

*ЗАЙЧЕНКО Ю.П.,
МАЛИЛАХ ЕСФАНДИЯРФАРД,
ЗАЙКА А.И.*

АНАЛИЗ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ НА ОСНОВЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КУРСОВ АКЦИЙ

Работа посвящена исследованию в области портфельной оптимизации, проводимой в расплывчатых информационных условиях. Рассмотрена задача формирования оптимального портфеля акций максимальной доходности при заданном уровне риска на основе метода нечетко-множественной оптимизации. Интервальная оценка доходности каждой акции на следующий период определяется нечетким методом группового учета аргументов по предыстории. Лаги переменных индексов доходности, которые принимают участие в построении модели, определяются при помощи корреляционного анализа.

Представлены результаты экспериментальных исследований предлагаемого подхода к портфельной оптимизации.

The article is devoted to portfolio optimization under fuzzy conditions. The optimal portfolio with maximal profit is considered under given level of risk based on the fuzzy optimization of stock exchange. The interval estimates of shares profitability at the next period is determined by fuzzy group method of data handling. The lags of variables profitability, included in the model are defined by correlation analyses. The results of experimental investigations of the suggested approach to fuzzy portfolio optimization are presented.

1. Введение

В последние годы задачи портфельной оптимизации представляют большой интерес в связи с появлением и развитием рынков ценных бумаг на Украине. Исторически первой работой посвященной оптимизации инвестиционного портфеля явилась работа Г. Марковитца [1], которая стала классической и послужила отправной точкой для дальнейших исследований. Однако существенные недостатки классической постановки в частности допущения о нормальном законе распределения и стационарности процессов, описывающих финансовые ряды, которые на практике не выполняются, потребовали разработки новых подходов к портфельной оптимизации.

Одним из новых направлений в этой области является использование нечетко-множественного подхода к портфельной оптимизации, свободного от недостатков классической модели Марковитца. В работах [1-4] была исследована нечетко-множественная модель оптимизации инвестиционного портфеля на аппарате нечетких множеств. Вместе с этим в этих работах построение интервальных оценок доходности ценных бумаг бази-

руется на ретроспективных данных, которые не всегда соответствуют будущей доходности в момент реализации инвестиционного портфеля.

Поэтому значительного повышения эффективности построенного портфеля в нечетких условиях можно ожидать при использовании адекватного метода прогнозирования будущих доходностей ценных бумаг. Целью настоящей статьи является исследование метода оптимизации инвестиционного портфеля в нечетких условиях на основе прогнозирования курсов акций. В качестве соответствующего метода прогнозирования доходностей акций предлагается использовать нечеткий метод учета аргументов (НМГУА), предложенный и исследованный в работах [6, 7].

Главной особенностью работы является то, что прогнозирование, оптимизация и анализ портфеля производится от начала и до конца без внешнего оценивания (т.е. привлечения экспертов). Не требуются экспертные оценки доходности акций, определение существенных входных переменных. Все этапы происходят только на основании исторической выборки в следующем порядке:

1. С помощью нечеткого метода группового учета аргументов на основе существенных индексов доходности акций строится полиномиальная интервальная модель будущего поведения доходности каждой акции. Предусмотрена возможность адаптации коэффициентов модели при поступлении новых значений без необходимости пересчета всей модели.

2. После получения интервальной оценки доходности акции производится решение задачи нечетко-множественной оптимизации портфеля при заданном уровне риска и критической доходности. В результате находится долевое распределение акций в портфеле и интервальная оценка доходности портфеля в целом.

2. Постановка задачи

Рассматривается фондовый портфель, состоящий из $N = 5$ компонент, акций крупных энергетических компаний: GAZP («ГазПром»), LKON («Лукойл»), EESP (РАО «ЕЭС»), MSNG («МосЭнерго»), TANT («Татнафт») и его поведение на интервале времени $[0, T]$. Данные получены по результатам торгов ценными бумагами компаний, взятых на Московской межбанковской валютной бирже (ММВБ) в период с 1.03.2007 по 30.03.2007.

Каждая из компонент портфеля характеризуется своей финансовой доходностью (оцененной в точке T как относительное приращение цены актива за период). Держатель фондового портфеля – частный вкладчик, инвестиционная компания, взаимный фонд – управляет своими инвестициями, руководствуясь определенными соображениями. С одной стороны, инвестор старается максимизировать свою доходность. С другой сто-

роны, он фиксирует предельно допустимый риск неэффективности своих инвестиций.

Примем капитал инвестора равным 1. Задача оптимизации фондового портфеля заключается в нахождении вектора долевого распределения бумаг в портфеле $x = \{x_i\}$, $i = \overline{1, N}$, который максимизирует доход

инвестора при заданном уровне риска (очевидно, что $\sum_{i=1}^N x_i = 1$).

Эта задача в свою очередь состоит из подзадач:

1. Нахождение существенных индексов доходности акций, используя корреляционный анализ.
2. Нахождение полиномиальной интервальной модели индексов доходностей акций с применением нечеткого метода группового учета аргументов.
3. Нахождение долевого распределения акций в портфеле и интервальной оценки его доходности, используя нечетко-множественный метод оптимизации фондового портфеля.

3. Построение нечеткой модели прогнозирования индексов доходности акций с использованием нечеткого МГУА

Постановка задачи

Заданы входные временные процессы $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ – котировки курсов ценных бумаг (ЦБ) на фондовом рынке в дискретные моменты времени $t = 0, 1, 2, \dots, T$. Требуется построить прогнозирующую модель для оценки котировок ЦБ в следующий период времени, то есть найти $y_i(t) = x_i(t+1)$. Учитывая нестационарность финансовых процессов, а также сложные неизвестные взаимозависимости между входными переменными и выходной $y_i(t) = x_i(t+1)$ предлагается для этих целей использовать нечеткий метод группового учета аргументов (НМГУА), предложенный в [6, 7]. Этот метод использует основные идеи и принципы классического МГУА и позволяет синтезировать прогнозирующую модель по обучающей выборке при минимальном участии человека – ЛПР. Достоинством МГУА является то, что не требуется задавать априори структуру модели, алгоритм строит её сам в процессе работы, то есть метод решает задачу структурной идентификации при самых общих предложениях относительно класса моделей.

Описание алгоритма НМГУА

Выбор общего вида модели, которым будет описываться искомая зависимость. Из множества выходов $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ выбираются пары аргументов X_i и X_j и составляются частичные описания вида $Y_k^{(1)} = \varphi(X_i, X_j)$, $i \neq j$, $i, j = \overline{1, N}$ при этом используют квадратичные частичные описания (либо линейные):

$$Y_k^{(1)} = a_0 + a_i X_i + a_j X_j + a_{ij} X_i X_j + a_{ii} X_i^2 + a_{jj} X_j^2.$$

Число частичных описаний 1-го ряда равно $M = n(n-1)/2$.

Коэффициенты – интервалы, которые можно задать треугольными нечеткими числами и записать в виде центра α_i и ширины c_i :

$$a_i = (\alpha_i, c_i).$$

2. Поиск наилучшей модели осуществляется таким образом:

- Вся выборка делится на обучающую и проверочную:

$$N_{\text{выб}} = N_{\text{уч}} + N_{\text{пров}}.$$

- На обучающей выборке $N_{\text{уч}}$ определяются значения a_0, a_i, a_{ij} , используя симплекс метод.
- Конструируется модель вида:

$$\min(C_0 \cdot M + C_1 \sum_{k=1}^M |x_{ki}| + C_2 \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 \sum_{k=1}^M |x_{ki} \cdot x_{kj}| + C_4 \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2|) \quad (1)$$

при условиях:

$$\alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \alpha_2 x_{kj} + \alpha_3 x_{ki} x_{kj} + \alpha_4 x_{ki}^2 + \alpha_5 x_{kj}^2 - (C_0 + C_1 |x_{ki}| + C_2 |x_{kj}| + C_3 |x_{ki} \cdot x_{kj}| + C_4 |x_{ki}^2| + C_5 |x_{kj}^2|) \leq y_k$$

$$\alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \alpha_2 x_{kj} + \alpha_3 x_{ki} x_{kj} + \alpha_4 x_{ki}^2 + \alpha_5 x_{kj}^2 + (C_0 + C_1 |x_{ki}| + C_2 |x_{kj}| + C_3 |x_{ki} \cdot x_{kj}| + C_4 |x_{ki}^2| + C_5 |x_{kj}^2|) \geq y_k$$

(2)

$$k = \overline{1, M}, \quad C_p \geq 0, \quad p = \overline{0, 5},$$

где k – номер измерения, данные из которого используются; M – объем выборки.

Задача состоит в том, чтобы минимизировать суммарную ширину интервала для выходных значений Y за счет нахождения таких значений ширины интервалов искомым коэффициентов c_i и таких значений центров интервалов α_i , $i = 1, C_{r+1}^2$, которые бы обеспечивали минимальное рассеивание величины Y одновременно с выполнением условия, что измеряемые значения искомой величины находятся в этом интервале – условие (2). Данная задача (1), (2) является задачей линейного программирования.

3. По критерию минимума $\bar{\varepsilon}^2$ на проверочной последовательности выбирается F лучших моделей, что реализует процедуру селекции. Величина F называется *свободой выбора*, при этом $F < C_{r+1}^2$. Выходы этих моделей служат аргументами-входами для конструирования моделей следующего ряда. Для отбора лучших моделей используются следующие критерии:

а) *критерий регулярности (точности)*:

$$\bar{\varepsilon}_{np}^2 : \bar{\varepsilon}^2 = \frac{1}{N_{np}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{np}} (y_i - y_i^*)^2. \quad (3)$$

б) *критерий несмещенности*:

$$n_{см} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^R (y_i^* - y_i^{**})^2, \text{ при этом, чем меньше } n_{см}, \text{ тем бо-}$$

лее несмещенной является модель.

4. Находится $\bar{\varepsilon}^2(m) = \min_k \bar{\varepsilon}^2(m)$. Проверяется условие

$\bar{\varepsilon}^2(m) > \bar{\varepsilon}^2(m-1)$, где $\bar{\varepsilon}^2(m)$, $\bar{\varepsilon}^2(m-1)$ – величины критерия точности для лучших моделей m -го ряда селекции соответственно. Если да, то конец. Искомая модель выбирается из частичных описаний $(m-1)$ -го уровня, на котором достигается минимальная ошибка $\bar{\varepsilon}^2(m-1)$.

Иначе переход к конструированию следующего ряда частичных описаний. При этом проводится отбор (селекция) F лучших описаний.

5. Заключительный этап.

Из F лучших моделей по критерию регулярности выбираем лучшую модель. Восстанавливаем аналитический вид лучшей модели, используя геделевскую нумерацию Двигаясь от конца до начала и делая последовательную замену переменных, вычисляются выражения для искомой модели в исходном пространстве описаний.

Нечетко-множественный метод оптимизации фондового портфеля

Пусть имеется фондовый портфель из N активов на интервале $[0, T]$. Прогнозное поведение каждой из компонент портфеля $i = 1, \dots, N$ на момент T характеризуется своей финальной расчетной доходностью r_i (оцененной в точке T как относительное приращение цены актива за период). Поскольку доход по ЦБ случаен, его точное значение в будущем неизвестно, а вероятностное описание такого сорта случайности не вполне корректно, то в качестве описания доходности уместно использовать треугольные нечеткие числа. Таким образом, для i -ой ценной бумаги имеем:

\bar{r}_i – ожидаемая доходность по i -ой ценной бумаге;

r_{i1} – нижняя граница доходности i -ой ценной бумаги;

r_{i2} – верхняя граница доходности i -ой ценной бумаги.

$r_i = (r_{i1}, \bar{r}_i, r_{i2})$ – доходность по i -ой ценной бумаге, треугольное

нечеткое число.

Тогда доходность по портфелю

$$r = (r_{\min} = \sum_{i=1}^N x_i r_{i1}; \bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i; r_{\max} = \sum_{i=1}^N x_i r_{i2})$$

также является треугольным нечетким числом (как линейная комбинация треугольных нечетких чисел).

Задача оптимизации имеет вид [2-4]:

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^N x_i \cdot \tilde{r}_i \rightarrow \max ,$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^N x_i r_{i2} - \sum_{i=1}^N x_i r_{i1}} \left(\left(r^* - \sum_{i=1}^N x_i r_{i1} \right) + \left(\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i - r^* \right) \cdot \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i - r^*}{\sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i - \sum_{i=1}^N x_i r_{i1}} \right) \right) = \beta$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N},$$

где β – степень риска портфеля, x_i – вес i -го актива в портфеле, r^* – критическое значение доходности. Задача может решаться с помощью R – алгоритма оптимизации [4,5].

5. Построение оптимального инвестиционного портфеля по результатам торгов и его анализ

В качестве исходных данных использовались результаты, итоги торгов на Московской межбанковской валютной бирже (ММВБ), фрагмент которых приводится в таблице 1. На основе этих данных были рассчитаны индексы доходности акций (в %) от текущей цены акций. Результаты приводятся в таблице 2.

Табл. 1. Итоги торгов по ценным бумагам компании

Дата/Акции	GAZP	LKOH	EESR	MSNG	TATN
01.03.2007	260,4	2047,71	30,54	6,155	112,71
02.03.2007	257,88	2031,66	29,933	6,05	110,48
05.03.2007	245,03	1953,66	28,281	5,641	102,56
06.03.2007	254,28	2034,8	29,0507	5,947	105,66
07.03.2007	253,1	2046,26	28,97	6,162	106,75
09.03.2007	263,68	2101,08	29,666	6,26	110,75
12.03.2007	263,77	2081,31	31,395	6,337	112,41
13.03.2007	260,78	2075,97	32,458	6,276	11,77
14.03.2007	249,8	2002,34	30,768	5,894	105,62
15.03.2007	255,52	2045,45	31,616	6,089	11,54
16.03.2007	254,83	2041,39	31,89	6,141	114,63
19.03.2007	256,56	2057,14	32,888	6,213	115
20.03.2007	254,48	2063,41	33,558	6,258	113,37
21.03.2007	253,38	2077,53	34,191	6,522	114,18
22.03.2007	258,91	2125,4	35,38	6,568	117,15
23.03.2007	264,53	2163,93	35,205	6,501	119,28
26.03.2007	272,8	2194,52	35,062	6,489	122,45
27.03.2007	270,32	2176,29	34,408	6,385	121,22
28.03.2007	271,81	2203,67	35,069	6,429	123,26

Дата/Акции	GAZP	LKOH	EESR	MSNG	TATN
29.03.2007	272,67	2234,55	35,751	6,565	124,24
30.03.2007	274,2	2258,55	35,546	6,638	124,22

Табл. 2.

Дата /Акции	GAZP	LKOH	EESR	MSNG	TATN
1	-0,009677	-0,007838	-0,019876	-0,017059	-0,019785
2	-0,049829	-0,038392	-0,05519	-0,067603	-0,071687
3	0,03775	0,041532	0,027439	0,054246	0,030226
4	-0,004641	0,005632	-0,002994	0,036153	0,010316
5	0,041802	0,02679	0,024025	0,015904	0,037471
6	0,000341	-0,009409	0,058282	0,0123	0,014989
7	-0,011336	-0,002566	0,033859	-0,009626	-0,005693
8	-0,042104	-0,035468	-0,052067	-0,060867	-0,055024
9	0,022898	0,02153	0,027561	0,033084	0,05605
10	-0,0027	-0,001985	0,008666	0,00854	0,027703
11	0,006789	0,007715	0,031295	0,011724	0,003228
12	-0,008107	0,003048	0,020372	0,007243	-0,014174
13	-0,004323	0,006843	0,018863	0,042186	0,0071145
14	0,021825	0,023042	0,034775	0,007053	0,026014
15	0,021706	0,018128	-0,004946	-0,010201	0,018182
16	0,031263	0,014136	-0,004062	-0,001846	0,026576
17	-0,009091	-0,008307	-0,018653	-0,016027	-0,010045
18	0,005512	0,012581	0,019211	0,006891	0,016829
19	0,003164	0,014013	0,019447	0,021154	0,007951
20	0,005611	0,01074	-0,005734	0,01112	-0,000161

Используем корреляционный анализ временных рядов $x_i(t)$ и определим оптимальные лаги по каждой входной переменной. Так, например при прогнозировании цены акций GAZP лаги для входных переменных были таковы (см.таблицу 3).

Табл. 3.

Переменная	Лег	Корреляция
LKOH	2	0,330041858
TATN	5	0,251828399
MSNG	2	0,210079481
EESR	5	0,127865395
GAZP	2	0,127548329

6. Построение полиномиальной модели индекса доходности акции

Используя результаты корреляционного анализа, а также метод НМГУА, были получены следующие модели, синтезированные на 12 точках из 15. Остальные 3 точки в каждом эксперименте использовались для прогнозирования. Например, для GAZP были получены следующие модели:

- верхняя граница интервала:

$$GAZP+ = 0,0174 + 0,4342 * LKOH(-2)^1 + 12,0603 * LKOH(-2)^1 * TATN(-5)^1 + 0,1076 * MSNG(-2)^1 + 3,4033 * LKOH(-2)^2 + 189,0276 * LKOH(-2)^2 * TATN(-5)^1 + 2624,7284 * LKOH(-2)^2 * TATN(-5)^2$$

- центр интервала :

$$GAZP = 0,0021 + 0,4342 * LKOH(-2)^1 + 12,0355 * LKOH(-2)^1 * TATN(-5)^1 + 0,1076 * MSNG(-2)^1 + 3,4033 * LKOH(-2)^2 + 189,0276 * LKOH(-2)^2 * TATN(-5)^1 + 2624,7284 * LKOH(-2)^2 * TATN(-5)^2$$

- нижняя граница интервала:

$$GAZP- = -0,0131 + 0,4342 * LKOH(-2)^1 + 12,0603 * LKOH(-2)^1 * TATN(-5)^1 + 0,1076 * MSNG(-2)^1 + 3,4033 * LKOH(-2)^2 + 189,0276 * LKOH(-2)^2 * TATN(-5)^1 + 2624,7284 * LKOH(-2)^2 * TATN(-5)^2$$

Результаты прогнозирования для трех точек приводятся в таблице 4, а итоговые в таблице 5.

Табл. 4.

	GAZP-	GAZP=	GAZP+	GAZP (реальное значение)
1-я точка, попала	-0,005042	0,010273	0,025589	0,005512
2-я точка, попала	-0,020419	-0,005103	0,010212	0,003164
3-я точка, попала	-0,002993	0,012322	0,027638	0,005611
	LKOH-	LKOH=	LKOH+	LKOH (реальное значение)
1-я точка, попала	-0,005027	0,008949	0,022925	0,012581
2-я точка, попала	-0,003154	0,011394	0,025943	0,014013
3-я точка, попала	-0,003862	0,009448	0,022759	0,01074
	EESR-	EESR=	EESR+	EESR (реальное значение)
1-я точка, попала	-0,013872	0,015114	0,044101	0,019211
2-я точка, попала	-0,013749	0,013238	0,040225	0,019447
3-я точка, не попала	-0,002977	0,009009	0,020996	-0,005734
	MSNG-	MSNG=	MSNG+	MSNG (реальное значение)
1-я точка, попала	0,002955	0,008155	0,013355	0,006891
2-я точка, попала	0,007468	0,014598	0,021728	0,021154

3-я точка, попала	0,002158	0,008448	0,014738	0,01112
	TATN-	TATN=	TATN+	TATN (реальное значение)
1-я точка, попала	0,004206	0,01975	0,035295	0,0168229
2-я точка, попала	-0,007756	0,007788	0,023333	0,007951
3-я точка, попала	-0,004858	0,007686	0,020231	-0,000161

Табл. 5

Акция	CO	СКО
LKOH	0,00458	0,004934
TATN	0,00218	0,002326
MSNG	0,006135	0,006275
EESR	0,003978	0,004108
GAZP	0,003714	0,00382

Здесь, CO – средняя ошибка прогноза, СКО – средне-квадратическое отклонение.

Как видно из результатов приведенных выше, в большинстве случаев действительное значение индекса доходности акции попадало в прогнозный интервал.

Существенно повысить точность помогла адаптация коэффициентов при поступлении новых значений.

Результаты использования нечетко-множественного метода оптимизации портфеля

Завершающий этап в нахождении долевого распределения акций в портфеле на основе интервальной оценки доходности каждой акции, выполняется с помощью нечетко-множественного метода оптимизации портфеля.

Например, для 1-й точки были получены следующие результаты, приведенные в таблице 6.

В данном случае для действительных значений доходности:

$$GAZP = 0,005512$$

$$EESR = 0,019211$$

$$MSNG = 0,006891$$

$$TANT = 0,016829$$

при найденном долевым распределении акций в портфеле:

$$X_{GAZP} = 0,101 \quad X_{EESR} = 0,135$$

$$X_{MSNG} = 0,122 \quad X_{TATN} = 0,642$$

доходность реального портфеля составила 0,014795.

Как видим, доходность реального портфеля попала в оценочный интервал доходности (см. таблицу 6).

Табл. 6

	Нижняя граница	Ожидаемая доходность	Верхняя граница	Доля
LKOH	-0,005042	0,010273	0,025589	0,101
TATN	-0,005027	0,008949	0,022925	0
MSNG	-0,013872	0,015114	0,044101	0,135
EESR	0,002955	0,008155	0,013355	0,122
GAZP	0,004206	0,01975	0,035295	0,642
Портфель	0,000678	0,016752	0,032826	1

Выводы

1. Использование данного метода нечетко-множественной оптимизации имеет разумное обоснование в сравнении с четкой задачей Марковитца, так как риск портфеля – это не его волатильность, а возможность того, что ожидаемая доходность портфеля окажется ниже некоторой предустановленной плановой величины.

2. В нечетко-множественном методе под риском понимается ситуация, когда ожидаемая доходность портфеля ниже заданного критического уровня. Со снижением ожидаемой доходности возрастает риск того, что доход от портфельных инвестиций окажется меньше критического значения. В модели Марковитца риск рассматривается как степень колебания ожидаемого дохода по портфелю, причем как в меньшую, так и в большую сторону, что противоречит здравому смыслу.

3. Использование нечеткого МГУА для прогнозирования доходностей акций в следующий период дает достаточно надежную основу для оптимизации инвестиционного портфеля в нечетких условиях. Эксперту достаточно рассчитать значения коридора, в котором ожидаемо колеблется будущий доход по ценным бумагам при помощи НМГУА.

Список использованной литературы

4. Недосекин А.О. Система оптимизации фондового портфеля от Сименс Бизнес Сервисес // Банковские технологии. – 2003. – № 5. – Также на сайте: <http://www.finansy.ru/publ/fin/004.htm>
5. Недосекин А.О. Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами. Раздел 3 // Аудит и финансовый анализ. – 2000. – №2. – Также на сайте: <http://www.cfin.ru/press/afa/2000-2/08-3.shtml>
6. Недосекин А.О. Монотонные портфели и их оптимизация // Аудит и финансовый анализ. – 2002. – №2. – Также на сайте: http://sedok.narod.ru/s_files/PF_Article_4.zip
7. Зайченко Ю.П., Малихес Есфандиярфард. Анализ и сравнение результатов оптимизации инвестиционного портфеля при применении модели Марковитца и нечетко-множественного метода // XIII-th International Conference KDS-2007. SOFIA, 2007.-Vol.1, pp.278-286

8. Зайченко Ю. П., Малихех Есфандиярфард. Оптимизация инвестиционного портфеля с использованием аппарата нечетких множеств. Труды Винницкого национального технического университета.-2006.-Вып 12
9. Зайченко Ю. П., Заєць І. О. Синтез і адаптація нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2001. – №3. – с. 34 – 41.
10. Ю.П. Зайченко та І.О. Заєць. Порівняльний аналіз алгоритмів МГУА з використанням різних методів покрокової адаптації коефіцієнтів //Вісник Національного технічного університету України, сер. Інформатика, управління та обчислювальна техніка.-2005, № 43.- с. 167-180.