

## АНАЛІЗ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БІООБ'ЄКТІВ ІМПУЛЬСНИМИ РЕФЛЕКТОМЕТРИЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Черенков О. Д., Мельник О. О.

*Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка*

*Представлені розрахунки похибки вимірювання діелектричних характеристик біооб'єктів імпульсними рефлектиметричними системами.*

**Постановка проблеми.** Практична корисність будь-якого вимірювання визначається зазначенням його похибки, тобто кількісної характеристики відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної. Виникнення похибки вимірювань обумовлено впливом різноманітних за фізичною природою факторів, що супроводжують вимірювання. Традиційний аналітичний підхід до визначення похибок полягає в їх поділі на складові, кожна з яких зумовлена певними факторами.

Використання рефлектиметрів для вимірювання діелектричної спектроскопії пов'язано з оцінкою похибки  $\frac{\varepsilon}{m}$ , що обумовлені похибками вимірювання  $S_{11}$  і  $S_{21}$ .

**Мета статті.** Розрахувати похибки вимірювання діелектричних характеристик біооб'єктів імпульсними рефлектиметричними системами та оцінити похибки визначення відношення  $\frac{\varepsilon}{m}$ , що обумовлені похибками вимірювання  $S_{11}$  і  $S_{21}$ .

**Основні матеріали дослідження.** Для аналізу виберемо ділянку коаксіального тракту хвильового опору  $z_0$ , який заповнено матеріалом з діелектричною проникністю  $\varepsilon$  і магнітною проникливістю  $\mu$ . Зразок можна розглядати як чотириполюсник з хвильовим опором  $z$  і постійною поширення  $\gamma$  [1.. 2].

$$z = z_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad \gamma = \gamma_0 \sqrt{\mu \cdot \varepsilon}, \quad \gamma = \frac{2\pi l}{C} \cdot f = 1,2 \cdot l \cdot f \quad (1-3)$$

де  $C$  – швидкість світла у вакуумі;  $l$  – довжина зразка, розташованого в коаксіалі (в міліметрах);  $f$  – частота вимірювання в гігагерцах.

Припустимо, що зразок, розташований в коаксіалі, виготовлений з ізотропного і лінійного матеріалу, однорідний по всьому об'єму і виконаний з досить високою точністю, тобто відношення діаметрів  $D_0/d_0$  дорівнює відношенню діаметрів коаксіала  $D/d$ , а торцеві площини зразка перпендикулярні осі коаксіала, тоді  $S$  – параметри чотириполюсника, утвореного зразком, завдання щодо коаксіального тракту з хвильовим опором  $z_0$  дорівнюватимуть:

$$S_{11} = S_{22} = \frac{\Gamma(1 - e^{-2x})}{(1 - \Gamma^2 e^{-2x})}; \quad S_{12} = S_{21} = \frac{(1 - \Gamma^2)e^{-x}}{(1 - \Gamma^2 e^{-2x})} \quad (4-5)$$

$$\text{де } \Gamma = \frac{\sqrt{\mu} - \sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\mu} + \sqrt{\varepsilon}}, \quad x = j\gamma_0 \sqrt{\mu \cdot \varepsilon}, \quad \left. \begin{array}{l} \mu = \mu_1 - j\mu_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2 \end{array} \right\} \quad (6-7)$$

де  $\mu_1, \varepsilon_1$  – реальні, а  $\mu_2, \varepsilon_2$  – уявні складові комплексних величин  $\mu$  і  $\varepsilon$ .

При відомих значеннях  $S_{11}$  і  $S_{21}$  систему виразів (4) (5) можна вирішити щодо  $\mu$  і  $\varepsilon$  наступним чином:

$$\varepsilon = \sqrt{DC}; \quad \mu = \sqrt{\frac{C}{D}}, \quad \text{де } D = \frac{1 - 2S_{11} + |S|}{1 + 2S_{11} + |S|} \quad (8-9)$$

$$C = \frac{\gamma^2}{\gamma_0^2}, \quad \gamma = \gamma_u + n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (9)$$

$$\gamma_u = \ln\left(P \pm \sqrt{P^2 - 1}\right); \quad P = \frac{1 - |S|}{2S_{21}}; \quad |S| = S_{11}^2 - S_{21}^2 \quad (10-11)$$

З (2 – 4) виходить, що одночасне вимірювання частотних залежностей  $S_{11}(f)$  і  $S_{21}(f)$  зразка дозволяє вирішити задачу визначення частотних значень  $\varepsilon$  і  $\mu$ .

Розглянемо більш детально шляхи практичної реалізації даного методу вимірювання  $\varepsilon, \mu$  і область його застосування. Аналіз виразів (1 ... 11) і результати попередніх експериментів дозволяють зробити висновок, що похибки визначення  $\varepsilon$  і  $\mu$  в першу чергу залежать від: похибок вимірювання  $S_{11}, S_{21}$  і закону кореляції між цими похибками, що впливає на точність визначення величини  $|S|$  в (9...12); оптимальності вибору і точності завдання геометричних розмірів зразків, а також точності їх виготовлення; значень величини  $\varepsilon/\mu$ . У роботах [2, 3] запропоновані математичні моделі вимірювання параметрів кола, відмінності яких обумовлені точністю представлення основних джерел похибки і схемами височастотної частини апаратури:

$$\rho_{ii} = C_1 + \frac{C_2 S_{ii}}{1 - C_3 S_{ii}}, \quad (12)$$

де  $C_1, C_2$  і  $C_3$  – параметри запропонованого в роботі чотириполюсника помилок;

$S_{ii}$  – ККВ (комплексні коефіцієнти відображення) досліджуваного об'єкта,  $i = 1, 2$ .

Коефіцієнти  $C_k$  являють собою основні складові систематичної похибки вимірювання ККВ двополюсників, яка може бути представлена виразом:

$$\rho_{ii} - S_{ii} = \Delta S_{ii} = C_1 + (\tilde{C}_2 + C_1 C_3) S_{ii} + C_3 S_{ii}^2. \quad (13)$$

Вираз (13) абсолютної похибки вимірювання ККВ двополюсників отримано із співвідношення (12) за допомогою інтерпретації параметра  $C_2$ :

$$\tilde{C}_2 = C_2 - 1,$$

де  $C_2$  – амплітудно-фазова нерівномірність приладу в діапазоні частот.

Для похибки вимірювання модуля ККВ справедливо:

$$\Delta |S_{ii}| \leq |C_1| + |\tilde{C}_2 + C_1 C_3| \cdot |S_{ii}| + |C_3| \cdot |S_{ii}|^2. \quad (14)$$

Максимальне значення фазової помилки ( $\arg \Delta S_{ii} / S_{ii}$ ) досягається, коли  $\Delta S_{ii} / S_{ii}$  – чисто уявна величина. В враховуючи, що член  $C_1 C_3$  малий у порівнянні з іншими складовими, отримуємо:

$$\Delta(\arg S_{ii}) \leq \frac{180^\circ}{\pi} \left\{ |\tilde{C}_2| + \arctg \frac{|C_1|}{|S_{ii}|} + \arctg (|C_3| \cdot |S_{ii}|) \right\}. \quad (15)$$

Формули (15 і 16) відображають аналітичний зв'язок похибки вимірювача з реальними характеристиками його вузлів: спрямованістю відгалужувачів, рівнем неузгодженості в тракці включення об'єкта, амплітудно-фазової неідентичності каналів в діапазоні робочих частот. При вимірюванні коефіцієнта передачі чотириполюсників відповідно до моделі похибок показання приладу  $T_{ij}$  може бути представлено виразом [3]:

$$T_{ij} = C_5 + \frac{S_{ij} C_4}{1 - 2S_{ij} C_3 - S_{ij} S_{ji} C_3^2}, \quad (16)$$

де  $C_4$  – вектор, що відображає частотнозалежну неідентичність каналів приладу при вимірюванні ККВ;  $C_5$  – вектор паразитного зв'язку між каналами приладу.

Вираз (17) складено для чотириполюсника з однаковими значеннями ККВ на вході і виході при однакових рівнях неузгодженості в каналах падаючої і минулої хвиль при  $(C_3 S_{ii})^2 \ll I$ . Приймаючи до уваги розрахунки  $\Delta S_{ij}$  [3]. Похибка вимірювання модуля ККВ оцінюється за формулою:

$$\Delta |S_{ij}| \leq |C_5| + \left[ |\tilde{C}_4| + 2|C_3| \cdot |S_{ii}| \right] \cdot |S_{ij}| + |C_3|^2 \cdot |S_{ji}| \cdot |S_{ij}|^2, \quad (17)$$

а фазова похибка вимірювання ККП задовольняє оцінці:

$$\Delta(\arg S_{ij}) \leq \frac{180^\circ}{\pi} \left\{ |\tilde{C}_4| + 2|C_3| \cdot |S_{ii}| + \arctg \left( \frac{|C_5|}{|S_{ij}|} \right) + \arctg (|C_3|^2 \cdot |S_{ji}| \cdot |S_{ij}|) \right\}. \quad (18)$$

Формули (8) і (9) відображають той факт, що похибки вимірювання ККВ в основному обумовлені неузгодженістю в тракці включення досліджуваного об'єкта, неідентичність АЧХ і ФЧХ каналів приладу і наявністю паразитного зв'язку між ними.

При інших рівних умовах похибки визначення  $\varepsilon$  і  $\mu$  тим менше, чим ближче відношення  $\varepsilon/\mu$  до 1. У діапазоні НВЧ практично не використовуються матеріали, для яких відношення  $\varepsilon/\mu$  було б менше 1. Тому завдання вимірювання в діапазоні НВЧ можна розглядати як задачу вимірювання діелектриків з діелектричної проникністю  $\varepsilon'$ :

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\mu}, \quad \text{при } |\varepsilon| \geq 1. \quad (20)$$

Аналіз показав, що наявність втрат в зразку не вносить принципових змін в характер залежності параметрів (4), (5) від  $\varepsilon$  і  $\mu$ , принаймні, при  $\gamma \leq \pi$ ,  $\left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right|$  і

$$\left| \frac{\mu_2}{\mu_1} \right| < 0,1 - 0,3.$$

Тому оцінку метрологічних характеристик методу проведемо на прикладі аналізу характеру залежності параметрів від  $\varepsilon_1$  у разі вимірювання діелектриків ( $\mu = 1$ ) з малими втратами ( $\varepsilon \approx 0$ ), для яких на підставі врахування властивостей реактивних чотириполюсників [2] можна прийняти:

$$\left. \begin{aligned} |S_{11}|^2 &\approx 1 - |S_{21}|^2 \\ \arg S_{11} &\approx \arg S_{21} - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\}. \quad (21)$$

Це дозволяє проаналізувати характер залежності параметрів (4), (5) від  $\varepsilon_1$  та звести до аналізу залежності одного параметра  $S_{21}$ , а характер залежності  $S_{11}$  від  $\varepsilon_1$  при необхідності встановити за допомогою формул (21).

На рис. 1 представлені криві залежностей:

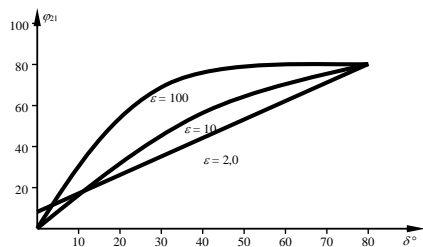
$$\left. \begin{aligned} \phi &= \arg S_{21}, \\ A &= -20 \lg |S_{21}| \end{aligned} \right\}, \quad (22)$$

від постійної поширення  $\gamma$ , яка визначається за формулою (1) для значень  $\mu = 1$ ,  $\varepsilon = 2, 10$  і  $100$  при зміні  $\gamma$  від  $0$  до  $90^\circ$ . Характер залежності  $A$  і  $\gamma$  при  $\gamma \geq \frac{\pi}{2}$  можна визначити за допомогою таких виразів:

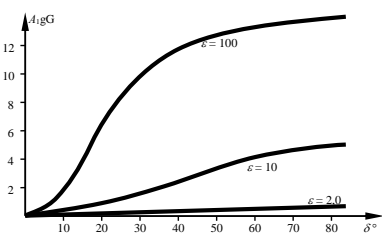
Висновок, який можна зробити з урахуванням (21), (22) і кривих, наведених на рис. 1, полягає в наступному: для визначення  $\varepsilon_1$  діелектриків без втрат

достатньо вимірювання тільки модуля  $A$  або тільки фази  $\varphi_{21}$  одного з двох параметрів.

$$\left. \begin{aligned} S_{21}(\gamma) &= S_{21}(\pi - \lambda), \text{ при } \frac{\pi}{2} \leq \lambda \leq \pi \\ S_{21}(\gamma) &= S_{21}(n \cdot \pi - \gamma), \text{ при } n = 1, 2, 3 \dots n \\ 0 < n\pi - \gamma &\leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (23)$$



а)



б)

Рисунок 1 – Залежність  $\varphi_{21}$  і  $A$  от  $\gamma$

Відомо, що роздільна здатність і точність визначення величини  $x$  (у нашому випадку  $\varepsilon_1$ ) шляхом вимірювання величини  $y$  ( $\varphi_{21}$  або  $A$ ) тим вище, чим більше коефіцієнт впливу  $\kappa_\varepsilon$ , рівний:

$$\kappa_\varepsilon = \left| \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{y}{\Delta y} \right|, \quad (24)$$

де  $\Delta x$  – мала зміна величини  $x$ ,  $\Delta y$  – відповідно зміна величини  $y$ .

Із рис. 1 можна зробити висновок, що коефіцієнт впливу  $\varepsilon_1$  на  $\varphi_{21}$  і  $A$  в значній мірі залежить як від величини самого  $\varepsilon_1$ , так і від величини  $\gamma$ . Чим більше  $\varepsilon_1$ , тим менше  $\kappa_\varepsilon$  прямують до нуля при  $\gamma$ , рівних:

$$\gamma \approx \varphi_{21} = n \cdot \pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

Крім того,  $\kappa_\varepsilon$  прямує до нуля при  $\gamma$ , рівних:

$$\gamma \approx \varphi_{21} = n \cdot \pi + \frac{\pi}{2}. \quad (26)$$

Тому при зміні  $\varepsilon$  в смузі частот не більше 1 ... 2 октав доцільно відповідним вибором  $l$  забезпечувати значення  $\varphi_{21}$  в межах:

$$20^\circ \leq \varphi_{21} - n\pi \leq 70^\circ. \quad (27)$$

при вимірі  $\varepsilon$  в більш широкій смузі частот області значень  $\varphi_{21}$ , визначаєм (25) і (26), доцільно виключати з результатів вимірів шляхом вимірювань декількох зразків з товщиною  $l, \frac{l}{2}, \frac{l}{3}$  і т. д., які відповідають умові (27).

**Висновок.** Дослідження показали, що виключення похибок неузгодженості в імпульсних рефлектометричних системах, дозволяє досягти сумарних похибок вимірювання  $S_{11}$  і  $S_{21}$  в (4), (5). Підстановка (27) і (28) в (29) дозволяє оцінити похибки визначення відносини  $\varepsilon/\mu$ , які обумовлені похибками вимірювання  $S_{11}$  і  $S_{21}$ . Ці похибки не перевищують наступних величин:  $\pm(1...3)\%$  для  $\left| \frac{\varepsilon}{\mu} \right| \approx 2...3$ ;  $\pm(5...10)\%$  для  $\left| \frac{\varepsilon}{\mu} \right| \approx 20-30$  і  $\pm(20-30)\%$  для  $\left| \frac{\varepsilon}{\mu} \right| \approx 70...100$ .

#### Список використаних джерел

1. Hackborn R. A. An automatic network analyzer system. – Microwave Journ, Way 1998, № 5, Vol. 11.
2. Hand B. P. Developing accuracy specifications for automatic network analyzer systems. – Hewlett-Packard Journ., February 1980.
3. Федюшко Ю. М. Технічні параметри і конструктивні особливості імпульсного рефлектометра для діелектричної спектроскопії біологічних об'єктів / Ю. М. Федюшко, І. В. Борохов // Праці Таврійського державного агротехнічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2009. – Вип.9, Т2. – С. 172 – 176.

#### Анотація

#### АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БИОБЪЕКТОВ ИМПУЛЬСНЫМИ РЕФЛЕКТОМЕТРИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Черенков А. Д., Мельник А. О.

*Представлены расчеты погрешности измерения диэлектрических характеристик биообъектов импульсными рефлектометрическими системами.*

#### Abstract

#### THE ANALYSIS OF MEASUREMENT ERRORS OF DIELECTRIC CHARACTERISTICS OF BIOLOGICAL OBJECTS BY PULSED REFLECTOMETRIC SYSTEMS

O. Cherenkov, O. Melnyk

*The calculations of the error of measurement of dielectric characteristics of biological objects by pulsed reflectometric systems are considered.*