

## К УРАВНЕНИЮ ПОСЛОЕВОГО ДВИЖЕНИЯ ПСЕВДООЖИЖЕННОЙ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ

**Бредихин В.В., к.т.н., доц., Пивень М.В., к.т.н., доц.**

*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства  
имени Петра Василенко*

*Представлены уравнения послойного движения зерновой смеси, находящейся на деке пневмосортировального стола. Установлено, что движение дискретных фаз  $N+1$  - фазной системы, моделирующей смесь частиц, происходит в основном в плоскостях, параллельных опорной поверхности.*

**Введение.** В современных экономических условиях получение высококачественного зерна становится стратегически важным направлением для Украины. Как известно, получение высоких урожаев невозможно без использования посевного материала, обладающего высокой энергией прорастания. Для получения такого материала зерновой ворох необходимо подвергнуть многоступенчатой очистке и сепарации. Окончательной фазой обработки, является разделение по фракциям на пневмосортировальном столе.

**Постановка проблемы.** На рынке оборудования для подготовки посевного материала имеется большое количество пневмосортировальных столов (ПСС) различных конструкций и модификаций. Зарубежные аналоги,купаемые за границей, исходя из установившегося курса иностранных валют, становятся практически не доступными для отечественных аграриев. ПСС отечественных производителей не в полной мере удовлетворяют всем требованиям, выдвигаемым к качественным и количественным показателям процесса.

Это связано с тем, что в основной массе производители изготавливают не совсем удачные аналоги зарубежных моделей. Однако, есть ряд производителей, которые создают собственные модели, подводя под разработку основательную теоретическую и практическую.

Лаборатория «Послеуборочной обработки зерна» ХНТУСГ имеет давние и плодотворные контакты с Хорольским механическим заводом (г. Хорол) и ООО «Спецэлеватормельмаш» (г. Харьков), проводя свои исследования на ПСС этих производителей.

**Цель статьи.** Разработка теоретических основ моделирования процессов сепарации зерновых смесей на воздухопроницаемой деке пневмосортировальных столов.

**Изложение основной части материала.** Процессы, протекающие в зерновой смеси, находящейся на рабочей поверхности деки ПСС, сложны в описании и моделировании. Рядом исследователей (Блехман Н.И., Гортинский В.В., Желтухин Б.В., Лейкин Я.И. и др.) созданы основы теории

самосортирования частиц зерновых смесей в псевдооживленном слое при воздействии колебаний различного типа [1, 2].

В этой связи актуальной является проблема разработки математических моделей, позволяющих в наиболее общем виде учесть взаимодействие частиц (а не отдельной частицы) с псевдооживленной средой.

Одним из эффективных подходов к решению возникающих при этом задач, является подход, использующий методы гидродинамики многофазных систем.

При таком подходе смесь частиц (например, зерновая смесь), подвергаясь воздействию воздушного потока и колебаниям воздухопроницаемой деки, моделируется многофазной структурой, состоящей из дискретных компонент (множества частиц различающихся, например, по размерам или плотностям) и непрерывной компоненты (например, газообразная среда - воздух).

С точки зрения механики эти дискретные и непрерывные компоненты смеси рассматриваются как “сплошные среды”, взаимодействующие между собой. В дальнейшем такой подход будет использован для моделирования процесса самосортирования зерновых смесей плоскими воздухопроницаемыми поверхностями.

Решение этой достаточно сложной задачи в общем случае возможно только на основе численных методов. Однако, при дополнительных предположениях о процессе послойного движения псевдооживленного слоя частиц, возможно получение решения в аналитической форме, при которой применение компьютера необходимо только на стадии анализа функциональных зависимостей полей скоростей дискретных фаз от различных физико-технологических параметров частиц, из которых состоит псевдооживленный слой и кинематических параметров виброколебаний деки пневмостола.

Движение дискретных фаз  $N+1$  - фазной системы, моделирующей смесь частиц, происходит в основном в плоскостях, параллельных опорной поверхности. Следовательно, компонента скорости  $n$  -ой дискретной фазы вдоль оси  $x_3$  (ось  $x_3$  перпендикулярна опорной поверхности) пренебрежительно мала.

Кроме того, выше предполагалось, что величины, характеризующие движения не зависят от координаты  $x_2$ , поэтому компонента скорости вдоль этой оси равна нулю.

Таким образом, скорость  $n$ -ой дискретной фазы имеет единственную компоненту  $V_{n1}$ , зависящую только от временной переменной и координаты  $x_3$ . Далее будем полагать, что движение дискретных и непрерывной фаз происходит в режиме Стокса. Уравнение движения частиц  $n$ -го слоя,

$\overline{h_{n-1}} < x_3 < \overline{h_n}$ ,  $n=1,2,\dots,N$ ,  $\overline{h_n} = \sum_{p=1}^n h_p$ ,  $\overline{h_0} = 0$ , можно представить в виде:

$$\rho_n \frac{\partial V_{n1}}{\partial t} = 0,5 \frac{\bar{\rho}_n \bar{\rho}}{\rho_n} \frac{\partial}{\partial t} (V_1 - V_{n1}) + \frac{9 \bar{\rho} \bar{\rho}_n \sqrt{v}}{2 \sqrt{\pi} a_n \bar{\rho}_n} \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} (V_1 - V_{n1}) (t - \tau)^{-1/2} d\tau +$$

$$+ \rho_n F_n (V_1 - V_{n1}) + \mu_n \frac{\partial^2 V_{n1}}{\partial x_3^2} + \rho_n f_{n1}, \quad (1)$$

$$O = -\frac{\partial P_n}{\partial x_3} + 0,5 \frac{\bar{\rho}_n \bar{\rho}}{\rho_n} \frac{\partial V_3}{\partial t} + \rho_n F_n V_3 + \frac{9 \bar{\rho} \bar{\rho}_n}{2 \sqrt{\pi} a_n \bar{\rho}_n} \int_0^t \frac{\partial V_3}{\partial \tau} (t - \tau)^{-1/2} d\tau +$$

$$+ \rho_n f_{n3}, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial V_1}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 V_1}{\partial x_3^2} - 0,5 \frac{\bar{\rho} \bar{\rho}_n}{\rho_n} \frac{\partial}{\partial t} (V_1 - V_{n1}) - \frac{9 \bar{\rho} \bar{\rho}_n \sqrt{v}}{2 \sqrt{\pi} a_n \bar{\rho}_n} \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} (V_1 - V_{n1}) (t - \tau)^{-1/2} d\tau -$$

$$- \rho_n F_n (V_1 - V_{n1}) + \rho f_1, \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial V_3}{\partial t} = -(1 - \delta) \frac{\partial P}{\partial x_3} - 0,5 \frac{\bar{\rho} \bar{\rho}_n}{\rho_n} \frac{\partial V_3}{\partial t} - \frac{9 \bar{\rho} \bar{\rho}_n \sqrt{v}}{2 \sqrt{\pi} a_n \bar{\rho}_n} \int_0^t \frac{\partial V_3}{\partial \tau} (t - \tau)^{-1/2} d\tau -$$

$$- \rho_n F_n V_3 + \rho f_3. \quad (4)$$

где:  $\bar{\rho}$  - плотность газообразной среды (воздух);  
 $\bar{V}_n$  - скорость  $n$  - компонента дискретной фазы;  
 $\bar{V}$  - скорость непрерывной фазы;  
 $\bar{V}_n = (V_{n1}, V_{n2}, V_{n3})$  и  $\bar{V} = (V_1, V_2, V_3)$  - скорости частиц  $n$ -ой дискретной фазы и скорость непрерывной фазы;  
 $P_n$  - давление в  $n$ -ом слое;  
 $\mu_n$  - эффективный коэффициент динамической вязкости  $n$ -ой дискретной фазы;  
 $\nu$  - эффективный коэффициент кинематической вязкости непрерывной фазы;  
 $a_n$  - эквивалентный средний радиус по объему частиц  $n$ -ой дискретной фазы;  
 $f_{ni}$  -  $i$ -тая компонента массовой силы, действующая на частицы  $n$ -ой дискретной фазы (в качестве которой выбираем силу тяжести);  
 $F_n$  - коэффициент, характеризующий взаимодействие непрерывной фазы с частицами  $n$ -ой дискретной фазы; компоненты массовых сил  $\bar{f}_n$  и  $\bar{f}$ :

$$f_{n1} = f_1 = g \sin \alpha, \quad f_{n2} = f_2 = 0, \quad f_3 = f_{n3} = -g \cos \alpha, \quad (5)$$

где:  $\alpha$  - угол наклона опорной поверхности к горизонтальной плоскости;

$g$  - ускорение свободного падения.

При получении данных зависимостей использовалось уравнение неразрывности для непрерывной фазы, из которого, в частности, следует, что компонента скорости  $V_3$  не зависит от координаты  $x_3$ .

Кроме того, эффективные коэффициенты динамической (кинематической) вязкости для дискретных и непрерывной фаз  $\mu_i$  и  $\mu$  зависят от амплитуды и частоты колебаний деки.

Таким образом, уравнения (1) – (4) являются основой для построения математической модели послойного движения смеси частиц по воздухопроницаемой опорной поверхности, совершающей колебания.

Уравнения (1) – (3) представляют собой нестационарную систему интегро-дифференциальных уравнений.

Дальнейшее решение может быть получено с помощью преобразования Лапласа по временной переменной [3,4]. Рассмотрим важный для практических приложений случай установившегося послойного движения смеси частиц. Для этого случая система уравнений (1) – (3) упрощается и принимает следующий вид:

$$\mu_n \frac{\partial^2 V_{n1}}{\partial x_3^2} + \rho_n F_n (V_1 - V_{n1}) + \rho_n \bar{f}_1 = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial P_n}{\partial x_3} - \rho_n \bar{f}_2 - \rho_n F_n V_3 = 0, \quad (7)$$

$$\mu \frac{\partial^2 V_1}{\partial x_3^2} - \rho_n F_n (V_1 - V_{n1}) + \rho \bar{f}_1 = 0, \quad (8)$$

$$(1 - \delta) \frac{\partial P}{\partial x_3} + \rho_n F_n V_3 - \rho \bar{f}_2 = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

где:  $\bar{f}_1 = g \sin \alpha$ ,  $\bar{f}_2 = -g \cos \alpha$ .

Решение этой системы уравнений может быть получено в аналитическом виде.

Анализ уравнений свидетельствует о достаточно сложном характере процесса послойного движения псевдооживленного слоя частиц и его необходимо учитывать в процессе вибропневматического разделения частиц по плотности.

## Список використаних джерел

1. Дринча В.М. Исследование сепарации семян и разработка машинных технологий их подготовки / В.М. Дринча.- Воронеж: Изд-во НПО "МОДЭК", 2006. – 384с.
2. Тищенко Л.Н. Моделирование процессов зерновых сепараторов / Л.Н. Тищенко, М.В. Пивень, С.А. Харченко, В.В. Бредихин.- Харьков: ХНТУСХ, "Місьрук", 2010.- 360с.
3. Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат.- М.: Изд-во физико-математической литературы, 1958.- 674с.
4. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970.- 720 с.

## Анотація

### ДО РІВНЯННЯ ПОШАРОВОГО РУХУ ПСЕВДОРОЗРІДЖЕНОЇ ЗЕРНОВОЇ СУМІШІ

Бредіхін В.В., Півень М.В.

*Наведені рівняння пошарового руху зернової суміші, що знаходиться на деці пневмосортувального столу. Встановлено, що рух дискретних фаз  $N+1$  - фазної системи, яка моделює суміш часток, проходить в основному в площинах, які паралельні до опорної поверхні.*

## Abstract

### TO THE EQUATION LAYER MOTION FLUIDIZED GRAIN MIXES

V. Bredyhyn, M. Piven

*The equations of motion of layered grain mixture, located on deck separator table. Found that the movement of discrete phases  $N+1$ - phase system simulating a mixture of particles occurs primarily in planes parallel to the supporting surface.*