

## КРИТЕРИИ ПИРСОНА В ПРИМЕНЕНИИ К АНАЛИЗУ $n$ -ФАКТОРНОГО МАССИВА ЗАМЕРОВ ПРИ ИНЖЕНЕРНЫХ РЕШЕНИЯХ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ

**Полупанов В.Н., к.т.н., доцент**

*(Луганский национальный аграрный университет)*

**Каретников Р.В., магистр**

*(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко)*

*В статье представлены материалы по особенностям типов интерполяционных кривых К. Пирсона и использованию критерия Пирсона при анализе  $n$ -факторного массива измерений для инженерных решений в сельском хозяйстве.*

При изучении массивов  $n$  – факторов, характерным для большинства результирующих интерполяционных кривых, заметна более ли менее значительная скошенность, которая учитывается принятой Карлом Пирсоном [9] универсальной формулой гипергеометрического распределения.

Варианты гипергеометрического закона, а следовательно тип интерполяционной кривой зависят от особенностей корней квадратного трехчлена  $f(x) = b_0x^2 + b_1x + b_2$  или его дискриминанта  $D = b_1^2 - 4b_0b_2$  [6, 9], который в преобразованном виде представлен выражением  $D = b_1^2 (1 - \frac{4b_0b_2}{b_1^2})$ . Содержащееся в

скобках слагаемое в преобразованном виде  $k = \frac{1}{\frac{4b_0b_2}{b_1^2}}$  получило определение как

критерий К. Пирсона [4, 9].

Дифференциальное уравнение кривой распределения записывается следующим выражением:  $\frac{dy}{y} = \frac{-(x-X)dx}{b_0x^2 + b_1x + b_2}$ , где  $X$  – мода интерполяционной кривой. Параметры  $X, b_0, b_1, b_2, \beta_1, \beta_2$  уравнения определяются через центральные моменты по известным методикам, используя массив выборки изучаемого фактора. Характерные значения параметров для соответствующих типов кривых с использованием критерия Пирсона приведены в таблице 1.

При определении численности выборок учтены рекомендации Дина А.М., Снедекора Дж.У, Доспехова.Б.А., Вольфа В.Г., Дж. Полларда и др.[1, 2, 3, 6, 10].

Количество выборки по Дж Снедекору и А. Колмогорову при 5% уровне значимости можно определить из выражения  $n = (S_D t_{0,05})^2 / \delta^2$  [8, 10], задав минимальные существенные значения диапазона ( $\delta$ ) размаха предполагаемой выбор-

ки, принятые как и значения выборочного ( $S_D$ ) стандартного отклонения при  $t_{0,05}=1,982$  [10], ориентированного на число ( $n$ ) наблюдений порядка 100.

Таблица 1 - Параметрические особенности типов кривых Пирсона

Значение критерия Пирсона, $k$	Характерная особенность типа кривой	Тип интерполяционной кривой
$k < 0$	$D > 0, r + 1 > 0$	<i>I</i>
$k = 0, \beta_1 = 0, \beta_2 \leq 3$	$b_0 \leq 0, b_1 = 0$	<i>II</i>
$k = \infty$	$b_0 = 0, b_1 \leq 0$	<i>III</i>
$0 < k < 1$	$D < 0$	<i>IV</i>
$k = 1$	$D = 0$	<i>V</i>
$1 < k < \infty$	$D > 0, r + 1 < 0$	<i>VI</i>
$k = 0, \beta_1 = 0, \beta_2 = 3$	$b_0 = 0, b_1 = 0$	<i>нормальный (VII)</i>

В нашем случае значения ( $\delta$ ) и выборочного стандартного отклонения ( $S_D$ ) принимаются по результатам исследований характеристик агротехнологического фона корнеплодов, полученных Погорелым Л.В., Фомичовым А.М. и другими [5, 7]. При этом учитывался коэффициент ( $\gamma$ ) вариации признаков, которые условно были разбиты на две группы выражением  $50\% \geq \gamma \leq 50\%$ , из которых были взяты по одному характерному признаку для сорта.

Для первой группы принята масса  $m_k$  с ориентировочными значениями  $\delta \approx 0,2$ кг и  $S_D \approx 0,82$ кг, а для второй группы ( $\gamma \geq 50\%$ ) взята характеристика отклонения ( $e$ ) центра сечения корнеплода на уровне почвы от продольной оси рядка со значениями  $\delta \approx 0,05$ м и  $S_D \approx 0,023$ м.

Кроме параметра  $e$  – отклонение центра сечения корнеплода на уровне почвы проведен анализ массива замеров [7] для  $\nu$  – угла нутации и  $\psi'$  – угла прецессии, а также  $z$ - отклонения центра головки корнеплода от продольно-вертикальной плоскости.

Однако учитывая, что  $z$  в параметрическом виде представлен зависимостью  $z=f(\nu, \psi, h_0, e)$ , можно сделать вывод о подчиненности его числовых значений, и поэтому объем выборки  $z$ , характеризующей отклонение центра головки корнеплода, принимаем таким, как и для параметров 1-й группы.

Примерная расчетная численность ( $n$ ) наблюдений составили для  $m_k$  –  $n_{m_k} \approx 66$ , а для  $e$  –  $n_e \approx 83$ .

На основании проведенных расчетов были получены наиболее характерные интерполяционные кривые распределений для соответствующих типов кривых К. Пирсона, позволившие сформулировать концепцию “единичный корнеплод” используемую при проектировании выкапывающих рабочих органов [7].

Кривые распределений, описывающие характер изменчивости признаков по сортам и относящиеся к определенному типу системы пирсоновских кривых, представлены уравнениями.

Уравнение распределения максимального  $d_m$  диаметра (рис. 1):

$$f(d_{\max})_{\text{Эк.}} = 0,192 \left(1 - \frac{(d_{\max} - 9,134)^2}{118,353}\right)^{12,885}, \quad (1)$$

$$f(d_{\max})_{\text{Пб}} = e^{-17,3} e^{39,95 \arctg\left(\frac{d_{\max} - 1,21}{11,575}\right)} \left[1 + \left(\frac{d_{\max} - 1,21}{11,575}\right)^2\right]^{-23,01}. \quad (2)$$

Уравнения представляют II и IV типы распределения К. Пирсона с мерой асимметрии  $v_1$  равной 0,141 и 0,031, и индикатором эксцесса  $v_2 - 2,805$  и 3,166 соответственно. В этом случае мы использовали  $k = 0, \beta_1 = 0, \beta_2 = 3$  и  $b_0 = 0, b_1 = 0$

для II типа кривой и  $0 < k < 1, D < 0$  характеризующие интерполяционные кривые К. Пирсона IV типа (рисунок 1).



Рисунок 1 - Кривые К. Пирсона (тип II и IV) распределения максимального  $d_{\max}$  диаметра корнеплодов

На рисунке 2 представлены кривые распределения признака  $e$  с размерами вариационных рядов и количеством группируемых классов по сортам 130 и 8.

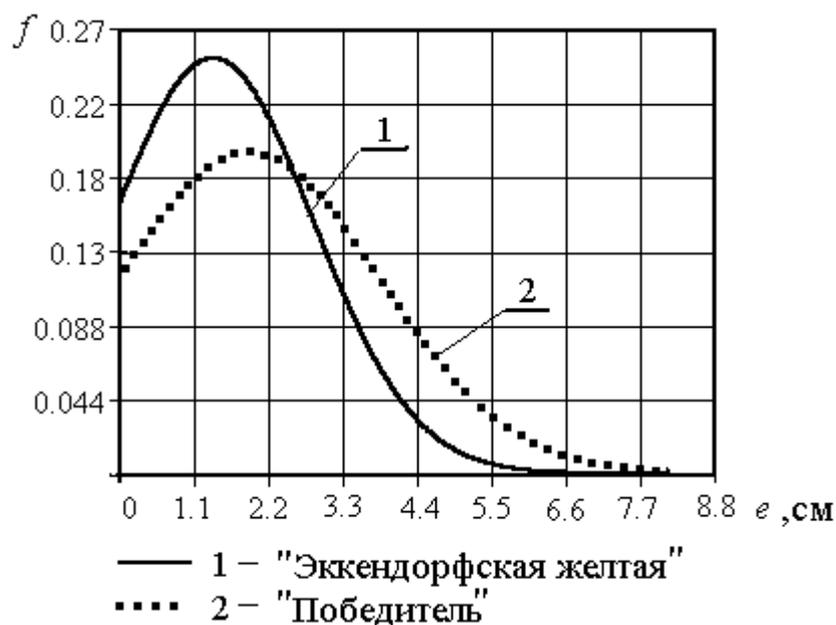


Рисунок 2 - Кривые нормального распределения для признака  $e$ , отклонения центра сечения корнеплода от продольной оси ряда

Кривые распределений описаны соответствующими нормальному распределению уравнениями:

$$f(e)_{\text{Эк}} = 0,2474 \exp \left[ -0,192 (e - 1,523)^2 \right], \quad (3)$$

$$f(e)_{\text{Поб}} = 0,1911 \exp \left[ -0,115 (e - 2,105)^2 \right]. \quad (4)$$

Для функции I-го типа распределения К. Пирсона (рис.3) кривые для углов нутации  $\nu$  описываются следующими уравнениями:

$$f(\nu)_{\text{Эк}} = 0,041 \left( 1 + \frac{\nu - 14,5}{11,716} \right)^{1,079} \left( 1 - \frac{\nu - 14,5}{78,552} \right)^{7,234}, \quad (5)$$

$$f(\nu)_{\text{Поб}} = 0,0598 \left( 1 + \frac{\nu - 12,9}{5,5} \right)^{0,664} \left( 1 - \frac{\nu - 12,9}{12,64} \right)^{15,252}. \quad (6)$$

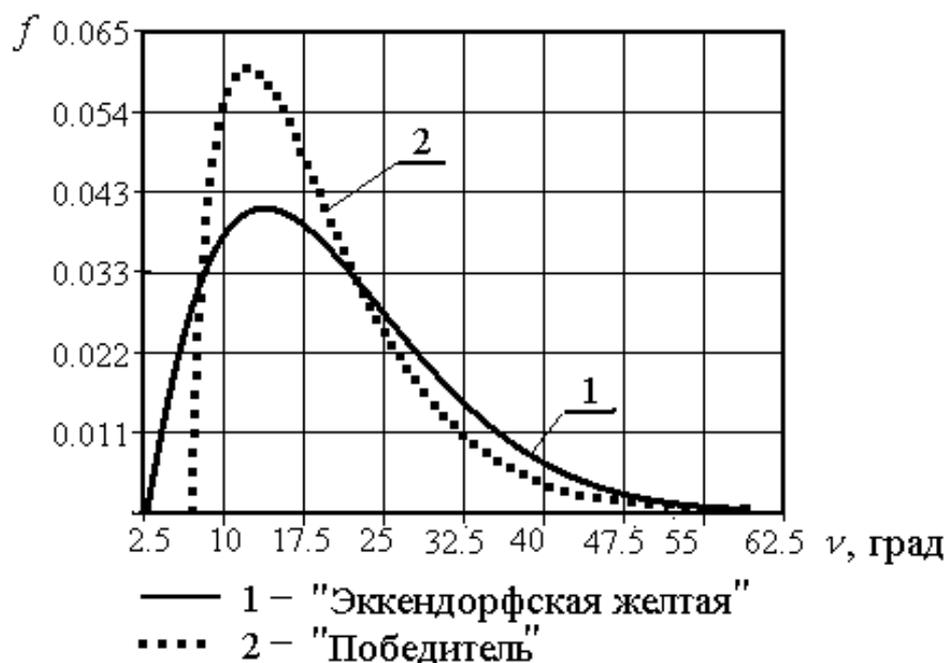


Рисунок 3 - Функции распределения углов отклонения от вертикали продольной оси корнеплода  $\nu$ , соответствующие I-му типу интерполяционных кривых К. Пирсона

**Выводы.** 1. Использование критериев Пирсона при математическом моделировании характеристик “единичный корнеплод” [7] и “конус роста” и, в частности, угла прецессии определило предпочтительную ориентацию корнеплодов кормовой свеклы сортов “Эккендорфская желтая” и “Победитель” в квадрантах, для  $\psi'$  – относительно продольной оси ряда  $y$  и соответственно для  $\psi$  – относительно поперечной оси  $x$ :

$$\psi'_{\text{Эк}} = 49,7^{\circ} + \frac{(n-1)\pi}{2}; (\psi_{\text{Эк}} = 40,3^{\circ} + \frac{(n-1)\pi}{2}),$$

$$\psi'_{\text{Пб}} = 46,2^{\circ} + \frac{(n-1)\pi}{2}; (\psi_{\text{Пб}} = 43,8^{\circ} + \frac{(n-1)\pi}{2}),$$

где  $n$  – порядковый номер квадранта.

2. Использование математической модели при разработке конструкции выкапывающего устройства для фермерских хозяйств обеспечило эффективное выполнение технологического процесса уборки корнеплодов и возможность их длительного хранения. Сильные повреждения убираемых корнеплодов в типичных условиях при рациональной скорости комбайна 1,13 м/с и глубине подкапывания 7,8 см не превышают 1,48%, что соответствует нормативным агротребованиям [7].

## Список литературы

1. Вольф В.Г. Статистическая обработка опытных данных. – М.: Колос, 1966. – 255 с.

2. Длин А.М. Математическая статистика в технике. – М.: Советская наука, 1958. – 465 с.
3. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта (с основами статистической обработки результатов исследований). – М.: Колос, 1965. – 423 с.
4. Лахтин Л.К. Кривые распределения и построение для них интервалов формул по способам Пирсона и Брунса. – М.: Гос. изд-во., 1922. – 152 с.
5. Погорілий Л.В., Волянський М.С., Фомічов А.М. Агробіологічні і фізико-механічні властивості кормових буряків як основа для розробки механізованого процесу збирання // Вісник сільськогосподарської науки. – 1988. - № 1. – С. 64-70.
6. Поллард Дж. Справочник по вычислительным методам статистики: Пер.с англ. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 343
7. Полупанов В.М., Пастухов В.И. Методика определения агротехнологических характеристик кормовой свеклы с использованием обобщающего параметра “единичный корнеплод”. Наукове видання. Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. “Механізація сільськогосподарського виробництва”. Вип. 11. - Харків: СПДФО “Червяк В.Є” , 2002. - С. 190-195.
8. Снедекор Дж.У. Статистические методы в применении к исследованиям в сельском хозяйстве и биологии : Пер.с англ. – М.: Сельхозиздат, 1961. – 503
9. K. Pirson Contri bution to the Mathematical. Theory of Evoluton. Philosophical Transactions (A) Vol. 185, 1895.
10. A. Kolmogoroff. Sulla determinazione legge di distribuzione. Giornale dell’Istituto Italiano degli Attuari. Vol. 97, 1933.

## **Аннотація**

### **Критерії Пірсона в застосуванні до аналізу *n*-факторного масиву вимірів при інженерних рішеннях в сільському господарстві**

Полупанов В.М., Каретніков Р.В.

*В статті представлені матеріали по особливостям типів інтерполяційних кривих К. Пірсона та використанню критерія Пірсона при аналізі *n*-факторного масиву вимірів для інженерних рішень в сільському господарстві.*

## **Abstract**

### **Criteria of Pearson in application to the analysis of *n*-factores array of measurings at engineerings decisions in agriculture**

V. Polupanov, R. Karetnikov

*In the article materials are presented on the features of types of interpolation curves of K. Pearson and use of criterion of Pearson at the analysis of *n*-factores array of measurings for engineerings decisions in agriculture.*