УДК 330.101.52

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ РИНКОВОЇ РІВНОВАГИ В УМОВАХ ОБМЕЖЕНЬ НА ВИКИДИ ПАРНИКОВИХ ГАЗІВ

ЛЯШЕНКО І., д. ф.-м. н., професор Київського національного університету ім. Тараса Шевченка

ОНИЩЕНКО А., к. е. н., доцент, докторант Київського національного університету ім. Тараса Шевченка

Загострення екологічних проблем привертає увагу як вчених, політиків, так і пересічних громадян. Із моменту появи перших закликів до реалізації заходів зі збереження клімату проведено численні наукові дослідження з різних напрямів, усвідомлено необхідність наднаціонального співробітництва, міждисциплінарного аналізу, використання економічного мотивування, відпрацювання законодавчої бази тощо в питаннях охорони довкілля. Узагальнюючи реалізовані в цьому напрямі на різних рівнях зусилля, можна зробити такі висновки:

- зміна клімату – один із головних екологічних викликів, що постали перед людством;
- антропогенна складова впливу на кліматичну систему відіграє суттєву роль у глобальній зміні клімату;
- Кіотський протокол [1] надає унікальні можливості організувати вирішення екологічних проблем із використанням ринкових механізмів;
- участь країни в механізмах гнучкості [2] Кіотського протоколу (КП) може стати реальним фактором економічного зростання;
- необхідною умовою успішної реалізації положень КП є створення відповідної національної програми.

Проведені на сьогодні економічні дослідження щодо відпрацювання останнього пункту переважно зводяться до розгляду концептуальної моделі еколого-економічної взаємодії. Основними її тезами є необхідність оновлення основних виробничих фондів, переходу до енергоефективних технологій розвитку, що повинно позитивно відобразитись на динаміці емісій парникових газів, у першу чергу для країн із високим показником зношеності промислових фондів. Таким проектам може бути забезпечена інвестиційна привабливість за рахунок реалізації вільної частини квоти на міжнародному вуглецевому ринку. Для промислово розвинених країн, енергозбереження яких відповідає високому рівню, більш економічно вигідною може бути реалізація проектів спільного виконання. Так або інакше за умов відпрацювання міжнародної нормативно-правової бази, системи моніторингу, перевірки результатів тощо механізми гнучкості КП дозволяють досягти певної економії коштів на заходи зі зменшення викидів парникових газів.

Разом із тим залишається не розв'язаною проблема визначення обсягів коштів, необхідних для подібних програм, ступеня впливу екологічних обмежень на основні економічні показники, дослідження динаміки загального розвитку еколого-економічної системи. Яскравим прикладом такої невизначеності стали численні дискусії російської наукової еліти відносно впливу емісійних обмежень на можливості збільшення обсягів валового випуску продукції країни.

Початковим етапом аналізу зазначених проблем може бути дослідження загальної економічної рівноваги в умовах екологічних обмежень – емісії парникових газів. Основним економічним показником при цьому виступає обсяг валового випуску продукції та його складові. З метою вивчення еколого-економічної взаємодії у часі потрібно застосувати апарат економіко-математичного моделювання стосовно побудови та дослідження динамічних моделей. Це дозволяє отримати траєкторії досліджуваних змінних, зокрема виділити серед них рівноважні, що дає можливість визначити оптимальні параметри та спрогнозувати поведінку досліджуваних показників.

На першому етапі потрібно сформулювати основні припущення стосовно предмету дослідження, виділити суттєві економічні та екологічні показники, ввести в розгляд відповідні їм змінні. Припустимо, що розглядається ринок однорідного товару, на якому деяка сукупність незалежних виробників пропонує товар. Виробники діють в умовах досконалої конкуренції. Виробничі можливості сукупності виробників задаються величиною їх сумарної виробничої потужності M – максимально можливим випуском продукту за одиницю часу. Єдиним виробничим фактором є однорідна робоча сила R. Згідно з неокласичною теорією виробництва описуватимемо технології та виробничі можливості виробничою функцією [3], яка представляє залежність максимального рівня випуску Y від виробничої потужності M та обсягів залучених виробничих факторів R, а саме $Y = F(M, R)$.

Враховуючи властивість лінійної однорідності, виробничу функцію можна представити у вигляді:

$$Y = Mf(x),\ x = \frac{R}{M},\ f(x) = F(1, x),$$

де x – обсяг робочої сили на одиницю потужності.

При цьому виконуються умови:

$$f(0) = 0,\ f'(x) > 0,\ f''(x) < 0,\ f(x^*) = 1,\ x^* = \frac{R^*}{M},$$

де R^* – повна зайнятість робочих місць на виробництві потужністю M.

Виробники наймають робочу силу на ринку. Пропонує робочу силу населення, яке водночас є основним споживачем продукту. Населення є однорідною групою споживачів і робітників. Споживчу поведінку населення описують монотонно зростаючою функцією корисності, де C – попит на споживчий продукт. Вважатимемо, що й виробники для своїх виробничих потреб проявляють попит на продукт величини J. Крім введеного розглядатимемо екологічне обмеження, яке виражається в тому, що виробники не повинні перевищувати встановленої для них квоти емісій парникових газів: $Q \le Q^s$.

У подальшому дослідженні враховується важлива властивість конкурентної ринкової рівноваги. Вона парето-оптимальна або економічно ефективна [3], тобто в рівновазі повністю використовується робоча сила R, встановлена квота емісій Q та випущений валовий продукт Y. Звідси випливає, що рівновагу потрібно шукати серед парето-оптимальних розподілів ресурсів і продукту, а самій задачі про рівновагу можна поставити у відповідність задачу про оптимальний розподіл ресурсів. Для цього потрібно провести певні уточнення.

Пропозиція робочої сили змінюється у часі за експоненціальним законом:

$$R^s = R_0 e^{\lambda t}.$$

Випущений продукт може використовуватися і як споживчий, і як фондоутворюючий для створення нових виробничих потужностей. Рівняння балансу виробництва і розподілу продукту можна записати у вигляді:

$$Y = J + S,\ x = \frac{R}{M}, \qquad (1)$$

де J – обсяг фондоутворюючого продукту,

S – обсяг кінцевого продукту,

R – обсяг використаної робочої сили.

Процес створення нової потужності опишемо сталою b – коефіцієнтом приростної фондоємності. Якщо за одиницю часу створюється I одиниць нової потужності, то необхідно використовувати $J = bI$ одиниць фондоутворюючого продукту.

Швидкість зміни потужності у часі задамо рівнянням:

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M ,$$

де μ – коефіцієнт амортизації виробничих потужностей.

Система введених рівнянь допускає множину траєкторій зростання, які залежать від ступеня використання робочої сили, емісійної квоти та розподілу продукту на фондоутворюючий і споживчий. Серед траєкторій економічного зростання виділяють характерні траєкторії збалансованого експоненціального зростання. З метою відшукання таких траєкторій сформулюємо задачу оптимальної програми економічного зростання.

Згідно з умовою (1) валовий продукт розподіляється на проміжне споживання та кінцевий продукт. Враховуючи екологічне обмеження та необхідність передбачити частку валового випуску на екологічні заходи, вважатимемо, що кінцевий продукт складається зі споживчого продукту та продукту, передбаченого на екологічні витрати, тобто:

$$S = C + U ,$$

де C – величина споживчого продукту,
U – екологічні витрати.

У такому випадку рівняння (1) набуде вигляду:

$$Y = J + C + U , \ x = \frac{R}{M} .$$

У контексті поставленої вище проблеми доцільно сформулювати задачу оптимального розвитку на основі введених припущень із критерієм оптимальності, що представляє максимум величини питомого споживання населення упродовж планового періоду $[0, T]$:

$$\int_0^T \frac{C}{R} dt \to \max .$$

При цьому кожен виробник ідентифікується рівнянням відтворення основних виробничих потужностей у припущенні, що інвестиції повністю витрачаються без урахування запізнення на приріст основних виробничих потужностей і на амортизаційні відрахування при відомому рівні виробничих потужностей у базовому році:

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M , \ M(0) = M_0 .$$

Виробничі можливості задаються виробничою функцією, а весь валовий випуск продукції розподіляється на проміжне та кінцеве споживання (економічне й екологічне):

$$Y = bI + C + U .$$

Екологічне обмеження на емісії парникових газів розглядатимемо як різницю двох складових: обсягу викидів, який вважаємо пропорційним обсягу випущеного продукту та обсягу знищених забруднень, пропорційного величині екологічних витрат:

$$Q = kY - nU \le Q^s ,\ k < n . \tag{2}$$

Нерівність $k < n$ є умовою екологічно ефективної економічної системи; а саме, означає такий рівень засвоєння екологічного споживання в частці валового випуску, який би дозволив виконувати емісійне обмеження за умов зростання обсягів валового випуску продукції.

Об'єднуючи введені економічні та екологічні співвідношення, отримуємо модель оптимального розвитку еколого-економічної системи:

$$\int_0^T \frac{C}{R} dt \to \max , \tag{3}$$

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M ,\ M(0) = M_0 , \tag{4}$$

$$Y = bI + U + C , \tag{5}$$

$$kY - nU \le Q^s , \tag{6}$$

$$Y = Mf\left(\frac{R}{M}\right) \tag{7}$$

$$R \le R^s = R_0 e^{\lambda t} , \tag{8}$$

$$0 \le t \le T . \tag{9}$$

Отримана модель відображає задачу визначення такого варіанту валового випуску продукції, а також кінцевого споживання та витрат на екологічну складову, які забезпечать найбільше інтегральне споживання. При цьому модель ураховує не лише динаміку розвитку економіки, а й мету даного розвитку. Кількісне визначення оптимального варіанту розвитку економіки за допомогою побудованої моделі пов'язане з використанням апарату теорії оптимального керування [4].

Задача оптимального керування (3–9) завдяки присутності в ній екологічного обмеження (2) належить до класу складних задач. Для її подальшого дослідження проведемо низку перетворень.

Із рівняння (6) та (7) досліджуваної моделі отримуємо:

$$U = \frac{k}{n}Y - \frac{1}{n}Q^s = \frac{k}{n}Mf\left(\frac{R}{M}\right) - \frac{1}{n}Q^s .$$

Ураховуючи отриманий результат і рівність (5) моделі, приходимо до умови:

$$Mf\left(\frac{R}{M}\right) = bI + C + \frac{k}{n}Mf\left(\frac{R}{M}\right) - \frac{1}{n}Q^s$$

або

$$\left(1 - \frac{k}{n}\right)Mf\left(\frac{R}{M}\right) = bI + C - \frac{1}{n}Q^s .$$

Звідси визначаємо обсяг кінцевого споживання:

$$C = \left(1 - \frac{k}{n}\right)Mf\left(\frac{R}{M}\right) - bI + \frac{1}{n}Q^s .$$

З метою приведення отриманої моделі до загальної постановки задачі оптимального керування введемо нові змінні:

$$\rho = \frac{M}{R^s},\ \sigma = \frac{I}{R^s},\ u = \frac{bI}{Y},\ \upsilon = \frac{R}{R^s},\ \omega^s = \frac{Q^s}{R^s} .$$

Це дозволяє переписати підінтегральну функцію (3) у вигляді:

$$\frac{C}{R^s} = \left(1 - \frac{k}{n}\right)\frac{M}{R^s} f\left(\frac{R}{M}\right) - b\frac{I}{R^s} + \frac{1}{n}\frac{Q^s}{R^s} = \left(1 - \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\rho - uf\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\rho + \frac{1}{n}\omega^s .$$

Зміна з часом нової фазової змінної задачі ρ відбувається в силу співвідношення:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\frac{dM}{dt}R^s - M\lambda R^s}{\left(R^s\right)^2} = \frac{1}{R^s}\frac{dM}{dt} - \lambda\frac{M}{R^s} = \frac{I}{R^s} - (\lambda + \mu)\frac{M}{R^s} = \frac{u}{b} f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\rho - (\lambda + \mu)\rho .$$

Таким чином, у нових змінних модель (3–9) набуде вигляду:

$$\int_0^T \left(1-u-\frac{k}{n}\right) f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\rho dt + \frac{1}{n}\int_0^T \omega^s ds \to \max,$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{u}{b} f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\rho - (\lambda+\mu)\rho,\ \rho(0)=\rho_0,$$

$$0 \le u \le 1,\ 0 \le \upsilon \le 1.$$

Застосуємо до отриманої еколого-економічної моделі загальний алгоритм дослідження задач оптимального керування на основі принципу максимуму Понтрягіна.

Функція Гамільтона для досліджуваної задачі має вигляд:

$$H = \left(1-\frac{k}{n}-u\right) f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\rho + p\left(\frac{u}{b} f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\rho - (\lambda+\mu)\rho\right) =$$

$$= \left(\left(\frac{p}{b}-1\right)u + 1 - \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\rho - p(\mu+\lambda)\rho.$$

Спряжена змінна задовольняє задачі:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \rho} = (\lambda+\mu)p - \left(\frac{p}{b}u + 1 - \frac{k}{n} - u\right)\cdot\left(f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right) - \left(\frac{\upsilon}{\rho}\right) f'\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)\right),\ p(T)=0.$$

З аналізу функції Гамільтона (існування максимуму) випливає, що оптимальне керування $u=0$, якщо $p<b$; $0<u<1$, якщо $p=b$; $u=1$, якщо $p>b$. Тобто існує точка перемикання $p=b$.

Завдяки властивостям виробничої функції $f\left(\frac{\upsilon}{\rho}\right)$ функція Гамільтона зростає по υ. На оптимальній траєкторії $\upsilon=1$, що відповідає умові повної зайнятості.

Розглянемо оптимальні програми у фазовому просторі. Вище лінії перемикання $p>b$ точка рухається по траєкторії розв'язань системи:

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho}{dt} = \dfrac{1}{b} f\left(\dfrac{1}{\rho}\right)\rho - (\lambda + \mu)\rho, \\ \dfrac{dp}{dt} = (\lambda + \mu)p - \left(\dfrac{p}{b} - \dfrac{k}{n}\right)\left(f\left(\dfrac{1}{\rho}\right) - \left(\dfrac{1}{\rho}\right) f'\left(\dfrac{1}{\rho}\right)\right). \end{cases} \tag{10}$$

Нижче лінії перемикання $p < b$:

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho}{dt} = -(\lambda + \mu)\rho, \\ \dfrac{dp}{dt} = (\lambda + \mu)p - \left(1 - \dfrac{k}{n}\right)\left(f\left(\dfrac{1}{\rho}\right) - \left(\dfrac{1}{\rho}\right) f'\left(\dfrac{1}{\rho}\right)\right). \end{cases}$$

На лінії перемикання $p = b$:

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho}{dt} = \dfrac{\hat{u}}{b} f\left(\dfrac{1}{\rho}\right)\rho - (\lambda + \mu)\rho, \\ \dfrac{dp}{dt} = (\lambda + \mu)p - \left(1 - \dfrac{k}{n}\right)\left(f\left(\dfrac{1}{\rho}\right) - \left(\dfrac{1}{\rho}\right) f'\left(\dfrac{1}{\rho}\right)\right). \end{cases}$$

Стаціонарна точка моделі при $\dfrac{d\rho}{dt} = 0$, $\dfrac{dp}{dt} = 0$ визначається системою рівнянь:

$$\begin{cases} \hat{u} f\left(\dfrac{1}{\rho}\right) = b(\lambda + \mu), \\ f\left(\dfrac{1}{\rho}\right) - \dfrac{1}{\rho} f'\left(\dfrac{1}{\rho}\right) = \dfrac{1}{1 - \dfrac{k}{n}} b(\lambda + \mu). \end{cases}$$

Це дозволяє за відомим із другого рівняння ρ визначити оптимальне керування $\hat{u}$ з першого рівняння системи, а за керуванням і фазовою змінною знайти максимум інтегрального кінцевого споживання (3) побудованої еколого-економічної моделі й обсяг валового випуску продукції в умовах обмежень на емісії парникових газів.

Російськими науковцями [5] побудовано фазову площину оптимальних траєкторій, яка визначається системою (10), та доведено існування збалансованої траєкторії експоненціального зростання (магістралі). Це дозволяє знайти стійку стаціонарну точку еколого-економічної моделі (3–9), яка визначається рівнянням:

$$f\left(\frac{1}{\rho}\right) = b(\lambda + \mu), \tag{11}$$

а двоїста змінна, що відповідає стаціонарній траєкторії:

$$p = \frac{\left(1 - \frac{k}{n}\right)\left(f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho}\right)f'\left(\frac{1}{\rho}\right)\right)}{\lambda + \mu}. \tag{12}$$

Із еколого-економічного аналізу отриманих залежностей випливає, що загальний горизонт планування запропонованої еколого-економічної системи складається з трьох відрізків: рух до стаціонарної точки, режим збалансованого розвитку (11–12) та перехід у кінцеву точку відрізків. Траєкторія збалансованого експоненціального зростання або магістраль у цілому характеризує оптимальну програму еколого-економічного зростання тим краще, чим довший період збалансованого розвитку.

Таким чином, запропоновано модель поведінки виробника в умовах встановлених обмежень на обсяги викидів парникових газів. Економіко-математичний аналіз дозволив отримати стаціонарну траєкторію поведінки досліджуваної еколого-економічної системи.

У подальших дослідженнях питання розвитку економічної системи з обмеженнями на емісії парникових газів доцільно висвітлити її модифікацію з уточненням витрат на екологічний сектор. Наприклад, розглянути відповідну систему, в якій відображено поряд із основним виробництвом діяльність виробника у сфері утилізації частини забруднень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Кіотський* протокол. — Режим доступу : http://www.climate.org.ua/int_agr/kyoto.
2. *Використання* механізмів гнучкості Кіостького протоколу. — Режим доступу : http://www.sustainable-cities-net.org.ua/publicationshow.php?id=504.
3. *Багриновский К. А.* Производственные функции: теория, методы, применение / К. А. Багриновский, Г. Б. Клейнер // Экономика и математические методы. — 1988. — № 24. — Вып. 6. — С. 1144–1146. — Рец. на кн. : Клейнер Г. Б. Производственные функции: теория, методы, применение. — М. : Финансы и статистика, 1986. — 239 с.
4. *Основы* теории оптимального управления : учеб. пособие для экон. вузов / В. Ф. Кротов, Б. А. Лагоша, С. М. Лобанов, Н. И. Данилина, С. И. Сергеев ; под общ. ред. В. Ф. Кротова. — М. : Высш. шк., 1990. — 430 с.
5. *Петров А. А.* Опыт математического моделирования экономики : монография / А. А. Петров, И. Г. Поспелов, А. А. Шананин. — М. : Энергоатомиздат, 1996. — 544 с.