ядра Вольтерра трех порядков в многомерной комплексной области;  $p_1, p_2, p_3$  – комплексные переменные;

$A_1(p_1)$ ;  $A_2(p_1, p_2)$ ;  $A_3(p_1, p_2, p_3)$ ;  $B_1(p_1)$ ;  $B_2(p_1, p_2)$ ;  $B_3(p_1, p_2, p_3)$  – ядра Вольтерра первых трех порядков из разложения нелинейных операторов  $A\{\cdot\}$  и  $B[\cdot]$  соответственно в ряд Вольтерра [9].

В случае линейной обратной связи ядра Вольтерра можно получить аналогичным разложением уравнения (3), считая в нем  $B[\cdot]$  линейным оператором. Возможен и более простой путь – приравнять к нулю в полученных выше выражениях (4), (5), (6) все члены разложения оператора  $B[\cdot]$  цепи обратной связи в ряд Вольтерра, порядок которых выше единицы, т.е.  $B_2(\cdot) \doteq B_3(\cdot) \doteq 0$ . При этом получим:

$$H_1(p_1) = \frac{A_1(p_1)}{1 - A_1(p_1)B_1(p_1)}; \quad (7)$$

$$H_2(p_1, p_2) = \frac{A_2(p_1, p_2) [1 + B_1(p_1)] [1 + B_1(p_2)H_1(p_2)]}{1 - A_1(p_1 + p_2)B_1(p_1 + p_2)}; \quad (8)$$

$$H_3(p_1, p_2, p_3) = \frac{A_3(p_1, p_2, p_3) \prod_{i=1}^3 [1 + B_1(p_i)H_1(p_i)] + 2A_2(p_1, p_2 + p_3)}{1 - A_1(p_1 + p_2 + p_3)} \times \frac{[1 + B_1(p_1)H_1(p_1)]B_1(p_1 + p_2)H_2(p_1, p_2)}{B_1(p_1 + p_2 + p_3)}. \quad (9)$$

Выражения (4) – (6) и (7) – (9) не являются сепарабельными.

3. Возможные применения полученных результатов. Прежде всего рассмотрим физический смысл определенных выше ядер Вольтерра автогенератора.

Ядро Вольтерра первого порядка описывает полезную составляющую выходного сигнала автогенератора на частоте  $f$  [4...6]. Ядро Вольтерра второго порядка описывает сигнал на второй гармонике частоты полезного сигнала, т.е. на частоте  $2f$ , а также смещение рабочей точки вследствие нелинейных искажений. Ядро Вольтерра третьего порядка  $H_3(p_1, p_2, p_3)$  описывает сигнал на частоте  $3f$ , а также нелинейные искажения полезного сигнала на частоте  $f$ . Отношение ядра Вольтерра  $n$ -го порядка к ядру Вольтерра первого порядка позволяет определить коэффициент нелинейных искажений  $n$ -го порядка и рассчитать его зависимость от частоты [5]:

$$K_n = 20 \lg \frac{1}{2^{n-1}} \cdot \frac{H_n(p_1, \dots, p_n)}{\prod_{i=1}^n H_1(p_i)}. \quad (10)$$

Вычислив флуктуации автогенераторов, пересчитанные ко входу активного элемента, можно определить спектр выходного сигнала автогенератора [4] либо (применив обратное преобразование Лапласа) временные характеристики выходного сигнала [5, 6]. Данные результаты могут быть использованы при расчете других качественных показателей автогенератора, например, характеристик неустойчивости частоты [4]. Логическим продолжением задач является параметрическая оптимизация исследуемого автогенератора, связанные с вариацией параметров схемы в целях подбора оптимального в некотором смысле набора параметров [4]. Используя понятие мажоранты ряда Вольтерра [6], можно провести исследование устойчивости работы автогенератора. При этом ряд Вольтерра (1) заменяется алгебраическим мажорирующим рядом, что существенно упрощает исследование:

$$\|Y\| = \sum_{n=1}^{\infty} \|Y_n\|, \quad (11)$$

где:

$$\|Y_n\| = \max_{-\infty < t < \infty} |y_n(t)| = \max_{-\infty < t < \infty} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} n_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) \delta \tau_i \right|.$$

**Выводы.** В целом результаты данной статьи могут быть использованы при исследовании нелинейных и динамических свойств различных видов автогенераторов до частот 1...2 ГГц.

#### Список использованных источников

1. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы / Гоноровский И. С. – М.: Сов. радио, 1977. – 608 с.
2. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах / Малахов А. Н. – М.: Наука, 1967. – 660 с.
3. Кабанов Д. А. Обобщенный подход к исследованию автогенераторов / Кабанов Д. А. // Радиотехника и электроника. – 1974, № 8. – С. 1690–1697.
4. Макаренко Б. И. К вопросу о выборе оптимальных значений параметров фазовой автоподстройки частоты в мерах частоты с квантовым генератором / Макаренко Б. И., Султанов А. С., Иванов М. А. // Радиотехника. – Харьков, Вища школа. – 1978, Вып. 45. – С. 57–62.
5. Narayanan S. Application of Volterra series to intermodulation distortion analysis of transistor feedback amplifiers / Narayanan S. // IEEE. Trans. Circuit Theory. – 1970. – P. 518–528.
6. Landau M. Application of the Volterra series to the analysis and design of angle track loop / Landau M., Leondes C. // IEEE. Trans. Aerospace and Electron Systems. – 1972, №3. – P. 306–322.
7. Сухоедов И. В. Шумы электрических цепей (Теория) / Сухоедов И. В. – М.: Связь, 1975. – 352 с.
8. Сухоедов И. В. Шумы электрических цепей (Расчет) / Сухоедов И. В. – М.: Связь, 1976. – 120 с.
9. Бустанг. Анализ нелинейных систем при воздействии нескольких входных сигналов / Бустанг, Эрман, Грейам. – ТИИЭР, 1974, Т. 62, № 8. – С. 56–92.

#### Анотація

#### АНАЛІЗ КВАРЦЕВИХ ГЕНЕРАТОРІВ З УРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Косуліна Н. Г., Черенков О. Д., Янукович Г. І.

*Запропоновано аналіз параметрів кварцового автогенератора на основі функціонального методу з урахуванням нелінійних та динамічних властивостей генератора.*

#### Abstract

#### ANALYSIS OF CCOS TAKING INTO ACCOUNT THEIR NONLINEAR PROPERTIES

N. Kosulina, A. Cherenkov, G. Janukovich

*Approach of analysis of parameters of quartz oscillator is founded on the basis of functional method taking into account nonlinear and dynamic properties of generator.*