Abstract

ABOUT CONTACT INTERACTION SOME VEGETABLES WITH THE SOIL

The contact interaction with the soil of vegetables which grows for a long time and then ripens on the surface of the earth is considered. To simulate the contact interaction, the solution of the Hertz problem known in the theory of elasticity is used. The soil is modeled by an elastic half-space, and vegetables – by an elastic body, which is limited in the zone of contact with the ground by a surface of the second order. Formulas are obtained for calculating the dimensions of the elliptical region of contact and the distribution of excess pressure on it, caused by the weight of the vegetable body. It is shown that this pressure can be significant for massive vegetables such as watermelons, melons, pumpkins, etc. To simplify the calculations, a special table has been compiled which makes it possible to find the eccentricity of the contact region and the values of the full elliptic integrals of the first and second kind involved in calculated formulas, for a certain ratio of the main radius of curvature of the boundary surface of the body, which presses on the elastic half-space. An example of calculation is given.

Key words: *Hertz contact problem, soil as an elastic half-space, elastic body of the vegetable, elliptical contact zone, overpressure*.

УДК 534.1:539:3

ПРО ПЕРЕТВОРЕННЯ УДАРОМ ЗАДЕМПФОВАНОЇ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ В ОСЦИЛЯТОР

Ольшанський В.П., д.ф.-м.н., проф., Богомолов О.В., д.т.н., проф.,

(Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка)

Богомолов О.О., аспірант

(Луганський національний аграрний університет)

Розглянуто вертикальний абсолютно непружний удар падаючого тіла по твердому тілу, яке закріплено на пружині з в'язким демпфером. Показано, що внаслідок такого удару неколивальна дисипативна система, з властивим їй аперіодичним рухом, може переходити в дисипативну коливальну систему. З'ясовано достатні для цього умови. Одержано аналітичні розв'язки диференціального рівняння коливального руху після удару. Виведено замкнені формули для обчислення максимального переміщення системи і часу його досягнення. Показано, що одержані аналітичні

результати узагальнюють відому формулу Кокса в теорії механічного удару. Досліджено також аперіодичний рух неколивальної дисипативної системи, коли вона залишається такою після удару. Показано, що і в цьому випадку коефіцієнти динамічності переміщень і зусиль теж можуть бути великими, тобто значно більшими двох одиниць.

Ключові слова: *задемпфована механічна система, лінійне в'язке тертя, механічний удар, узагальнення формули Кокса, коефіцієнти динамічності, переміщення і зусилля.*

Постановка задачі. З теорії механічного удару відомо, що короткочасне динамічне навантаження може призвести до великих переміщень і напружень і бути причиною руйнування пружних елементів конструкцій або порушення їх працездатності [1-4]. Тому розрахункам на механічний удар приділяється значна увага в науковій і навчальній літературі [5-8]. Але, незважаючи на суттєві досягнення в цій галузі прикладної механіки, залишається недостатньо вивченою динаміка систем з урахуванням в'язкого тертя, яким часто нехтують з метою спрощення теорії, виходячи з малої тривалості удару. Певним винятком у цьому відношенні є робота [3], де враховують вплив лінійного в'язкого опору на величину переміщень і зусиль, які виникають у коливальній дисипативній системі при імпульсному навантаженні. Але там йдеться не про механічний удар, а про короткочасне силове імпульсне навантаження осцилятора. На відміну від згаданих публікацій, тут розглядається рух неколивальної суттєво дисипативної системи в в'язким демпфером при механічному ударі падаючим тілом. Показано, що внаслідок непружного удару, за рахунок миттєвого приросту маси, вихідна задемпфована система може набувати коливальні властивості, яких вона не мала до удару.

Метою статті є виведення та апробація формул для розрахунку переміщення і внутрішнього зусилля в суттєво дисипативній системі при непружному вертикальному ударі важким твердим тілом, тобто ставиться задача узагальнення результатів, одержаних в теорії удару ідеально пружних тіл.

Основні матеріали досліджень. Припускаємо, що аперіодичний рух системи з одним ступенем вільності, внаслідок початкового збурення, описується диференціальним рівнянням:

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0\,,$$

у якому m – маса тіла, підданого удару, μ – коефіцієнт в'язкості демпфера, c – коефіцієнт жорсткості пружини; $x(t)$ – вертикальне переміщення системи; крапка над x означає похідну за часом t.

Параметри вихідної системи до удару такі, що виконується умова:

$$\mu \geq 2\sqrt{cm} \text{ або } m \leq \frac{\mu^2}{4c}. \tag{1}$$

Система, що знаходилась в стані спокою при $x = 0$, починає рухатись внаслідок вертикального удару твердим тілом масою m_0, що вдаряє зі швидкістю v_0.

При абсолютно непружному ударі маса системи отримує значення $M = m + m_0$ і починає рух зі швидкістю:

$$v = \frac{mv_0}{M}.$$

Рух системи після удару, який вважаємо миттєвим, буде описуватись диференціальним рівнянням:

$$M\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = m_0 g, \tag{2}$$

де g – прискорення вільного падіння.

Рівняння (2) доводиться розв'язувати при початкових умовах:

$$x(0) = 0; \; \dot{x}(0) = v. \tag{3}$$

Внаслідок збільшення маси системи після удару може порушитись умова (1). Тому далі розглянемо три варіанти руху системи після удару.

1. Нехай маса тіла, яке вдаряє, m_0 така, що:

$$m_0 > \frac{\mu^2}{4c} - m \text{ або } M > \frac{\mu^2}{4c}. \tag{4}$$

Тоді виконується нерівність:

$$\left(\frac{\mu}{2M}\right)^2 - \frac{c}{M} < 0$$

і корені характеристичного рівняння:

$$K^2 + \frac{\mu}{M}K + \frac{c}{M} = 0 \tag{5}$$

комплексно спряжені.

У цьому випадку розв'язок рівняння (2), який задовольняє початковим умовам (3), має вигляд:

$$x(t) = x_c + x_c\left[\frac{1}{\omega}\left(\frac{v_0 c}{mg} - \beta\right)\sin(\omega t) - \cos(\omega t)\right]e^{-\beta t}. \qquad (6)$$

Тут $\beta = \dfrac{2\mu}{M}$; $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{M} - \beta^2}$; $x_c = \dfrac{m_0 g}{c}$ – статичне переміщення системи під дією ваги тіла, що вдаряє.

Зміна швидкості руху маси M відбувається за законом:

$$\dot{x}(t) = \frac{c x_c}{Mg}\left[v_0 \cos(\omega t) + \frac{1}{\omega}(g - \beta v_0)\sin(\omega t)\right]e^{-\beta t}. \qquad (7)$$

Для обчислення внутрішнього зусилля в системі $F(t)$ маємо формулу

$$F(t) = cx(t) + \mu\dot{x}(t) = F_c\left\{1 + \left[A\sin(\omega t) - B\cos(\omega t)\right]e^{-\beta t}\right\}. \qquad (8)$$

Тут $A = \dfrac{1}{\omega}\left[\dfrac{v_0 c}{Mg} - \beta + \dfrac{\mu}{Mg}(g - \beta v_0)\right]$; $B = \left(1 - \dfrac{\mu v_0}{Mg}\right)$; $F_c = c x_c$ – зусилля в пружині, яке виникає при статичному навантаженні системи вагою $m_0 g$ тіла, що вдаряє.

Як бачимо, після удару переміщення, швидкість і внутрішнє зусилля в системі мають вигляд згасаючих коливань. Отже, вихідна неколивальна дисипативна система стала коливальною внаслідок непружного удару. Умовою такого перетворення є нерівність (4).

Дослідження переміщення (6) на екстремум дає наступну формулу для обчислення його найбільшого значення:

$$\max x(t) = x(t_*) = x_c\left(1 + e^{-\beta t_*}\sqrt{1 + \frac{c v_0^2}{Mg^2} - \frac{2\beta v_0}{g}}\right). \qquad (9)$$

Цей екстремум досягається в момент часу:

$$t = t_* = \frac{1}{\omega}(\pi - \alpha), \qquad (10)$$

де $\alpha = \begin{cases} arctg\,\dfrac{\omega v_0}{g - \beta v_0} & \beta v_0 < g \\ \dfrac{\pi}{2} & \text{при } \beta v_0 = g \\ \pi - arctg\,\dfrac{\omega v_0}{\beta v_0 - g} & \beta v_0 > g \end{cases}$.

Згідно з (9) коефіцієнт динамічності $K_{\partial} = \dfrac{x(t_*)}{x_c}$ подається виразом:

$$K_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{cv_0^2}{Mg^2} - 2\frac{\beta v_0}{g}\exp\left[-\frac{\beta}{\omega}(\pi - \alpha)\right]}.$$

При безударному навантаженні, коли $v_0 = 0$; $\alpha = 0$:

$$K_{\partial} = 1 + \exp\left(-\frac{\beta\pi}{\omega}\right) < 2,$$

що узгоджується з довідником [9].

Без урахування сили в'язкого опору ($\beta = 0$), формула (9) набуває вигляд:

$$x(t_*) = x_c\left(1 + \sqrt{1 + \frac{cv_0^2}{Mg^2}}\right)$$

і співпадає з відомою формулою Кокса [4, 8].

Таким чином, розглянута теорія узагальнює відомі результати, одержані без урахування дії дисиптивних сил.

Зазначемо, що найбільші значення переміщення і внутрішнього зусиля досягаються в різні моменти часу. Дослідження виразу (8) на екстремум дає формулу:

$$\max F(t) = F(t^*) = F_c\left(1 + \frac{A|\lambda| - Bsign(\lambda)}{\sqrt{1+\lambda^2}}e^{-\beta t^*}\right). \qquad (11)$$

Тут $\lambda = \dfrac{A\omega + B\beta}{A\beta - B\omega}$; $t^* = \dfrac{1}{\omega}\begin{cases} arctg\lambda & \text{при } \lambda > 0 \\ \pi + arctg\lambda & \lambda < 0 \end{cases}$. (12)

Час t^* менший, ніж t_*, тобто максимум внутрішнього зусиллля досягається раніше, ніж максимум переміщення.

Коефіцієнт динамічності по внутрішньому зусиллю $K_{\partial}^* = \dfrac{F(t^*)}{F_c}$ можна обчислити по формулі:

$$K_{\partial}^* = 1 + \frac{A|\lambda| - Bsign(\lambda)}{\sqrt{1+\lambda^2}}e^{-\beta t^*}$$

Із фізичних міркувань впливає, що $K_{\partial}^* \geq K_{\partial}$. Рівність цих коефіцієнтів маємо, коли $\beta = 0$.

З метою перевірки вірогідності виведених формул розглянено приклад. Для проведення розрахунків приймаємо: $m = 1$ кг, $m_0 = 9$ кг, $c = 4 \cdot 10^3$ Н/м, $\mu = 130$ кг/с; $v_0 = 20/9$ м/с. Цим числовим даним відповідає: $\beta = 6{,}5$ с$^{-1}$; $M = 10$ кг; $\omega = \sqrt{357{,}75}$ с$^{-1}$; $x_c = 0{,}02207$ м; $F_c = 88{,}29$ Н. Подальші розрахунки по формулах (9) і (10) дають: $\alpha = 1{,}68061$; $t_* = 0{,}07724$ с, $\max x(t) = 0{,}07965$ м. Коефіцієнт динамічності переміщення становить $K_\partial = 3{,}6091$. За формулами (11), (12) одержуємо: $A = 4{,}12223$; $B = -1{,}94484$; $\lambda = 1{,}02749$; $t^* = 0{,}04224$ с; $\max F(t) = 377{,}4927$ Н. Отже, коефіцієнт динамічності внутрішнього зусилля $K_\partial^* = 4{,}2756 > K_\partial$.

Графіки $x(t)$ і $F(x)$ у безрозмірній формі подано на рис.1.

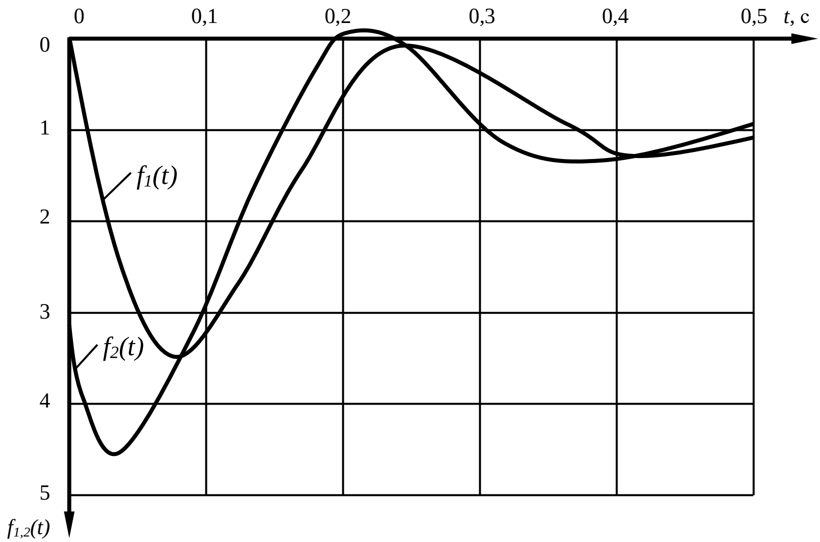

Рис. 1. Графіки $f_1(t)$ і $f_2(t)$ при $M > \dfrac{\mu^2}{4c}$

Внаслідок припущення про миттєвість удару, функція $f_2(t) = \dfrac{F(t)}{F_c}$ має розрив першого роду при $x = 0$. Найбільше значення цієї функції перевершує найбільше значення функції $f_1(t) = \dfrac{x(t)}{x_c}$. Воно досягається раніше, ніж у функції $f_1(t)$. Обидві функції описують згасаючі коливання і з ростом t прямують до одиниці.

2. Другий варіант руху системи після удару маємо, коли:

$$M < \frac{\mu^2}{4c}.$$

У цьому випадку неколивальна дисипативна система залишається такою і після удару. Обидва некратні корені рівняння (5) дійсні, від'ємні, а розв'язок задачі (2), (3) має вигляд:

$$x(t) = x_c + \frac{x_c}{K_1 - K_2}\left[\left(K_2 + \frac{v}{x_c}\right)e^{K_1 t} - \left(K_1 + \frac{v}{x_c}\right)e^{K_2 t}\right], \tag{13}$$

де $K_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \dfrac{c}{M}}$, і описує аперіодичний рух.

У відповідності з (13) швидкість руху і внутрішнє зусилля подаються виразами:

$$\dot{x}(t) = \frac{x_c}{K_1 - K_2}\left[K_1\left(K_2 + \frac{v}{x_c}\right)e^{K_1 t} - K_2\left(K_1 + \frac{v}{x_c}\right)e^{K_2 t}\right];$$
$$F(t) = F_c\left(1 + Pe^{K_1 t} - Qe^{K_2 t}\right), \tag{14}$$

де $P = \dfrac{1}{K_1 - K_2}\left(K_2 + \dfrac{v}{x_c}\right)\left(1 + \dfrac{\mu K_1}{c}\right)$, $Q = \dfrac{1}{K_1 - K_2}\left(K_1 + \dfrac{v}{x_c}\right)\left(1 + \dfrac{\mu K_2}{c}\right)$.

Найбільше значення переміщення має при:

$$t = t_* = \frac{1}{K_1 - K_2}\ln\frac{K_2(x_c K_1 + v)}{K_1(x_c K_2 + v)}. \tag{15}$$

Воно становить:

$$\max x(t) = x(t_*) = x_c\left[1 - \left(1 + \frac{v}{x_c K_2}\right)\left(\frac{K_2(x_c K_1 + v)}{K_1(x_c K_2 + v)}\right)^{\frac{K_1}{K_1 - K_2}}\right]. \tag{16}$$

Мінімальне значення:

$$F_m = F(t_m) = F_c\left[1 + P\left(1 - \frac{K_1}{K_2}\right)\left(\frac{QK_2}{PK_1}\right)^{\frac{K_1}{K_1 - K_2}}\right] \tag{17}$$

внутрішнє зусилля отримує в момент часу:

$$t = t_m = \frac{1}{K_1 - K_2}\ln\left(\frac{QK_2}{PK_1}\right). \tag{18}$$

Для відносно великих швидкостей удару $F(t)$ найбільше при $t = 0$. Саме про це йдеться в [3].

Заслуговує окремої уваги силове безударне навантаження з нульовою початковою швидкістю. У цьому випадку:

$$x(t) = x_c + \frac{x_c}{K_1 - K_2}\left(K_2 e^{K_1 t} - K_1 e^{K_2 t}\right);$$

$$\dot{x}(t) = \frac{x_c K_1 K_2}{K_1 - K_2}\left(e^{K_1 t} - e^{K_2 t}\right); \tag{19}$$

$$F(t) = F_c\left[1 + \frac{K_2}{K_1 - K_2}\left(1 + \frac{\mu K_1}{c}\right)e^{K_1 t} - \frac{K_1}{K_1 - K_2}\left(1 + \frac{\mu K_2}{c}\right)e^{K_2 t}\right].$$

Тут $x(t)$ монотонна функція часу. Швидкість $\dot{x}(t)$ має максимум при

$$t = t_e = \frac{1}{K_1 - K_2}\ln\frac{K_2}{K_1} \tag{20}$$

і він визначається формулою:

$$\max \dot{x}(t) = x(t_e) = -x_c K_1\left(\frac{K_2}{K_1}\right)^{\frac{K_1}{K_1 - K_2}}.$$

Зусилля $F(t)$ досягає максимума при:

$$t = t^* = \frac{1}{K_1 - K_2}\ln\frac{c + \mu K_2}{c + \mu K_1} \tag{21}$$

і він становить:

$$\max F(t) = F(t^*) = F_c\left[1 - \left(1 + \frac{\mu K_1}{c}\right)\left(\frac{c + \mu K_2}{c + \mu K_1}\right)^{\frac{K_1}{K_1 - K_2}}\right]. \tag{22}$$

З ростом t указані в (19) величини мають наступну асимптотичну поведінку: $x(t)\to x_c$, $\dot{x}(t)\to 0$, $F(t)\to F_c$.

Для апробації виведених формул розглянемо числовий приклад. Розрахунки проводимо при: $m = m_0 = 2$ кг; $c = 2\cdot 10^3$ Н/м, $\mu = 200$ кг/с; $v_0 = 10$ м/с. Для цих вихідних даних: $M = 4$ кг; $v = 5$ м/с; $x_c = 0{,}00981$ м; $F_c = 19{,}62$ Н; $K_1 = -13{,}81966$ с$^{-1}$; $K_2 = -36{,}180340$ с$^{-1}$; $\beta = 25$ с$^{-1}$. Обчислені по формулам (15) і (16) величини дорівнюють: $t_* = 0{,}07865$ с; $\max x(t) = x(t_*) = 0{,}07865$ м. Розрахунок по формулах (17) і (18) дає: $\min F(t) = F(t_m) = 3{,}61630$ Н; $t_m = 0{,}13119$ с. Безрозмірні значення переміщення і зусилля, до яких призводять формули (13) і (14) при різних t, записано в табл. 1.

Таблиця 1

Значення $f_1(t) = \dfrac{x(t)}{x_c}$ **і** $f_2(t) = \dfrac{F(t)}{F_c}$ **при** $v = 5$ **м/с**

t, с	$f_1(t)$	$f_2(t)$	t, с	$f_1(t)$	$f_2(t)$
0,000	0,000	50,968	0,18	2,727	0,414
0,005	2,256	41,901	0,20	2,319	0,532
0,01	3,999	34,387	0,22	2,005	0,633
0,02	6,307	23,022	0,24	1,764	0,716
0,03	7,499	15,266	0,26	1,581	0,782
0,04	7,967	10,003	0,28	1,441	0,834
t_*	8,017	8,017	0,30	1,335	0,873
0,05	7,978	6,458	0,32	1,254	0,903
0,06	7,711	4,094	0,34	1,193	0,927
0,07	7,286	2,538	0,36	1,146	0,944
0,08	6,783	1,535	0,38	1,111	0,958
0,09	6,250	0,905	0,40	1,084	0,968
0,10	5,722	0,527	0,42	1,064	0,976
0,12	4,744	0,215	0,44	1,048	0,982
t_m	4,263	0,184	0,46	1,037	0,986
0,14	3,919	0,198	0,48	1,028	0,989
0,16	3,252	0,291	0,50	1,021	0,992

Аналіз числових результатів позує, що найбільше значення внутрішнє зусилля $F(t)$ має при $t = 0$, що узгоджується з [3]. Коефіцієнт динамічності по переміщенню $K_\partial = 8{,}017$, хоча він значно менший, ніж K_∂^*. З ростом t функції $f_1(t)$ і $f_2(t)$ прямують до одиниці.

Розраховані безрозмірні $x(t)$ і $F(t)$ по формулах (19), зі збереженням попередніх вихідних даних, але при $v_0 = 0$, записано в табл. 2.

Таблиця 2

Значення $f_1(t)$ і $f_2(t)$ при $v_0 = 0$

t, с	$f_1(t)$	$f_2(t)$	t, с	$f_1(t)$	$f_2(t)$
0,000	0,000	0,000	t^*	0,935	1,116
0,005	0,006	0,226	0,09	0,557	1,116
0,01	0,021	0,411	0,10	0,610	1,112
0,02	0,072	0,684	0,12	0,700	1,097
0,03	0,140	0,862	0,14	0,770	1,079
0,04	0,214	0,975	0,16	0,825	1,063
t_e	0,238	1,000	0,18	0,866	1,049
0,05	0,290	1,045	0,20	0,898	1,038
0,06	0,364	1,085	0,30	0,974	1,010
0,07	0,434	1,106	0,40	0,994	1,002
0,08	0,499	1,115	0,50	0,998	1,001

Значення $t_e = 0{,}04304$ с і відповідні йому $x(t_e)$ і $F(t_e)$ обчислено по формулам (19) і (20). В таблиці 2 також враховано, що, згідно з (21) і (22), $t^* = 0{,}08608$ с; $F(t^*) = 21{,}9008$ Н. Тут при безударному навантаженні миттєво прикладеною силою коефіцієнти динамічності K_∂ і K_∂^* близькі до одиниці і виконуються нерівність $K_\partial^* > K_\partial$, бо $K_\partial^* = 1{,}116$, а $K_\partial = 1$.

3. Третій варіант післяударного руху системи маємо при:

$$M = \frac{\mu^2}{4c}.$$

У цьому випадку формули переміщення, швидкості руху і внутрішнього зусилля можна одержати з (6), (7) і (8) граничним переходом $\omega \to 0$. Цей перехід дає:

$$x(t) = x_c \left\{ 1 + \left[\left(\frac{v_0 c}{Mg} - \beta \right) t - 1 \right] e^{-\beta t} \right\};$$

$$\dot{x}(t) = \frac{m_0}{M} \left[v_0 + (g - v_0 \beta) t \right] e^{-\beta t}; \tag{23}$$

$$F(t) = F_c \left[1 + (St - R) e^{-\beta t} \right].$$

Тут $S = \left(1 - \frac{\beta v_0}{g} \right) \left(\frac{\mu}{M} - \beta \right)$; $R = 1 - \frac{\mu v_0}{Mg}$.

Маємо аперіодичний рух.

Максимальне значення переміщення:

$$\max x(t) = x(t_*) = x_c \left\{ 1 + \left[\left(\frac{v_0 c}{Mg} - \beta \right) t_* - 1 \right] e^{-\beta t_*} \right\} \tag{24}$$

досягається при:

$$t_* = \frac{v_0}{\beta v_0 - g}. \tag{25}$$

Мінімума внутрішнє зусилля досягає при:

$$t = t_m = \frac{S + \beta R}{\beta S}. \tag{26}$$

Цей мінімум подається виразом:

$$\min F(t) = F(t_m) = F_c \left(1 + \frac{S}{\beta} e^{-\beta t_m} \right). \tag{27}$$

Одержані, з використанням формул (23), графіки переміщення та внутрішнього зусилля в безрозмірній формі подано на рис. 2. Розрахунки проведено при: $c = 2 \cdot 10^3$ Н/м; $m = 3$ кг; $m_0 = 2$ кг; $\mu = 200$ кг/с; $v_0 = 10$ м/с.

Згідно з (24) і (25), при $t_* = 0{,}05258$ с переміщення має максимум $x(t_*) = 0{,}07626$ м. Найбільше значення зусилля припадає на $t = 0$. За розрахунками по формулах (26) і (27) внутрішнє зусилля має мінімум при $t_m = 0{,}15258$ с. Він становить $F(t_m) = 1{,}63405$ Н. З ростом t відношення $\frac{x(t)}{x_c}$ і $\frac{F(t)}{F_c}$ асимптотично прямують до одиниці.

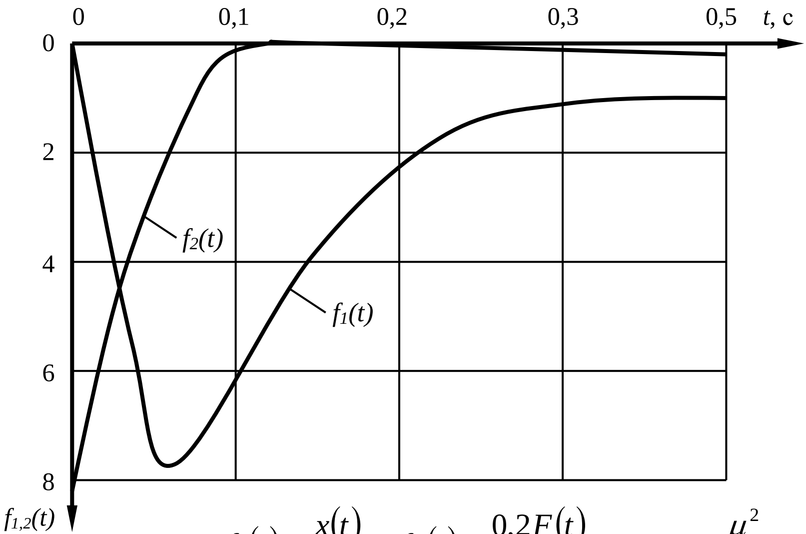

Рис. 2. Графіки $f_1(t)=\dfrac{x(t)}{x_c}$ і $f_2(t)=\dfrac{0{,}2F(t)}{F_c}$ при $M=\dfrac{\mu^2}{4c}$

Висновки. В залежності від маси тіла, яке вдаряє по задемпфованій неколивальній системі, після удару вона може переходити в осцилятор або залишатись неколивальною. Незалежно від цього, при відносно великих швидкостях удару, коефіцієнти динамічності значно перевершують дві одиниці, причому коефіцієнт динамічності у внутрішнього зусилля більший, ніж у переміщення. Із одержаних теоретичних результатів, як частинний випадок, випливає відома формула Кокса, яка була покладена в основу технічної теорії удару твердих тіл.

Список літератури

1. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел/ В.Гольдсмит. – Москва: Госстройиздат, 1965. – 447 с.

2. Кильчевский Н.А. Теория соударений твердых тел/ Н.А.Кильчевский – Киев: Наукова думка, 1969. – 247 с.

3. Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара/ Я.Г.Пановко. – Москва: Наука, 1977. – 232 с.

4. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем/ А.П.Филиппов.– Москва: Машиностроение, 1970. – 734 с.

5. Филиппов А.П. Деформирование элементов конструкций под действием ударных и импульсных нагрузок /А.П.Филиппов, С.С.Кохманюк, Е.Г.Янютин. – Киев: Наукова думка, 1978. – 183 с.

6. Писаренко Г.С. Опір матеріалів / Г.С.Писаренко, О.Л.Квітка, Е.С.Уманський. – Київ: Вища школа, 2004. – 655 с.

7. Шкельов Л.Т. Опір матеріалів / Л.Т.Шкельов, А.М.Станкевич, Д.В.Пашивач.– Київ: ЗАТ «Віпол», 2011. – 456 с.

8. Ольшанский В.П. Колебания стержней и пластин при механическом ударе / В.П.Ольшанский, Л.Н.Тищенко, С.В.Ольшанский. – Харьков: Міськдрук, 2012. – 320 с.

9. Вибрации в технике: Справочник в 6-ти томах. – Москва: Машиностроение, 1978 – т.1. Колебания линейных систем. – 352 с.

Аннотация

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ УДАРОМ ЗИДЕМПФИРОВАННОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ОСЦИЛЛЯТОР

Рассмотрено вертикальный абсолютно неупругий удар падающего тела по твердому телу, которое закреплено на пружине с вязким демпфером. Показано, что вследствие такого удара неколебательная диссипативная система, со свойственным ей апериодическим движением, может перейти в диссипативную колебательную систему. Установлены достаточные для этого условия. Получено аналитическое решение дифференциального уравнения колебательного движения после удара. Выведено замкнутые формулы для вычисления максимального перемещения системы и времени его достижения. Показано, что полученные аналитические результаты обобщают известную формулу Кокса в теории механического удара. Исследовано также апериодическое движение неколебательной диссипативной системы, когда она остается такой после удара. Показано, что и в этом случае коэффициенты динамичности перемещений и усилий также могут быть большими, т.е. значительно превышать две единицы. Установлено, что коэффициент динамичности по усилию превышает коэффициент динамичности по перемещению. Приведены примеры расчетов, которые подтверждают адекватность выведенных формул.

Ключевые слова: *задемпфированная механическая система, линейное вязкое трение, механический удар, обобщенная формула Кокса, коэффициенты динамичности, перемещения и усилия.*

Abstract

ON THE TRANSFORMATION OF THE SHOCK OF THE ZIDEMPORATED MECHANICAL SYSTEM IN THE OSCILLATOR

The vertical absolutely inelastic impact of a falling body on a solid body, which is fixed on a spring with a viscous damper, is considered. It is shown that, as a result of such a shock, an oscillatory dissipative system, with its characteristic aperiodic motion, can transform into a dissipative oscillatory system. Sufficient conditions are established for this. An analytical solution of the differential equation of oscillatory motion after impact is obtained. Closed formulas are derived for calculating the maximum displacement of the system and the time it takes to reach it. It is shown that the obtained analytical results generalize the well-known Cox formula in the theory of mechanical impact. The aperiodic motion of an oscillatory dissipative system is also studied when it remains so after impact. It is shown that even in this case the dynamic coefficients of displacements and forces can also be large, i.e. considerably exceed two units. It is established that the dynamic gain coefficient exceeds the dynamic factor by displacement. Princes of calculations are given, which confirm the adequacy of the derived formulas.

Key words: *closed mechanical system, linear viscous friction, mechanical shock, generalized Cox formula, coefficients of dynamism, displacement and effort.*

УДК 669.018: 669.295: 621.785: 621.9

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ИЗНОСОСТОЙКОСТИ СВЕКЛОРЕЗНЫХ НОЖЕЙ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНИРОВАННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ЛАЗЕРНОЙ ОБРАБОТКИ И КАРБОНИТРАЦИИ

Спольник А.И., д.ф.-м.н., проф., Калиберда Л.М., доц., Гайдусь А.Ю., к.т.н., доц.

(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко)

Комплексным исследованием установлено существенное влияние лазерной обработки и карбонитрации на твердость, износостойкость и теплопроводность стали У7А, используемой для изготовления ножей для измельчения сахарной свеклы. Изучено влияние этих обработок и их сочетания на эксплуатационные характеристики ножей.