

ЗГУРОВСКИЙ М.З.,
 ПАВЛОВ А.А.,
 МИСЮРА Е.Б.,
 МЕЛЬНИКОВ О.В.,
 ЛИСЕЦКИЙ Т.Н.

МЕТОДОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВОЙ МОДЕЛИ ПЛАНИРОВАНИЯ, ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ И ОПЕРАТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В СЕТЕВЫХ СИСТЕМАХ С ОГРАНИЧЕННЫМИ РЕСУРСАМИ

В статье методология построения четырехуровневой модели планирования, принятия решений и оперативного планирования в системах с сетевым представлением технологических процессов и ограниченными ресурсами иллюстрируется наиболее общим примером с использованием сети общего вида и наиболее сложного синтетического критерия планирования, состоящего из пяти базовых критериев.

In the article the construction methodology of the four-level planning, decision making and operational planning model in systems with a network representation of the technological processes and limited resources is illustrated by the most general example using the common view network and the most complex synthetic criterion of planning that consists of five basic criteria.

Введение

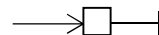
В организационно-технологических системах реальные процедуры планирования, управления и принятия решений методологически сочетают в себе как формальные модели, так и решения, принимаемые лицом, принимающим решения (ЛПР) и экспертами. Эта идеология реализована в данной работе в алгоритмическом обеспечении четырехуровневой модели планирования, принятия решений и оперативного планирования, представленном пятью блоками, где действия ЛПР и экспертов определяются в блоке принятия решений (блок 1), а формальные модели реализуются в блоках 2–5.

В [1] представлена четырехуровневая модель планирования, принятия решений и оперативного планирования, являющаяся обобщением модели планирования, изложенной в [2]. На первом уровне строится агрегированная модель планирования выполнения изделий, в которой все производство агрегируется в один прибор, на втором уровне модели – согласованные планы выполнения агрегированных работ в соответствии с одним из 31 критериев оптимальности. На третьем уровне модели строится и решается многоэтапная сетевая задача календарного планирования (выполняется точное планирование) и в блоке принятия решений выбирается один из альтернативных планов, полученных на третьем уровне, по критерию минимизации риска неполучения прибыли. Четвертый уровень предназначен для оперативного планирования – оперативной коррекции построенного на третьем уровне плана, в случае его частичного невыполнения.

В данной статье приведен расширенный, наиболее общий пример реализации четырехуровневой модели планирования, принятия решений и оперативного планирования для самого сложного из синтетических критериев планирования.

Сформулируем базовые элементы, на основе которых синтезируется исходная сетевая модель многоэтапной задачи календарного планирования [1].

Элемент типа 1.

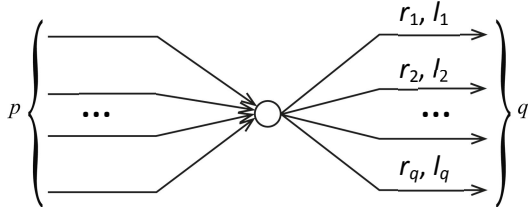


l – длительность выполнения работы, r – момент времени готовности работы к выполнению на приборе, C – момент окончания выполнения работы, d – директивный срок работы. В допустимом расписании $C \leq d$. Символом $\text{—}|$ на сети обозначается окончание выполнения конечной работы (не имеющей приемников).

Стрелка, входящая в кружок \bigcirc , обозначает выполненную работу. Стрелка, выходящая из кружка – новая невыполненная работа. \square – обозначение прибора (ресурса), на котором выполняется работа. Приборы виртуальные, физически приборов реально меньше, т. к. на одном и том же физическом приборе может (в соответствии с технологией) выполняться работа (группа работ) после выполнения (по технологии) других работ (групп работ). Приборы и работы обозначаются уникальным номером, причем цифра в начале номера работы означает уровень входимости (на первом уровне входимости данной работе не предшествует ни одна другая работа). Значком \bigcirc обозначены фиктивные работы, соответствующие окончанию выполнения изделия. Под из-

делием понимается либо физически одно изделие, либо партия физически однотипных изделий.

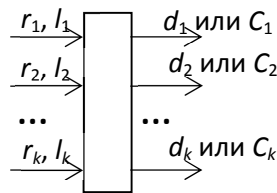
Расширим функциональность модели. Пусть в общем случае в элемент типа 1 может входить множество выполненных работ, а выходить из элемента типа 1 – множество невыполненных работ, т.е. элемент типа 1 отражает появление нового множества, состоящего из q невыполненных работ ($q \geq 1$) в результате окончания выполнения предыдущего множества из p работ ($p \geq 1$):



Множество выполненных работ каждого элемента типа 1 должно содержать работы по всем изделиям, представленным в множестве невыполненных работ.

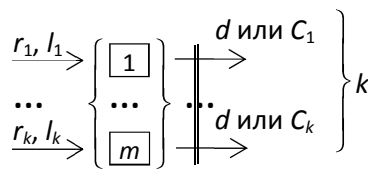
Элемент такого типа лишь описывает отношения предшествования между работами, но не является каким-либо объединением работ.

Элемент типа 2.



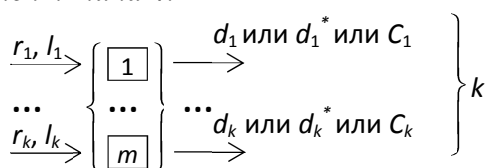
Прибор последовательно без прерываний выполняет k работ. r_i – моменты готовности выполнения работ на приборе, d_i – директивный срок выполнения i -й работы на приборе. В допустимом расписании $C_i \leq d_i$.

Элемент типа 3.



m независимых (идентичных) параллельных приборов без прерываний выполняют k работ, которые должны быть выполнены к одному директивному сроку d . В допустимом расписании $C_i \leq d, i = \overline{1, k}$. Моменты запуска приборов одинаковы, либо произвольны, либо заданы интервалы времени между моментами запуска приборов.

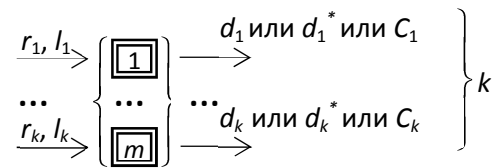
Элемент типа 4.



m независимых (идентичных) параллельных приборов равной производительности, работающих без прерываний, выполняют k работ, кото-

рые должны быть выполнены к различным директивным срокам d_i . $d_i^* = [d_i - \Delta_i, d_i], i = \overline{1, k}$, определяет диапазон получения допустимого решения: $C_i \leq d_i$ либо $C_i \in d_i^*, \Delta_i > 0$. Моменты запуска приборов могут быть различны.

Элемент типа 5.



m независимых параллельных приборов различной производительности, работающих без прерываний, выполняют k работ, которые должны быть выполнены к различным директивным срокам d_i . $d_i^* = [d_i - \Delta_i, d_i], i = \overline{1, k}$, определяет диапазон получения допустимого решения: $C_i \leq d_i$ либо $C_i \in d_i^*, \Delta_i > 0$. Моменты запуска приборов могут быть различны.

В данной статье показан пример, в котором, с целью упрощения, элементы типа 5 задаются как m пропорциональных (*proportional*) (в литературе также называются однотипными – *uniform*), а не произвольных (несвязанных – *unrelated*) приборов. Такой случай охватывает большинство практических приложений, однако это не является ограничением для общей методологии планирования.

Сетевая модель не является произвольной и точно отражает реальный технологический процесс. При этом номера работ, соответствующие индексам i их параметров l_i, d_i, r_i и т.д., для каждого элемента свои и определяются технологией выполнения работ.

Полное описание сетевой модели см. в [1].

Алгоритмическое обеспечение четырехуровневой модели

Алгоритмическое обеспечение модели состоит из пяти блоков, где действия ЛПР и экспертов определяются в блоке принятия решений (блок 1), а формальные модели реализуются в блоках 2–5:

Блок 1. Блок принятия решений.

Блок 2. Построение модели первого уровня.

Блок 3. Построение модели второго уровня.

Блок 4. Построение модели третьего уровня.

Блок 5. Оперативное планирование.

Рассмотрим их более подробно.

Блок 1. Блок принятия решений [2].

Функции блока принятия решений:

1) формирование портфеля заказов;

2) задание критерия качества планирования: выбор функционала; определение коэффициен-

тов, задаючих функціонал; задані мінімальної очікуваної прибутку;

3) задані технології, реалізують портфель замовлень: топологія, пов'язана з технологією, задається в вигляді N окремих підсетей, де N – кількість базових критеріїв [1] в загальному функціоналі якості; підсети можуть мати загальне обладнання. Для синтетического критерію, таким чином, розглядається частинний випадок, коли початкова мережа представляється в вигляді незалежних підсетей з загальними віртуальними пристроями;

4) узгодження з замовником при необхідності всіх змін плану (якщо не отримано допустимого розкладу);

5) формування нового портфелю замовлень (якщо отримана прибуток менше мінімально очікуваної);

6) вибір найкращого плану за критерієм мінімізації ризику неможливості отримати розраховану прибуток [2] з множини альтернативних планів, отриманих на третьому рівні планування;

7) організація взаємодії між блоками 2–4;

8) виконання оперативного планування з використанням моделей блоку 5;

9) при плануванні за базовим критерієм оптимальності, в разі необхідності, експертним шляхом встановлюються бажані моменти закінчення виконання виробів, які передаються на модель третього рівня в якості директивних термінів.

Так як модель другого рівня формалізується з урахуванням рішення, отриманого на моделі першого рівня, а модель третього рівня – з урахуванням рішення, отриманого на моделі другого рівня, то формулювання моделі і її рішення об'єднуються в єдиний блок.

Блок 2. Побудова моделі першого рівня.

В блоку 2 будується агрегована модель планування, на якій вирішуються оптимізаційні задачі за критерієм мінімізації суммарного зваженого моменту закінчення виконання агрегованих робіт (МВМ).

2.1. Постановка задачі: побудова технологічної мережі, задаючої технологію виконання виробів (задані технології гарантує адекватність технологічної мережі реальному технологічному процесу). Задані однією з 31 критеріїв оптимальності (п'яти базових критеріїв і 26 синтетических критеріїв, являються всіма можливими лінійними свертками базових), задані мінімальної очікуваної прибутку підприємства. По кожній роботі i задається удельна тривалість виконання l_i для одного

виробу, а моменти початку r_i і закінчення C_i виконання роботи i будуть розраховані при вирішенні задачі. По кожному виробу i задаються кількість виробів в портфелі замовлень N_i , вага ω_i , директивний термін d_i і діапазон отримання допустимого рішення Δ_i (для цих виробів, в технології виконання яких зустрічаються елементи типу 4 і 5). Для кожного ресурсу вказується тип елемента і кількість паралельних пристроїв, для елемента типу 5 задаються продуктивності пристроїв s_i (тривалість роботи l_i задається для пристрою з одиничною продуктивністю).

Базові критерії оптимізації [1]:

Критерій 1. Максимізація суммарної прибутку системи планування в разі відсутності директивних термінів:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^n \omega_i(T) \cdot (T - C_i) \right\} + P - Z,$$

де P – гарантований мінімальний дохід від продажу (виконання) всіх n виробів (серій виробів), Z – всі витрати, $\omega_i(T)$ – ваговий коефіцієнт i -го виробу (i -ї серії виробів), визначений експериментальним шляхом; T – плановий період; $C_i \leq T$ – момент закінчення виконання i -го виробу (i -ї серії виробів), відповідний моменту закінчення виконання його кінцевої вершини.

Критерій 2. Максимізація суммарної прибутку системи планування при умові: для всіх виробів $i \in I$ введені директивні терміни d_i , які не можуть бути порушені (планування «точно в термін»):

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^n \omega_i U_i \right\} - Z, \text{ где } U_i = \begin{cases} 1, C_i = d_i \\ 0, C_i \neq d_i \end{cases}$$

ω_i – прибуток від виконання i -го виробу, якщо воно виконано точно в термін, Z – всі витрати.

Критерій 3. Максимізація суммарної прибутку системи планування при умові: для всіх виробів $i \in I$ введені директивні терміни d_i , необхідно мінімізувати суммарне зважене запозичення виконання виробів відносно директивних термінів:

$$\max \left\{ P - \sum_{i=1}^n \omega_i \max(0, C_i - d_i) \right\} - Z,$$

де P – гарантований мінімальний дохід від продажу (виконання) всіх n виробів, якщо всі вони виконані без запозичення, Z – всі витрати; ω_i – штраф за запозичення закінчення виконання i -го виробу відносно директивного терміну на одиницю часу.

Критерій 4. Для всіх виробів $i \in I$ введені директивні терміни d_i . Для кожного виробу ука-

зана величина ω_i – абсолютная прибыль от выполнения изделия, не зависящая от момента окончания выполнения изделия в том случае, если изделие выполняется без запаздывания относительно директивного срока, иначе прибыль системы планирования по этому изделию равна нулю. Задача – максимизировать суммарную прибыль системы планирования:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^n \omega_i U_i \right\} - 3, \text{ где } U_i = \begin{cases} 1, C_i \leq d_i \\ 0, C_i > d_i \end{cases},$$

где ω_i – прибыль от выполнения i -го изделия, если оно выполнено без запаздывания относительно директивного срока; 3 – риск уменьшения прибыли из-за срыва выполнения изделия в срок.

Критерий 5. Для всех изделий заданы директивные сроки d_i . Необходимо минимизировать суммарный штраф системы планирования, как за опережение, так и за запаздывание относительно директивных сроков:

$$\max \left\{ P - \sum_{i=1}^n \omega_i |C_i - d_i| \right\} - 3,$$

где P – гарантированный минимальный доход от продажи (выполнения) всех n изделий (изделий), если все они выполнены без опережения и запаздывания, 3 – все издержки; ω_i – штраф за отклонение момента окончания выполнения i -го изделия от директивного срока на единицу времени.

Синтетические критерии 6–31 – это линейная свертка всех возможных комбинаций пяти базовых критериев. Пример синтетического критерия приведен на стр. 75, формула (2). Для синтетического критерия издержки 3 определяются экспертом, поскольку изделия по разным базовым критериям выполняются на общем оборудовании.

На этапе планирования директивные сроки могут быть нарушены, а величины коэффициентов ω_i в базовых критериях определяют уменьшение расчетной прибыли.

Построенная топология должна однозначно определять (для построения критических путей изделий), к какому изделию относится та или иная работа из множества выполненных работ каждого элемента типа 1. Поэтому для элементов, где такое соответствие неоднозначно (т. е. работы слева от элемента типа 1 принадлежат разным изделиям), необходимо задать это соответствие. Для остальных работ их принадлежность конкретному изделию очевидным образом определяется по исходной топологии.

Изделия разбиваются на $N \in [1, 5]$ отдельных групп по числу базовых составляющих синтетического критерия, ни одно изделие не может входить в две разные группы. Топология, связан-

ная с технологией, задается в виде N отдельных подсетей, соответствующих N отдельным группам изделий. Рассмотрим процедуру решения задачи по базовому критерию (количество подсетей $N = 1$), а затем отдельно опишем планирование по синтетическому критерию ($N \in [2, 5]$).

2.2. *Первый уровень агрегации* – построение агрегированного представления исходной сети посредством агрегации работ и ресурсов.

2.2.1. Построение агрегированных работ и ресурсов осуществляется таким образом. В соответствии с [2], агрегированной работой называется совокупность работ, выполняемых по одному изделию в рамках одного захода в агрегированный ресурс (агрегированные ресурсы на схеме отображаются элементами типа 1 и 2). Все элементы типа 3–5 становятся элементами типа 2. Если некоторая цепочка работ одного изделия выполняется последовательно на элементе с одним и тем же номером, то она объединяется в одну агрегированную работу. Если при этом на элементе типа 2 остается одна работа, то этот элемент преобразуется в элемент типа 1. Длительность выполнения агрегированной работы определяется: по элементам типа 2 – суммой длительностей работ, входящих в ее состав; по элементам типа 3, 4 – суммой длительностей работ, входящих в ее состав, деленной на количество приборов, входящих в состав элемента; по элементу типа 5 – суммой приведенных длительностей работ, входящих в ее состав. Приведенная длительность каждой работы определяется по формуле [3, с.104]:

$$l = 1 / \sum_{i=1}^m (1/l_i), \quad (1)$$

где l_i – длительность работы на приборе i . Длительность работы j на приборе i элемента 5 равна l_j/s_i , где s_i – производительность прибора i (длительность работы l_j задается для прибора с единичной производительностью).

В результате агрегации некоторые конечные работы изделий могут быть объединены в одну конечную работу.

2.2.2. В связи с тем, что параллельные приборы (элементы типа 3–5) агрегируются в один прибор (элементы типа 1–2), меняется длительность работ, оставшихся на элементах и не объединенных с другими работами. Длительность этих работ рассчитывается по тем же правилам: по элементам типа 1–2 не меняется; по элементам типа 3–4 делится на количество приборов, входящих в состав элемента; по элементу типа 5 – рассчитывается по формуле (1).

В результате агрегированная сеть первого уровня агрегации может содержать как агрегированные работы, так и неагрегированные (с

исходной или измененной длительностью), если они не вошли в состав агрегированных работ.

2.3. *Поиск критических путей изделий.* Несмотря на меньшую размерность задачи в агрегированном представлении, она все же остается труднорешаемой. Поэтому для упрощения модели вводятся следующие ограничения:

- длительность выполнения каждого изделия определяется его критическим путем;
- общие агрегированные работы разных изделий лежат на их критических путях и выполняются в одном ресурсе (элементе).

Таким образом, для каждого изделия определяется его критический путь – маршрут максимальной длительности по агрегированным работам от начала изготовления изделия до его полного выполнения. Для реализации алгоритма поиска критических путей должно быть гарантировано, что сеть является ориентированным ациклическим графом, а также созданы две промежуточные структуры (табл. 1 и 2; стек – это список типа «последний вошел – первый вышел»).

Табл. 1. Список работ критического пути

Наименование поля	Обозначение
Номер работы-преемника по критическому пути	N_Z
Длина максимального пути до изделия	L_{\max}

Табл. 2. Стек для рекурсивного просмотра связей надграфа

Наименование поля	Обозначение
Номер работы-предшественника	N_P
Номер работы-преемника	N_Z

В отличие от алгоритмов поиска кратчайшего пути, в этом случае невозможно избежать полного прохода по сети, но перебор должен быть направленным. Для древовидных сетей простая рекурсивная процедура поиска пути в наддереве (или поддереве, для исходящих деревьев) позволяет обойти все пути в сети и при этом попасть на каждую работу только один раз. Для сетей общего вида не исключены случаи повторного попадания на уже рассмотренную работу. Поэтому возникает необходимость рассмотреть возможности сокращения перебора при повторном попадании. Самый длинный путь от заданной работы до конечной работы изделия можно хранить в таблице по номеру работы. Если создать фиктивную работу с номером 0 как предшественника всех агрегированных работ первого уровня входимости, то критический путь изделия будет храниться в той же таблице в ее нулевой записи.

Если при повторном попадании на работу меняется длина максимального пути от нее до изде-

лия, то очевидно, что на ту же величину меняется длина максимальных путей всех работ ее надграфа. Проблема была бы решена, если бы удалось без повторного перебора связей пересчитать весь надграф для любой работы. Но поиск по надграфу требует рекурсивного рассмотрения предшественников каждой работы, что аналогично полному повторному перебору. Существует способ сократить перебор: если работа, на которую пришлось повторное попадание, лежит на самом длинном до сих пор найденном пути, который хранится в нулевой записи таблицы, то достаточно увеличить все длины только на этом пути, а не во всем надграфе. Тогда повторное попадание на работы, не лежащие на этом пути, приведет просто к повторному перебору, и пересчет длины даст правильную характеристику вне зависимости от ее предыдущего значения.

Теоретически существует два алгоритма перебора работ: методы прямого и обратного прохода. В первом случае используется поиск по преемникам, во втором – по предшественникам.

Описание алгоритма поиска критического пути по одному изделию (по методу обратного прохода):

1. Занести в список конечную (фиктивную) работу изделия с $N_Z = 0$ и $L_{\max} = 0$, записать в стек ее предшественников – конечные работы изделия.

2. Обработка вершины стека: если N_P отсутствует в списке, то записать ее в список с N_Z из стека и длиной $L_{\max} = L_{\max}(N_Z) + L(N_P)$, где $L(j)$ – длительность j -й агрегированной работы.

Иначе, если $L_{\max}(N_Z) + L(N_P) > L_{\max}(N_P)$, то заменить N_Z на рассматриваемую, L_{\max} на $L_{\max}(N_Z) + L(N_P)$; пересмотреть список (путь от нулевой фиктивной работы до изделия), т.е. найти N_P среди преемников: если N_P лежит на этом пути (повторное попадание на ту же работу), то пройти путь еще раз, увеличив на этом пути длину L_{\max} на $\Delta = L_{\max}(N_Z) + L(N_P) - L_{\max}(N_P)$, иначе занести предшественников работы N_P в стек для повторного перебора.

3. Удалить вершину стека. Если N_P занесли в первый раз, то занести в стек всех ее предшественников.

4. Если стек пуст, то переход на шаг 5, иначе на шаг 2.

5. Критический путь найден – это последовательность агрегированных работ в списке, начиная с нулевой записи.

2.4. *Второй уровень агрегации* – построение сети на критических путях изделий с общими вершинами – общими агрегированными работами, принадлежащими разным изделиям одной

группы. Сеть при этом имеет меньшую размерность, т.к. она содержит только агрегированные работы, принадлежащие критическим путям изделий, а также некоторые агрегированные работы объединены в общие вершины.

2.4.1. *Поиск общих вершин на критических путях изделий.* Агрегированные работы, принадлежащие разным критическим путям и выполняемые в рамках одного захода в ресурс, объединяются в общие вершины, если такое объединение, определяемое технологией изготовления изделий, позволяет сократить длительность прохождения изделий в системе или иным способом улучшить производство – например, уменьшить время переналадок оборудования, повысить общее энергосбережение или уменьшить стоимость работ. Длительность выполнения общей вершины определяется суммой длительностей агрегированных работ, входящих в ее состав.

Разработаны несколько правил объединения в общие вершины:

1) если заданы времена переналадки приборов, то в общие вершины объединяются те агрегированные работы, выполняемые на одном элементе, моменты запуска которых по их критическим путям отличаются не более, чем на длительность переналадки прибора: $\Delta_{ОВ} = l_{нал}$ (считается разница суммарных длительностей по критическим путям: для групп изделий, оптимизируемых по базовому критерию 1 – от работ первого уровня входимости до объединяемых, а для групп изделий, по которым заданы другие базовые критерии – от директивных сроков до объединяемых работ);

2) если есть работы, близкие по технологии, для которых выгодно совместное использование оборудования, то вводится разница $\Delta_{ОВ}$, определяемая экспериментальным путем, обычно равная 5–10% от максимальной длины критического пути изделий, и в общие вершины объединяются те агрегированные работы, выполняемые на одном приборе, моменты запуска (для изделий, оптимизируемых по базовому критерию 1) или окончания (для остальных базовых критериев) которых по их критическим путям отличаются не более, чем на $\Delta_{ОВ}$;

3) если в системе присутствует уникальное оборудование (например, требующее непрерывной работы или сложной переналадки в случае остановки), то с целью его более эффективного использования может быть введено объединение в общие вершины только на этом оборудовании, при этом $\Delta_{ОВ}$ может быть увеличена до 20–30% от максимальной длительности критического пути.

Величина $\Delta_{ОВ}$ и правило объединения общих вершин задаются экспертом в блоке принятия решений либо выбираются из правил, описанных в [2, гл. 9].

Примечание. В общие вершины нельзя объединять конечные работы изделий (нагруженные весом), а также работы, принадлежащие множеству q невыполненных работ элемента типа 1 при $q > 1$, кроме тех работ, объединение которых не приводит к появлению связей, которых раньше в технологии не было (т.е. не появляется, например, предшествование новой общей вершине работы, которая раньше не предшествовала ни одной из объединяемых вершин).

Пример. В части агрегированной подсети, показанной на рис. 1, нельзя объединять работы 310 и 311, т.к. тогда работа 312 будет предшествовать этой общей вершине и появится предшествование ее работе 39, а такой связи в технологии не было. Однако, можно объединить работы 211 и 212, т.к. новых связей не появляется.

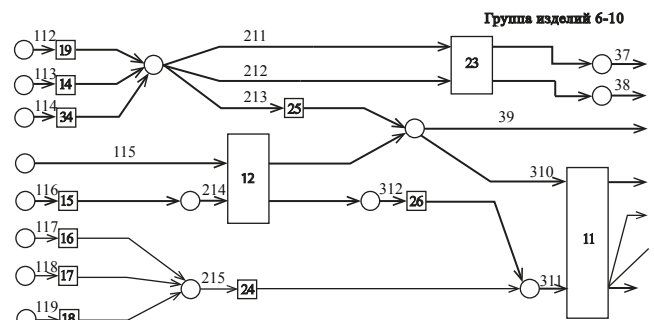


Рис. 1. Проверка на появление новых связей

2.4.2. *Построение сети на критических путях изделий с общими вершинами:* критические пути объединяются на основе общих вершин. При этом удаляются работы, не лежащие на критических путях, однако остаются их связи с оставшимися работами, чтобы не нарушились отношения предшествования, изначально имевшиеся в сети.

Пример. В части агрегированной сети, показанной на рис. 2 (см. ниже), удаляемая работа 238 и, следовательно, работа 141 (изделие 22) предшествует работе 332 (изделие 21), а работа 237 (изделие 21) предшествует удаляемой работе 334 и, следовательно, работе 439 (изделие 22). Поэтому в сети на критических путях следует оставить связи от 141 к 332 и от 237 к 439.

Так как не все конечные работы изделий лежат на их критических путях, то некоторые из них могут быть удалены из списка конечных работ изделий при построении сети на критических путях.

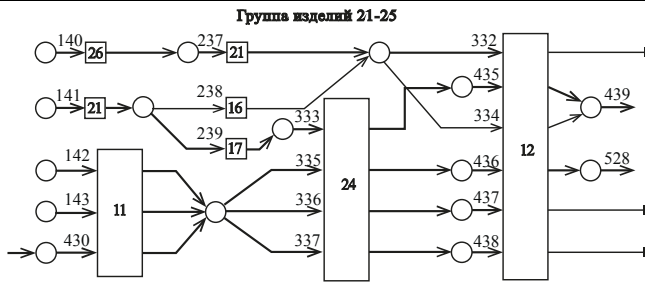


Рис. 2. Проверка удаляемых связей

2.5. Построение и решение оптимизационных задач по критерию минимизации суммарного взвешенного момента окончания выполнения агрегированных работ (МВМ) на сети второго уровня агрегации (п. 2.4).

2.5.1. Для каждой базовой составляющей синтетического критерия, входящей в заданный функционал, кроме базового критерия 1, строится и решается аппроксимирующая задача МВМ, для базового критерия 1 решается задача МВМ без изменения параметров [1]. Задача решается с помощью алгоритма, описанного в [2, гл. 9].

2.5.2. В результате решения задачи МВМ получена оптимальная (субоптимальная, если алгоритм приближенный) последовательность выполнения изделий. Эта последовательность служит для определения очередности назначения изделий при согласованном планировании.

При планировании по синтетическому критерию исходная сеть представляет собой совокупность N подсетей, не имеющих общих связей и связанных только общим оборудованием, каждая подсеть соответствует своему базовому критерию. В этом случае процедуры, описанные в п.2.2–2.5.2, осуществляются для каждой подсети отдельно, в результате получаем N оптимальных (субоптимальных) последовательность выполнения изделий, для каждой из N подсетей.

Блок 3. Построение модели второго уровня.

В блоке 3 осуществляется формализация и решение задачи согласованного планирования выполнения агрегированных работ на сети первого уровня агрегации с учетом заданного критерия оптимальности.

3.1. Постановка задачи согласованного планирования по базовому критерию: на сети первого уровня агрегации (п. 2.2) найти последовательность выполнения агрегированных работ, минимизирующую суммарную длительность прохождения работ (эквивалентно минимизации простоев оборудования) при ограничении: порядок назначения работ определяется приоритетно-упорядоченной последовательностью, полученной в результате решения задачи МВМ (информация передается из блока 2).

Постановка задачи согласованного планирования по синтетическому критерию: на совокупности

N подсетей первого уровня агрегации (п. 2.2) найти последовательность выполнения агрегированных работ, минимизирующую суммарную длительность прохождения работ (эквивалентно минимизации простоев оборудования) при ограничениях: назначение агрегированных работ осуществляется группами; группа работ задается соответствующей задачей МВМ (информация передается из блока 2), а в рамках каждой группы изделий порядок определяется приоритетно-упорядоченной последовательностью, полученной в результате решения задачи МВМ, соответствующей этой группе. Простои оборудования, полученные в результате выполнения всех работ предыдущих групп изделий (в соответствии с очередностью их назначения на выполнение) используются для назначения работ из следующей распределяемой группы изделий (в соответствии с очередностью их назначения в этой группе).

Рассмотрим сначала методику согласованного планирования по базовому, а потом по синтетическому критерию оптимальности.

3.1.1. С целью отражения полной технологии изготовления изделий, для определения очередности назначения агрегированных работ внутри каждой группы изделий, последовательность, полученная при решении задачи МВМ, дополняется агрегированными работами, не лежащими на критических путях изделий, в соответствии с технологическими связями. При этом перед каждой агрегированной работой, лежащей на критических путях, в последовательность вставляется надграф ее предшественников, которые еще не включены в последовательность. Общие вершины разбиваются на их составляющие (в последовательность включаются в виде цепочки), при этом есть возможность начинать выполнение следующих по технологии агрегированных работ сразу после окончания каждой составляющей. Получаем дополненную оптимальную последовательность (последовательность σ^*). Список конечных работ изделий также возвращается к виду, полученному на первом уровне агрегации.

3.1.2. Построение согласованного плана выполнения агрегированных работ. Реализация согласованного планирования основана на следующих принципах:

- 1) Максимальное приближение длительности прохождения каждого изделия в системе к его критическому пути, что позволяет:
 - уменьшить объемы незавершенных работ;
 - сократить длительности выполнения изделий;
 - уменьшить простои и тем самым увеличить

производственную мощность;

повысить рентабельность системы планирования.

2) Изделия, для которых отсутствуют директивные сроки, назначаются на выполнение в очередности, определенной приоритетно-упорядоченной последовательностью, с начала в конец, по правилу: чем выше приоритет изделия, тем раньше оно должно быть назначено на выполнение.

3) Изделия с директивными сроками назначаются на выполнение в очередности, определенной приоритетно-упорядоченной последовательностью, максимально близко к директивному сроку, с конца в начало – от конечных до начальных работ изделия, по правилу: чем выше приоритет, тем меньше отклонение выполнения изделия от директивного срока.

Для реализации распределения работ отдельно по каждой группе изделий разработаны следующие *алгоритмы распределения*: построение компактных расписаний (алгоритм 1); построение незадерживающих расписаний (алгоритм 2); построение расписаний, обеспечивающих выполнение в заданные директивные сроки изделий с наивысшим приоритетом (алгоритм 3).

Определение 1. Календарный план называется компактным [3], если ни одна из его операций не допускает сдвига влево, т. е. такого смещения влево, которое ограничено только предыдущей операцией этой же детали (или допустимым моментом начала ее обработки) и не приводит к увеличению моментов начала выполнения других операций. Компактный календарный план получается путем допустимого сжатия как «скольжением», так и «переносом» операций.

Определение 2 [3]. Календарный план называется незадерживающим, если в любой момент в нем ни один станок не простаивает, если он свободен и доступен для выполнения операции.

В зависимости от заданного базового критерия, для группы изделий применяется один из разработанных алгоритмов. Алгоритмы 1 и 2 используются для распределения изделий, оптимизируемых по базовому критерию 1, алгоритм 3 применяется для изделий с директивными сроками (базовые критерии 2–5). При планировании по базовому критерию все изделия распределяются одним алгоритмом.

Алгоритмы 1 и 2 построены с использованием алгоритмов Гиффлера-Томпсона [3]. Можно показать, что всякое оптимальное решение календарного планирования с регулярным крите-

рием является компактным календарным планом. Вместе с тем не всякий незадерживающий календарный план является оптимальным [3]. Однако незадерживающие календарные планы составляют очень важный подкласс, так как, во-первых, они просто строятся и, во-вторых, несмотря на возможность отсутствия среди них оптимального календарного плана, практические соображения указывают, что в большинстве случаев оптимальный календарный план является незадерживающим.

В компактных и незадерживающих календарных планах минимизируются простои между выполняемыми агрегированными работами и, следовательно, минимизируется длительность прохождения изделий в системе. Выбор алгоритма 1 или 2 осуществляется в зависимости от типа исходных данных: если длительности выполнения агрегированных работ, входящих в состав изделий, различаются несущественно (длительности одного порядка), выбирается алгоритм 2, в противном случае – алгоритм 1.

При согласованном планировании осуществляется распределение агрегированных работ последовательности σ^* по ресурсам. Структура последовательности σ^* следующая: первые позиции в этой последовательности занимает подпоследовательность максимального приоритета (ПМП) σ_1 (номер ПМП равен 1), готовая к выполнению в момент 0 и имеющая наивысший приоритет из всех возможных допустимых подпоследовательностей, организованных на множестве агрегированных работ J . За подпоследовательностью σ_1 следует подпоследовательность σ_2 (номер ПМП равен 2), построенная по аналогичным правилам, готовая к выполнению после выполнения σ_1 и имеющая наивысший приоритет из допустимых подпоследовательностей, организованных на множестве агрегированных работ $J \setminus \sigma_1$. Следующие позиции в последовательности σ занимает подпоследовательность σ_3 (номер ПМП равен 3), определяемая по правилам, изложенным выше. Процесс продолжается, пока не будет рассмотрено все множество агрегированных работ J .

Каждый из алгоритмов распределения, описанных ниже, построен на последовательном назначении агрегированных работ подпоследовательностей σ_i на резервы приборов (временные промежутки между уже назначенными ранее агрегированными работами). Под приборами понимаются элементы типа 1 и 2 агрегированной сети, полученной в п. 2.2. До начала распределения создается пустой список приборов без назна-

ченних работ, резервируется время под назначенные работы с момента 0 до конца планового периода T . Назначение агрегированных работ начинается либо с работ первого уровня входимости, т.е. не имеющих предшественников (в алгоритмах 1 и 2), либо с конечных работ изделий, т.е. не имеющих преемников по агрегированной сети (в алгоритме 3). Эти работы заносятся в список неназначенных работ. Далее, пока список неназначенных работ не пуст, в нем находится очередная агрегированная работа и по определенным правилам ищется такой резерв прибора для ее размещения, чтобы назначение работы не нарушало технологических ограничений. Если имеется два равноправных резерва достаточной для назначения работы длительности (например, если в системе предусмотрены параллельные однотипные приборы), выбирается резерв меньшей длительности. Если требуемый резерв найден, производится перенос работы из списка неназначенных в список назначенных агрегированных работ, т.е. назначение работы на найденный резерв прибора. Если требуемый резерв не найден, это значит, что выполнение данного изделия не укладывается в его директивный срок, при этом следует принять решение по данному изделию в блоке принятия решений. После назначения агрегированной работы в список неназначенных работ добавляются все ее преемники (для алгоритмов 1 и 2) или предшественники по агрегированной сети (для алгоритма 3) и по аналогичным правилам производится их назначение на выполнение. Согласованный план выполнения агрегированных работ представляет собой список назначенных агрегированных работ с информацией об их моментах запуска и окончания выполнения на приборах.

Ниже приводится алгоритм, с помощью которого строят компактные календарные планы, а затем его модификация для построения незадерживающих календарных планов.

Алгоритм распределения 1.

Построение компактных расписаний основано на следующей эвристике. На каждом шаге выбирается из последовательности σ^* очередная агрегированная работа с минимальным номером ПМП и назначается на прибор с минимальным временем освобождения после выполнения этой работы таким образом, чтобы не нарушались технологические ограничения. Минимальное время освобождения прибора определяется наиболее ранним временем начала выполнения агрегированной работы плюс длительность ее выполнения. Наиболее раннее время начала вы-

полнения агрегированной работы равно максимальному из моментов окончания выполнения всех ее предшественников, определенных при назначении предшественников на выполнение. При назначении агрегированной работы ищут такой самый ранний свободный резерв в рамках фонда времени прибора (имеющихся простоев оборудования, полученных в результате выполнения всех предыдущих работ, в соответствии с очередностью их назначения), чтобы можно было разместить в нем агрегированную работу не раньше, чем наиболее раннее время ее начала. Это обеспечивает невозможность выполнения какой-либо агрегированной работы в более поздний момент без задержки момента начала выполнения какой-либо другой агрегированной работы.

Алгоритм распределения 2.

Следующая модификация алгоритма 1 позволяет получить незадерживающие расписания. Алгоритм 2 основан на такой эвристике: на каждом шаге назначается на выполнение из последовательности σ^* очередная агрегированная работа с минимальным временем начала выполнения и минимальным номером ПМП. Минимальное время начала выполнения работы определяется как максимальный из моментов окончания выполнения всех ее предшественников по сети.

Достоинством компактных и незадерживающих расписаний является минимизация простоев на приборах и, следовательно, минимизация времени прохождения изделий в системе, уменьшение объема незавершенных работ и повышение эффективности системы.

Алгоритм распределения 3.

Распределение агрегированных работ осуществляется на основании следующей эвристики. Последовательность σ^* рассматривается с начала, с изделий более высокого приоритета. На первом шаге выбираются из последовательности (в порядке их появления в σ^*) агрегированные работы из списка конечных работ и назначаются таким образом, чтобы момент окончания их выполнения соответствовал директивному сроку изделия (если задан диапазон допустимого решения Δ_i , то работа назначается в интервал $[d_i - \Delta_i, d_i]$). Если такое назначение невозможно, то есть требуемый ресурс занят другими работами, то следует назначить конечную работу максимально близко к директивному сроку (интервалу $[d_i - \Delta_i, d_i]$), причем для изделий, оптимизируемых по базовому критерию 2 или 3 – не позднее директивного срока (интервала $[d_i - \Delta_i, d_i]$). На каждом следующем шаге на ресурс назначается очередная аг-

регированная работа с максимальным временем запуска в ресурсе и минимальным номером ПМП. Максимальное время запуска агрегированной работы в ресурсе определяется наиболее поздним временем окончания выполнения агрегированной работы минус длительность ее выполнения. Наиболее позднее время окончания выполнения агрегированной работы определяется минимальным из времен запуска всех ее приемников по сети, определенных при назначении приемников на выполнение. При назначении агрегированной работы ищут такой наиболее поздний свободный резерв в рамках фонда времени прибора (имеющихся простоев оборудования, полученных в результате выполнения всех предыдущих работ, в соответствии с очередностью их назначения), чтобы можно было разместить в нем агрегированную работу не позже, чем наиболее позднее время ее окончания.

Если свободный резерв прибора требуемой длины найти не удастся (изделие невозможно распределить на имеющиеся ресурсы), следует продолжить процедуру распределения по данному изделию, назначая агрегированные работы до начала планового периода (с отрицательными моментами запуска). В блоке принятия решений нужно определить, что делать с изделиями, по которым плановый период нарушен – например, сдвинуть начало выполнения группы изделий на более поздний период, уменьшить количество изделий в портфеле заказов или удалить их из портфеля заказов, изменить директивный срок одного из изделий, увеличить количество ресурсов и т. п. (все варианты требуют повторного решения задачи целиком, кроме сдвига начала выполнения и изменения директивного срока, которые требуют пересмотра общих вершин в сети на критических путях, повторного решения задачи МВМ и распределения).

При таком распределении в первую очередь на выполнение назначаются изделия с наивысшим приоритетом максимально близко к директивным срокам без их нарушения, а для запаздывающих изделий минимизируется величина суммарного штрафа за запаздывание относительно директивных сроков, что позволяет предприятию выполнить наибольшее количество изделий без нарушения директивных сроков и максимизировать прибыль предприятия.

Более подробно алгоритмы распределения приводятся в [4].

В реализациях всех алгоритмов распределения также осуществляется *проверка фактического объединения общих вершин* – составляющие об-

щих вершин назначаются последовательно на один прибор, если разрыв между ними, т.е. разность между моментом окончания одной составляющей и моментом запуска другой составляющей, окажется меньше $\Delta_{ОВ}$ (определенным в соответствии с принятым при оптимизации правилом). Если окажется, что из-за занятости ресурсов общая вершина не может быть сформирована (разрыв между ее составляющими больше $\Delta_{ОВ}$), то следует изменить технологию (разбить такие общие вершины в сети второго уровня агрегации на составляющие с восстановлением связей первого уровня агрегации и исходных параметров агрегированных работ, полученных на первом уровне агрегации, п. 2.2). Если в общей вершине более, чем две составляющие, и разрыв больше $\Delta_{ОВ}$ имеется лишь между некоторыми из них (и невозможно ликвидировать его перестановкой составляющих между собой), то в составе общей вершины остаются лишь составляющие, имеющие разрыв, меньший $\Delta_{ОВ}$, при этом длительность общей вершины уменьшается до суммы их длительностей, и в агрегированную сеть второго уровня агрегации добавляются удаленные при агрегации связи с исключенными из общей вершины составляющими.

Все изменения, внесенные в агрегированную сеть второго уровня агрегации на этапе согласованного планирования, должны быть также отражены в агрегированной сети первого уровня агрегации и исходной сети (после утверждения согласованного плана, при передаче его на третий уровень). При разбивке общих вершин соответствующие агрегированные работы (в агрегированной сети) и соответствующие им исходные работы (в исходной сети), вместе с их отношениями предшествования, разносятся на элементы с тем же номером для выполнения в разное время (то есть, условие непрерывности выполнения работ теперь действует для отдельных групп работ, а не для одной группы, которую они представляли ранее, выполняясь на одном элементе). Пример такой разбивки см. на рис. 3 ниже (разносятся работы на элементе №12).

Если состав хотя бы одной общей вершины изменился (т.е. изменена агрегированная сеть второго уровня агрегации), то после окончания распределения работ и проверки всех общих вершин требуется заново решить задачу МВМ (п. 2.5) и выполнить повторное распределение агрегированных работ (п. 3.1). Следует дезагрегировать все общие вершины, для которых выполнены условия дезагрегации, и лишь после этого осуществлять повторное решение задачи и

согласованное планирование, а не после каждой дезагрегации общей вершины, так как это может привести к закликиванию с постоянной сменой набора общих вершин на каждой итерации.

По причине относительной трудоемкости процедуры распределения, проверку фактического объединения общих вершин можно проводить распределением только агрегированных работ, лежащих на критических путях изделий, без их дополнения остальными агрегированными работами.

Особенности согласованного планирования по разным базовым критериям оптимальности [2].

Критерий 1. Приоритетно-упорядоченная последовательность σ^* , полученная в результате решения задачи МВМ, распределяется по алгоритмам 1 или 2, что позволяет минимизировать суммарное время выполнения каждой из ПМП и, таким образом, обеспечить минимальное время окончания выполнения наиболее выгодных, с точки зрения прибыли, изделий. При такой реализации решения задачи максимизируется суммарная прибыль предприятия по всем изделиям.

Критерий 2. Распределение агрегированных работ последовательности σ^* выполняется по алгоритму 3. При такой реализации алгоритма решения задачи изделия назначаются на выполнение в соответствии с приоритетом подпоследовательности, в состав которой они включены (под приоритетом подпоследовательности понимают отношение суммы весов агрегированных работ, включенных в нее, к сумме их длительностей). Чем выше приоритет подпоследовательности, тем раньше назначаются на выполнение работы, принадлежащие ей (в последовательности σ^* эти агрегированные работы занимают более ранние позиции). Это обеспечивает выполнение в заданный директивный срок в первую очередь изделий с максимальным приоритетом и, следовательно, позволяет максимизировать суммарную прибыль предприятия.

При наличии изделий, которые не могут быть выполнены в срок, расписание передается в блок принятия решений для корректировки. Эти изделия либо исключаются из выполнения, либо принимается решение о приобретении дополнительных ресурсов.

Критерий 3. Процедура распределения является смешанной. В первую очередь по алгоритму 3 распределяются изделия, имеющие наивысший приоритет. Они назначаются на выполнение на интервалы планового периода, максимально близкие к директивным срокам, без их нарушения, освобождая при этом резервы на

более ранних интервалах для остальных изделий. Если выполнение какого-либо изделия не укладывается в его директивный срок, то изделие распределяется по алгоритму 1 или 2 в очередности, определенной последовательностью σ^* .

При таком распределении изделия с наивысшим приоритетом, т. е. наиболее выгодные, выполняются без запаздывания, а для запаздывающих изделий минимизируется значение суммарного штрафа за запаздывание относительно директивных сроков. Таким образом, максимизируется суммарная прибыль предприятия по всему множеству изделий.

Критерий 4. Последовательность σ^* распределяется по алгоритму 3. Если какое-либо изделие не удастся распределить без нарушения директивного срока, то расписание передается в блок принятия решений для корректировки.

При таком распределении в первую очередь назначаются на выполнение изделия с наивысшим приоритетом максимально близко к директивным срокам без их нарушения, что позволяет предприятию выполнить наибольшее количество изделий без запаздывания и, следовательно, получить максимальную суммарную прибыль по рассмотренному критерию оптимальности.

Критерий 5. Последовательность σ^* распределяется по алгоритму 3, встраивая изделия так, чтобы момент окончания их выполнения соответствовал директивному сроку d_i или был меньше d_i не более, чем на заданную величину Δ_i . Изделия, которые не удалось распределить без нарушения директивного срока, выносятся в отдельный список, который упорядочивается в соответствии с их директивными сроками и распределяется по алгоритму 1 или 2.

При таком распределении без нарушения директивных сроков (или максимально близко к ним) выполняются наиболее выгодные изделия. Для изделий, выполняемых с запаздыванием, минимизируется отклонение момента окончания выполнения от директивного срока. В результате минимизируется суммарный штраф предприятия за опережение или запаздывание относительно директивных сроков и максимизируется суммарная прибыль предприятия.

3.1.3. После распределения осуществляется проверка совместимости технологии: если некоторые работы (группы работ), которые в агрегированной сети первого уровня агрегации должны были выполняться непрерывно на одном приборе, в результате распределения выполняются в разное время, и разрыв по времени

между такими работами (группами работ) нельзя ликвидировать без перераспределения других агрегированных работ, то требуется изменить агрегированную сеть первого уровня агрегации (и, соответственно, исходную сеть) – определить эти работы на выполнение на этом же приборе, но в разное время. Это не требует повторного решения задачи, поскольку не меняются критические пути изделий, а состав общих вершин уже уточнен при распределении, но новую модель необходимо использовать на следующих уровнях планирования.

Пример. Если работы 332, 334, 435, 436, 437 и 438 выполнялись на одном элементе 12 в исходной и агрегированной сети, но при согласованном планировании выполняются непрерывно только две группы работ – 332 и 334, а также 435 и 436, то эта часть агрегированной сети и, соответственно, исходной сети, изменяется так, как показано на рис. 3.

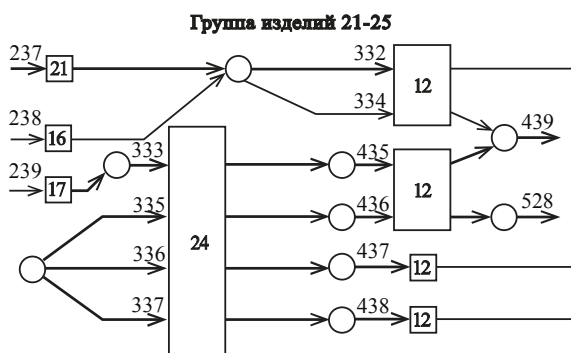


Рис. 3. Изменение агрегированной модели по результатам распределения

При планировании по синтетическому критерию согласованное планирование выполняется на подсетях первого уровня агрегации (п. 2.2). N подсетей первого уровня агрегации ($N \in [2, 5]$) для N групп изделий объединяются в одну общую сеть – совокупность подсетей, не имеющих общих связей и общих вершин между подсетями, связанных только общим оборудованием, что дает возможность решать задачу последовательным чередованием групп изделий, чтобы выбрать наилучшее решение (рассматриваются все возможные комбинации очередности последовательного назначения групп изделий). В этом случае процедуры, описанные в п.3.1.1–3.1.3, осуществляются для каждой подсети $N!$ раз в соответствии с различным порядком чередования групп изделий. Распределение следующей группы изделий не начинается, пока не распределена на выполнение предыдущая. В результате получаем $N!$ согласованных планов выполнения агрегированных работ, из которых на следующем этапе будет выбран наилучший.

Для синтетических критериев процедура распределения на выполнение агрегированных работ

последовательности σ^* , полученной в результате решения задачи МВМ, является смешанной. В зависимости от заданной базовой составляющей синтетического критерия, для группы изделий применяется один из разработанных алгоритмов. Алгоритмы 1 и 2 используются для распределения групп изделий, оптимизируемых по базовому критерию 1 (выбор алгоритма 1 или 2 делается в соответствии с характеристиками исходных данных), алгоритм 3 применяется для групп изделий с директивными сроками (базовые критерии 2–5).

Резервы в рамках фонда времени прибора определяются имеющимися простоями оборудования, полученными в результате выполнения всех работ предыдущих групп изделий, в соответствии с очередностью их назначения на выполнение, и предыдущих назначенных работ из распределяемой группы изделий, в соответствии с очередностью их назначения в этой группе.

Примечание. Условие, что работы из разных групп изделий могут выполняться на одном элементе в одном временном отрезке, не учитывается при агрегации и согласованном планировании и уточняется лишь при точном планировании (например, если требуется переналадка оборудования, чтобы улучшить план, мы можем объединить работы разных групп изделий, попавшие в результате распределения на один элемент в одной временной отрезок).

3.2. После построения всех согласованных планов для каждой возможной очередности назначения групп изделий рассчитывается значение исходного функционала по полученным в результате согласованного планирования моментам окончания выполнения изделий C_i , которые по каждому изделию определяются максимальным из моментов окончания выполнения его конечных работ. Из этих планов выбирается наилучший по значению функционала и, если прибыль меньше ожидаемой минимальной, передается в блок принятия решений для формирования нового портфеля заказов. Если прибыль не меньше ожидаемой минимальной, он передается на следующий уровень планирования.

Блок 4. Построение модели третьего уровня.

В блоке 4 по информации, полученной в блоке 3, формируется задача третьего уровня четырехуровневой модели планирования – многоэтапная сетевая задача календарного планирования.

После утверждения в блоке 3 согласованного плана выполнения агрегированных работ производится дезагрегация агрегированных работ, т.е. возврат к исходной модели сети, с учетом изменений, внесенных при согласованном планировании. Если в принятом на реализацию на третьем уровне плана согласованного планирования

некоторые элементы типа 2–5 оказались разбитыми на части, то в исходной технологической сети каждый такой элемент заменяется аналогичными независимыми элементами того же типа, с соответствующим перераспределением входных и выходных связей между новыми элементами, причем каждая выходящая связь входит в ту же вершину, что и в исходной технологической модели.

Пример. На данном фрагменте исходной сети элемент №23 разбивается на два аналогичных:

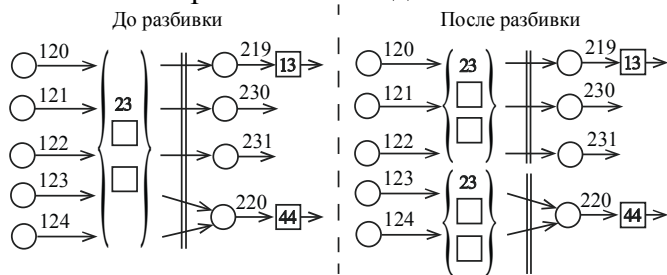


Рис. 4. Разбивка элемента исходной сети

Другой пример приведен выше на рис. 3.

Примечание. Реальное оборудование, реализующее новые виртуальные приборы сети, однозначно определяется только после получения пооперационного плана.

На третьем уровне планирования строится многоэтапная сетевая задача календарного планирования путем задания на измененной исходной сети директивных сроков конечных работ. Моменты окончания выполнения изделий C_i (моменты C_i окончания выполнения конечных работ каждого изделия), определенные при согласованном планировании, задают реальные директивные сроки конечных работ d_i для следующего уровня планирования (если изделие имеет несколько конечных работ, то из моментов окончания их выполнения выбирается максимальный, и он становится единым директивным сроком для всех конечных работ изделия). Для изделий, планируемых по критерию 5 (минимизация штрафа за опережение/запаздывание относительно директивного срока) выбирается конечная работа с самым поздним моментом окончания выполнения, определенным при согласованном планировании, по сравнению с моментами окончания выполнения остальных конечных работ этого изделия, и он устанавливается как директивный срок, относительно которого определяется штраф за опережение/запаздывание в функционале модели третьего уровня, а для остальных его конечных работ этот момент является директивным сроком, и эти работы могут быть выполнены ранее, без штрафа за опережение. Таким образом, формулируются задачи оптимизации для каждого из элементов типа 2–5: найти допустимое (не

нарушающее директивные сроки) расписание выполнения работ на каждом приборе данного элемента, работающем непрерывно, оптимальное по критерию оптимальности (определение 4 ниже).

Определение 3 [1]. *Допустимым* является расписание, в котором моменты окончания выполнения всех конечных работ, не превышают их директивных сроков.

Для сетевой многоэтапной задачи календарного планирования, построенной для базового критерия оптимальности, сформулируем условия оптимальности допустимого решения.

Определение 4 [1]. Расписание является *оптимальным*, если оно отвечает следующим условиям:

- 1) расписание допустимое;
- 2) из всех допустимых расписаний оптимальным может быть только то, в котором достигается минимум суммарного опережения относительно конечных директивных сроков;
- 3) а) оптимальным является допустимое расписание, удовлетворяющее пунктам 1) и 2), в котором на множестве начальных работ достигается максимум:

$$\max \left(\min_j r_{1j} \right), j = \overline{1, p},$$

где $r_{1j} \geq 0$, где r_{1j} – моменты запуска начальных работ сети (первых работ на приборах $1j$), а p – число таких приборов;

б) оптимальным является допустимое расписание, удовлетворяющее пунктам 1) и 2), в котором на множестве начальных работ достигается максимум:

$$\max \left(\min_j r_{1j} \right) = r_{1j_i}, j = \overline{1, p}$$

$$\max \left(\min_j r_{1j} \right) = r_{1j_i}, j = \overline{1, p}, l = \overline{2, p}, j \neq j_k, k = \overline{1, l-1}.$$

Методология решения сформулированной многоэтапной сетевой задачи календарного планирования по *базовому критерию* оптимальности представлена в [1] и заключается в том, что решение ищется с конца сети к началу, начиная с элементов последнего уровня входимости. Исходная сеть при планировании по базовому критерию удовлетворяет свойствам, описанным в [1].

При планировании по *синтетическому критерию* оптимальности, в силу того, что исходная сеть представляет собой совокупность независимых подсетей, каждая из которых удовлетворяет свойствам, описанным в [1], и в разных подсетях может использоваться общее оборудование, метод решения задачи с конца сети к началу не может быть использован, т.к. расписание, полученное в одной подсети, может не поз-

волить получить расписание в другой подсети, если оборудование будет уже занято расписанием выполнения предыдущей группы изделий. Поэтому предлагается следующий альтернативный метод решения сетевой многоэтапной задачи календарного планирования и построения пооперационного плана. Критерием оптимальности для планирования по синтетическому критерию является получение пооперационного плана, максимально близкого к плану, полученному на этапе согласованного планирования. Поскольку метод универсален, его можно применять и для базового критерия оптимальности для любой сети виртуальных приборов.

В альтернативном методе директивные сроки работ на элементах исходной сети задаются моментами окончания агрегированных работ, в которые эти работы вошли в результате агрегации, в утвержденном согласованном плане второго уровня. Моменты запуска агрегированных работ в согласованном плане определяют минимальные моменты запуска работ на приборах. Благодаря согласованному планированию работы, выполняемые на элементах с одинаковым номером, разнесены по времени. Многоэтапная сетевая задача календарного планирования решается с начала в конец, начиная с элементов первого уровня входимости, в произвольном порядке рассмотрения элементов сети. В предположении, что для каждой задачи агрегированная длительность соответствует реальной (не меньше суммарной дезагрегированной), для получения пооперационного плана решаются одноэтапные задачи календарного планирования для каждого из элементов типа 2–5: найти допустимое (не нарушающее директивные сроки) расписание выполнения работ, оптимальное по следующему критерию оптимальности: для элементов типа 2, 3: $\max(\min r)$, где r – момент запуска приборов; для элементов типа 4, 5 – см. п. а), б) по определению 4.

Если из-за того, что агрегированная длительность оказывается меньше суммарной дезагрегированной, работы претендуют на один и тот же временной интервал, план должен быть пересчитан, начиная с работ первого уровня входимости, состыковкой задач на элементах по принципу разнесения по времени, с выполнением условия: максимальный момент окончания выполнения работ на элементе-предшественнике равен минимальному моменту запуска работ на выполнение на элементе-преемнике (или хотя бы не меньше его). Если это условие не выполняется, производится сдвиг интервала выполнения работ на элементе-преемнике в сторону увеличения минимального

момента запуска и директивных сроков. В полученном пооперационном плане анализируются моменты окончания последних работ изделий на элементах последнего уровня входимости.

Если полученное решение этой задачи допустимое (директивные сроки, установленные заказчиком, не нарушены), то для данного портфеля заказов получен пооперационный план.

Если полученное решение оказалось недопустимым (моменты выполнения некоторых конечных работ больше директивных сроков, установленных заказчиками) либо становится таковым в силу наличия отрицательных моментов начала выполнения некоторых работ, то полученный пооперационный план пересчитывается путем смещения отрицательных моментов начала выполнения начальных работ технологической сети к началу планового периода. При этом порядок выполнения всех работ сохраняется, а моменты запуска элементов сети типа 2–5 сдвигаются минимально для выполнения условия непрерывности их работы. Для этого расписания заново рассчитывается прибыль по исходному функционалу. Если новая рассчитанная прибыль не меньше ожидаемой минимальной, то необходимо перейти на блок принятия решений для согласования новых директивных сроков с заказчиком. Если прибыль меньше минимальной ожидаемой, то в случае планирования по базовому критерию оптимальности реализуем п. 9) блока принятия решений. Если критерий синтетический, то непосредственно в блоке принятия решений изменяется портфель заказов. Если в результате реализации п. 9) блока принятия решений новая прибыль меньше минимальной ожидаемой, то в блоке принятия решений изменяется портфель заказов.

Реализация трехуровневой модели планирования статистически значима и практически всегда эффективна, если критерий планирования базовый (а для синтетического критерия – в предположении, что эвристика последовательного назначения групп изделий соответствует реальному производственному процессу). Тогда, благодаря решению задачи МВМ и согласованному планированию получение сроков выполнения изделий становится формализованным и близким к оптимальному, в отличие от неформализованной процедуры при реализации п. 9) в блоке принятия решений. И только в случае, когда эвристика назначения изделий группами не адекватна реальному производственному процессу, реализация п. 9) становится необходимой.

Обоснование эвристики согласованного планирования по базовому критерию. Согласованное планирование выполняется в соответствии с последовательностью агрегированных работ, полученной в результате решения аппроксимирующей задачи МВМ. Такая очередность назначений работ на выполнение максимизирует соответствующую составляющую синтетического функционала с точностью до адекватности его значения функционалу аппроксимирующей задачи МВМ.

Обоснование эвристики согласованного планирования по синтетическому критерию. Согласованное планирование реализуется через последовательное назначение на выполнение групп изделий (каждая из которых определяется соответствующей составляющей синтетического функционала), рассматриваются все возможные комбинации очередности назначения групп изделий. В каждой группе изделий очередность назначений изделий на выполнение максимизирует соответствующую составляющую синтетического функционала с точностью до адекватности его значения функционалу аппроксимирующей задачи МВМ. Эта эвристика позволила исходную задачу планирования по 31 критерию свести к решению одной многоэтапной сетевой задачи календарного планирования (каждому из решений по 31 критерию соответствуют свои директивные сроки выполнения конечных работ). Эта эвристика эффективна, если она адекватна реальному технологическому процессу.

На третьем уровне планирования могут быть реализованы альтернативные планы выполнения различных портфелей заказов. Каждый план имеет свою степень риска неполучения расчетной прибыли после его реализации. Поэтому в блоке принятия решений осуществляется выбор наилучшего плана по критерию минимизации риска неполучения расчетной прибыли [2] из множества альтернативных планов.

Блок 5. Оперативное планирование.

На четвертом уровне модели реализуется оперативное планирование в случае частичного невыполнения плана, полученного в блоке 4. Во всех моделях четвертого уровня минимизируются аддитивные функционалы, компонентами которых являются новые весовые коэффициенты в функционале качества – штрафы за запаздывание либо за опережение/запаздывание относительно директивных сроков (базовые критерии 3 и 5), – независимо от ранее используемых критериев оптимальности, какими бы они ни были.

Теперь покажем реализацию алгоритмического обеспечения более подробно на примере.

Пример реализации методологии построения модели

2.1. Постановка задачи. Пример сетевой модели строится на основе технологии реального производства мелкосерийного типа. В нашем примере будет синтетический критерий оптимальности, состоящий из $N=5$ базовых критериев, поэтому имеется 5 независимых групп изделий, т.е. исходная сеть имеет 5 подсетей, не связанных технологическими связями. В каждой подсети выполняется по 5 изделий.

На рис. 5 и 6 показана исходная сеть с фиктивными работами (технологическая сеть, задающая технологию выполнения изделий). Для упрощения схемы вместо параметров невыполненных работ над стрелками будем писать номера работ и над приборами – их номера, а характеристики работ и элементов сведём, соответственно, в таблицы 3 и 4. Удельная длительность l_i выполнения работы на одно изделие задается в минутах.

Табл. 3. Характеристики работ

№(i)	l_i	№(i)	l_i	№(i)	l_i	№(i)	l_i
11	1	29	11	321	3	435	4
12	4	210	5	322	5	436	1
13	2	211	2	323	2	437	1
14	5	212	6	324	6	438	5
15	15	213	1	325	12	439	14
16	1	214	7	326	12	440	2
17	8	215	3	327	11	51	6
18	3	216	8	328	5	52	2
19	3	217	3	329	6	53	6
110	1	218	6	330	4	54	7
111	4	219	3	331	4	55	3
112	4	220	8	332	1	56	6
113	14	221	6	333	1	57	9
114	2	222	8	334	4	58	3
115	5	223	2	335	6	59	5
116	4	224	4	336	3	510	8
117	6	225	7	337	7	511	8
118	8	226	7	338	2	512	4
119	3	227	2	41	7	513	6
120	8	228	1	42	15	514	3
121	10	229	9	43	2	515	4
122	4	230	3	44	15	516	6
123	5	231	15	45	3	517	1
124	23	232	2	46	3	518	8
125	3	233	6	47	6	519	8
126	12	234	9	48	1	520	5
127	4	235	12	49	5	521	9
128	4	236	3	410	9	522	4
129	1	237	7	411	3	523	5
130	15	238	2	412	6	524	7
131	11	239	4	413	4	525	5
132	6	30	7	414	6	526	3
133	10	31	9	415	12	527	4
134	7	32	12	416	15	528	5
135	4	33	18	417	4	61	11
136	2	34	2	418	22	62	12

№(i)	l_i	№(i)	l_i	№(i)	l_i	№(i)	l_i
137	2	35	4	419	4	63	15
138	4	36	7	420	2	64	11
139	4	37	4	421	6	65	15
140	6	38	16	422	8	66	17
141	8	39	9	423	4	67	19
142	3	310	6	424	9	68	12
143	1	311	8	425	2	69	4
144	3	312	23	426	4	610	12
21	4	313	6	427	7	611	15
22	2	314	4	428	9	612	21
23	1	315	3	429	13	613	20
24	6	316	1	430	6	614	14
25	8	317	1	431	8	615	7
26	8	318	5	432	3	616	21
27	12	319	4	433	9	71	24
28	20	320	7	434	3	72	23

Табл. 4. Характеристики ресурсов

№	тип	m	№	тип	m	№	тип	m	№	тип	m
11	2	1	18	1	1	25	1	1	41	4	2
12	2	1	19	1	1	26	1	1	42	1	1
13	1	1	21	1	1	31	2	1	43	1	1
14	1	1	22	5	3	32	4	3	44	1	1
15	1	1	23	3	2	33	2	1	51	1	1
16	1	1	24	2	1	34	1	1	52	1	1
17	1	1									

Для элемента типа 5 (в данном случае это единственный элемент №22) зададим производительности приборов s_i ($i = \overline{1, m}$): 1; 0,8; 0,2.

Характеристики изделий зададим таблицей 5 (N_i – число изделий в портфеле заказов, ω_i – вес, d_i – директивный срок, Δ_i – диапазон получения допустимого решения – задается для тех изделий, в технологии которых встречаются элементы типа 4 и 5, j_{end} – номера конечных работ изделия).

Момент окончания выполнения изделия определяется максимальным из моментов окончания выполнения его конечных работ. Например, для 1-го изделия $C_1 = \max \{C_{61}, C_{62}\}$.

Для однозначного определения критических путей изделий необходимо знать, к какому изделию относится та или иная работа из множества выполненных работ каждого элемента типа 1. Поэтому для элементов, где такое соответствие неоднозначно, зададим его таблицей 6. Для остальных работ их принадлежность конкретному изделию очевидным образом определяется по исходной сети.

Табл. 5. Характеристики изделий

№(i)	j_{end}	N_i	ω_i	d_i	Δ_i	№(i)	j_{end}	N_i	ω_i	d_i	Δ_i
1	61, 62	2	1			14	519, 521, 526	10	80	1200	5
2	53	4	2			15	426–428	15	100	1250	10
3	63, 64	3	3			16	429, 613	5	200	1220	
4	71	5	4			17	431	10	400	1110	
5	57–59, 510	10	5			18	614	15	600	850	5
6	66	15	200	735	5	19	615	5	800	780	10
7	67	5	400	550	10	20	616	10	1000	810	15
8	72	10	600	830	15	21	332	15	20	1400	
9	413	15	800	435		22	439	5	40	1475	
10	69, 611	5	1000	920		23	528	10	60	1350	
11	612	10	20	1150	5	24	437	15	80	1275	
12	425, 518	15	40	1050	10	25	438	5	100	1250	
13	421	5	60	875	15						

В качестве критерия оптимальности зададим самый сложный (31-й) из синтетических критериев, являющийся комбинацией пяти базовых критериев, в каждой группе из пяти изделий используется один базовый критерий, а именно, для группы изделий 1–5 – базовый критерий 1, для группы изделий 6–10 – базовый критерий 2, для группы изделий 11–15 – базовый критерий 3, для группы изделий 15–20 – базовый критерий 4, для группы изделий 21–25 – базовый критерий 5:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^5 \omega_i(T) \cdot (T - C_i) + \sum_{i=6}^{10} \omega_i U_i - \sum_{i=11}^{15} \omega'_i \max(0, C_i - d_i) + \sum_{i=16}^{20} \omega'' V_i - \sum_{i=21}^{25} \omega''' |C_i - d_i| \right\}, \quad (2)$$

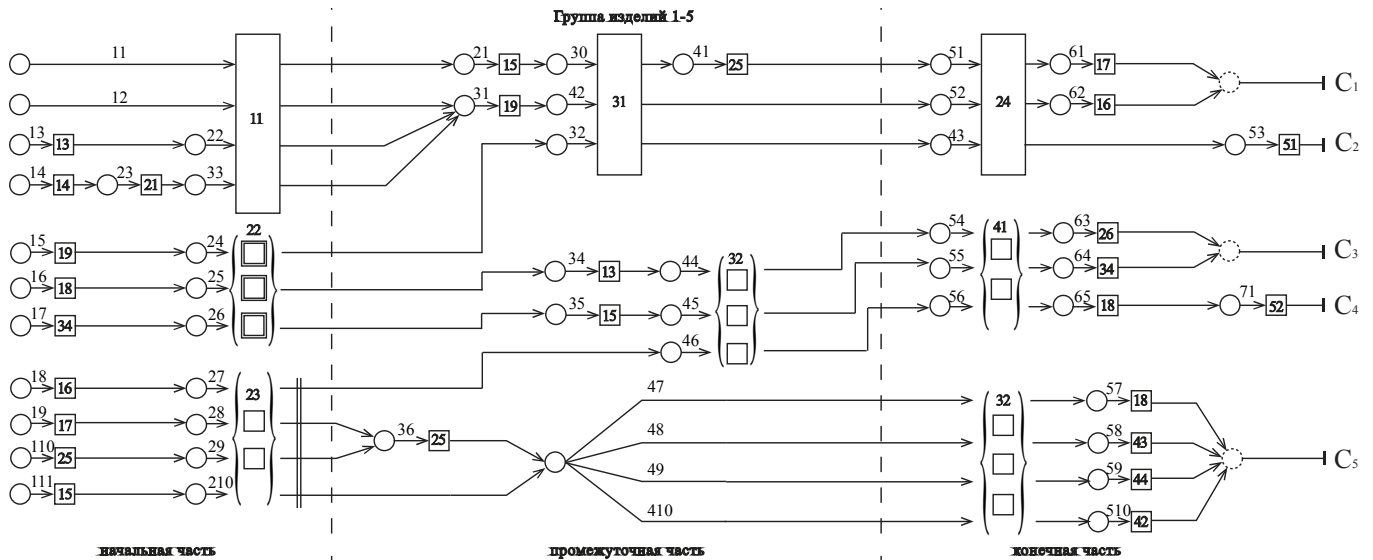


Рис. 5. Исходная сеть (изделия 1–5)

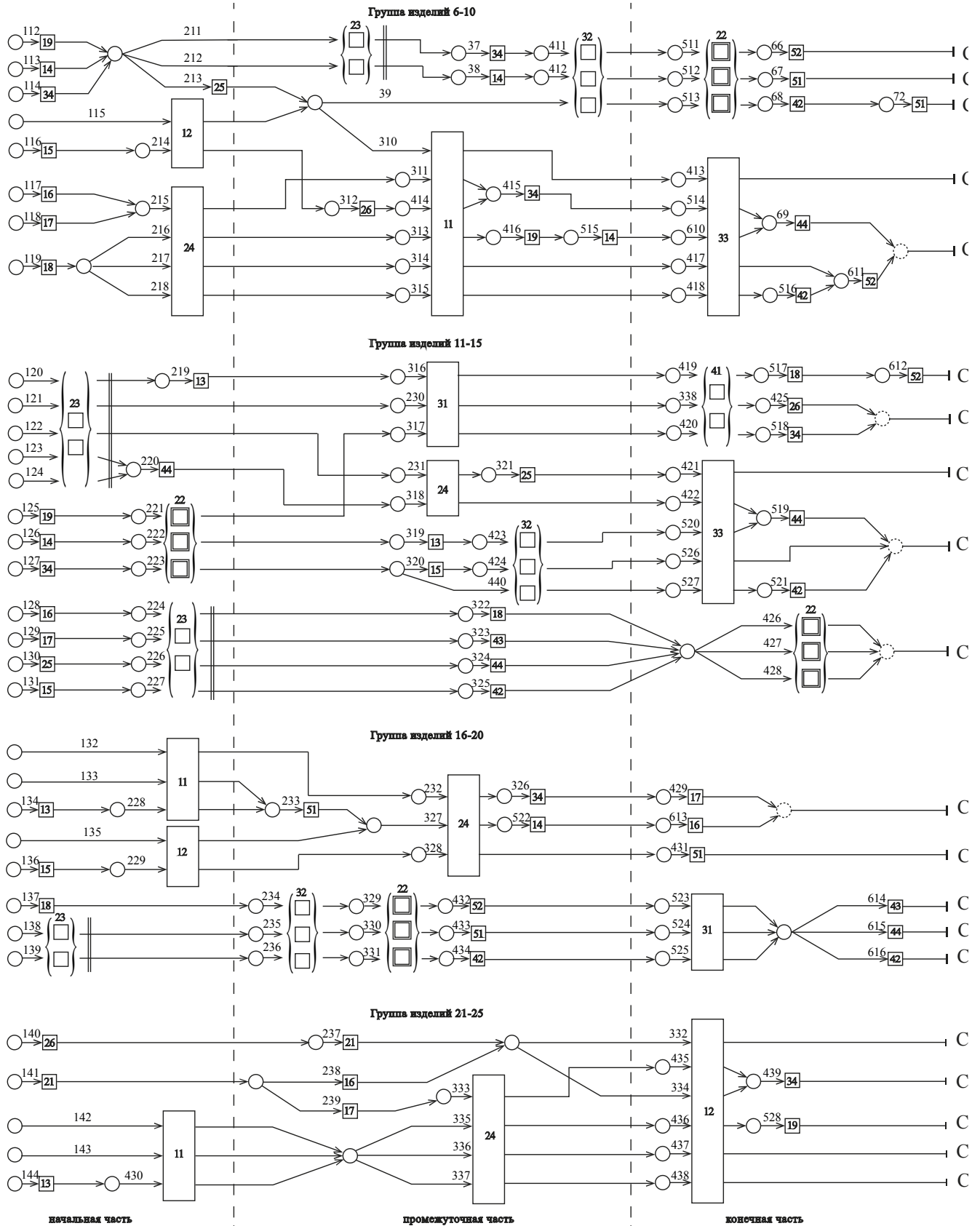


Рис. 6. Исходная сеть (изделия 10–25)

где $U_i = \begin{cases} 1, C_i = d_i \\ 0, C_i \neq d_i \end{cases}, V_i = \begin{cases} 1, C_i \leq d_i \\ 0, C_i > d_i \end{cases}$,

$\omega_i(T)$ – весовой коэффициент изделия i , определенный экспериментальным путем; T – плановый период; ω_i – прибыль от выполнения i -го изделия, если оно выполнено точно в срок, ω_i' – штраф за запаздывание окончания выполнения

i -го изделия относительно директивного срока на единицу времени, ω_i'' – прибыль от выполнения i -го изделия, если оно выполнено без запаздывания, а ω_i''' – штраф за отклонение момента окончания выполнения i -го изделия от директивного срока на единицу времени.

Табл. 6. Соответствия работ изделиям по элементам типа 1

Номер работы	Номер изделия	Номер работы	Номер изделия	Номер работы	Номер изделия
112	6	137	18	238	22
113	7	142	23	430	25
114	8	143	24	523	18
115	9	213	8	524	19
136	17	237	21	525	20

Зададим минимальную ожидаемую прибыль предприятия (минимальное значение критерия (1), которое мы ожидаем получить при решении задачи) на уровне 20000 условных единиц (единица измерения прибыли – та же, что и для весовых коэффициентов $\omega_i(T)$, ω_i , ω_i' , ω_i'' , ω_i''' , с учетом их умножения на единицу времени).

2.2. *Первый уровень агрегации* является агрегированным представлением исходной сети.

2.2.1. Агрегированная сеть первого уровня агрегации приведена на рис. 7. Для удобства, нумерация работ и приборов оставлена прежней (в качестве номера агрегированной работы используется первый из номеров объединяемых работ).

Удельные длительности агрегированных (объединенных) работ, рассчитанные по вышеприведенным правилам, сведём в таблицу 7. Например, удельные длительности работ 11, 12, 22, 33 (все работы – изделия 1), выполняемых на одном элементе типа 2, суммируются, в результате получается работа 11 с удельной длительностью 25.

Табл. 7. Агрегированные работы

№(i)	Объединены №	l_i	№(i)	Объединены №	l_i
11	11, 12, 22, 33	25	222	222, 223	5
25	25, 26	8	224	224, 225, 226, 227	10
28	28, 29, 210	18	232	232, 327	13
30	30, 42	22	311	311, 313, 314, 315, 414	27
44	44, 45	6			
47	47, 48, 49, 410	7	338	338, 420	2
51	51, 52	8	417	417, 418, 514, 610	41
54	54, 55	5	422	422, 520, 526, 527	20
123	123, 124	14	423	423, 424, 440	5
132	132, 133, 228	17	426	426, 427, 428	10
215	215, 216, 217, 218	20			

В результате агрегации некоторые конечные работы изделий объединены в одну конечную работу: по изделию 14 конечная работа 526 вошла в состав агрегированной работы 422, а по изделию 15 конечные работы 426–428 объединились в одну агрегированную работу 426.

2.2.2. Также в связи с тем, что элементы 3–5 агрегируются элементы 1–2, меняется длительность работ, оставшихся на элементах и не объединенных с другими работами (табл. 8). Например, у работы 46 (длительность 3), выполняемой на элементе 32 (тип 4, количество приборов $m = 3$), новая длительность равна $3 / 3 = 1$.

Табл. 8. Измененные длительности

№(i)	l_i	№(i)	l_i	№(i)	l_i	№(i)	l_i	№(i)	l_i
24	3	120	4	211	1	236	1	412	2
27	6	121	5	212	3	329	3	419	2
39	3	122	2	221	3	330	2	511	4
46	1	138	2	234	3	331	2	512	2
56	3	139	2	235	4	411	1	513	3

2.3. *Поиск критических путей изделий.* Критические пути изделий показаны жирными линиями на рис. 7.

2.4. *Второй уровень агрегации* – построение сети на критических путях с общими вершинами.

2.4.1. *Поиск общих вершин на критических путях изделий.* В нашем примере введем $\Delta_{ОВ} = 70$, что составляет около 10% от максимальной длительности критического пути ($L_{кп} = 710$ у изделия 10), и будем использовать второе правило объединения в общие вершины. В результате все общие вершины, заданные технологией, объединились, кроме указанных в примечании на стр. 65.

Построенная сеть второго уровня агрегации показана на рис. 8, общие вершины отображены символом \odot . В табл. 9 представлены их длительности (уже учитывающие количество изделий в портфеле заказов N_i). Номером общей вершины (для упрощения) считаем номер первой из объединяемых работ.

Например, в общую вершину 24 объединены агрегированные работы 24 (изделие 2) и 25 (изделие 3). Число изделий 2 в портфеле заказов равно $N_2 = 4$, $N_3 = 3$. Удельные длительности агрегированных работ 24 и 25, соответственно, равны $l_{24} = 3$, $l_{25} = 8$. Поэтому длительность общей вершины 24 составляет $l_{24}N_2 + l_{25}N_3 = 3 \cdot 4 + 8 \cdot 3 = 36$.

Табл. 9. Общие вершины

№(i)	Объединены №	l_i	№(i)	Объединены №	l_i
24	24, 25	36	230	230, 316	55
27	27, 28	210	232	232, 328	115
30	30, 32	92	234	234, 235, 236	75
44	44, 46	23	329	329, 330, 331	75
51	51, 43	24	333	333, 335, 336, 337	145
54	54, 56	30	338	338, 419	50
120	120, 121, 122	125	411	411, 412	25
138	138, 139	30	435	435, 436	30
142	142, 143, 430	75	511	511, 512, 513	100
211	211, 212	30	523	523, 524, 525	160

2.4.2. При построении сети на критических путях изделий все критические пути объединяются в одну сеть.

Так как не все конечные работы изделий лежат на их критических путях, то некоторые из них удалены при построении сети на критических путях: по изделию 1 осталась работа 62 (работа 61 удалена из списка конечных вершин), по изделию 3 осталась работа 63 (работа 64 удалена), по

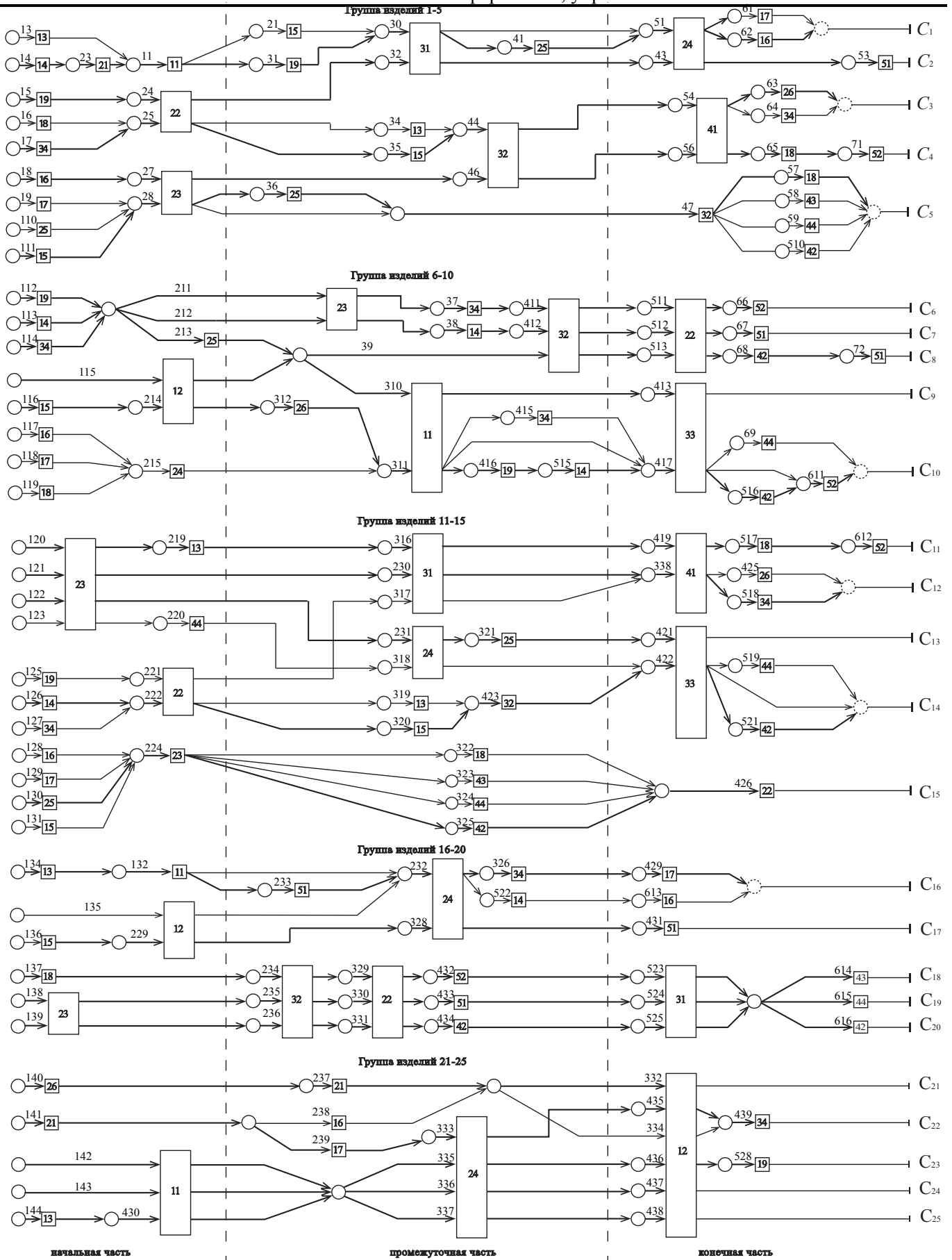


Рис. 7. Агрегированная сеть первого уровня агрегации с критическими путями (изделия 1–25)
 изделию 5 осталась работа 57 (работы 58, 59, 510 удалены), по изделию 10 осталась работа 611 (работа 69 удалена), по изделию 12 осталась работа 518 (работа 425 удалена), по изделию 14 осталась работа 521 (работы 422, 519 удалены), по изделию 16 осталась работа 429 (работа 613 удалена).

2.5. Построение и решение оптимизационных задач по критерию МВМ на агрегированной сети второго уровня агрегации (рис. 8).

2.5.1. Для каждой базовой составляющей синтетического критерия, входящих в заданный функционал, кроме базового критерия 1, строится и решается аппроксимирующая задача МВМ, для базового критерия 1 решается задача МВМ без изменения параметров. Задача решается с помощью алгоритма, описанного в [2, гл. 9].

Для решения задачи МВМ по каждой группе изделий строится начальная допустимая последовательность, включающая работы сети на критических путях с учетом заданных отношений предшествования. Изделия в начальных последовательностях упорядочиваются по приоритетам, равным отношению веса изделия к длине его критического пути. Начальные последовательности сведем в табл. 10.

2.5.2. В результате решения задачи МВМ по каждой группе изделий получены последовательности выполнения агрегированных работ

сети на критических путях изделий (табл. 11).

Блок 3. Построение модели второго уровня.

3.1. *Построение согласованного плана* выполнения агрегированных работ с учетом критерия оптимальности каждой группы изделий.

3.1.1. В табл. 12 сведены дополненные оптимальные последовательности σ^* по всем группам изделий, т.е. дается информация о номерах ПМП и длительностях агрегированных работ.

3.1.2. На этапе согласованного планирования рассматриваются все возможные комбинации очередности назначения групп изделий. Мы приведем пример распределения агрегированных работ по приборам для следующих упорядочений групп изделий:

	Группы изделий				
Порядок 1	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25
Порядок 2	6-10	11-15	16-20	21-25	1-5

Порядок 1 соответствует случаю распределения сначала изделий, выполняемых без ограничений по директивному сроку. Порядок 2 применяется, если более важными считаются изделия, по которым должен быть соблюден директивный срок.

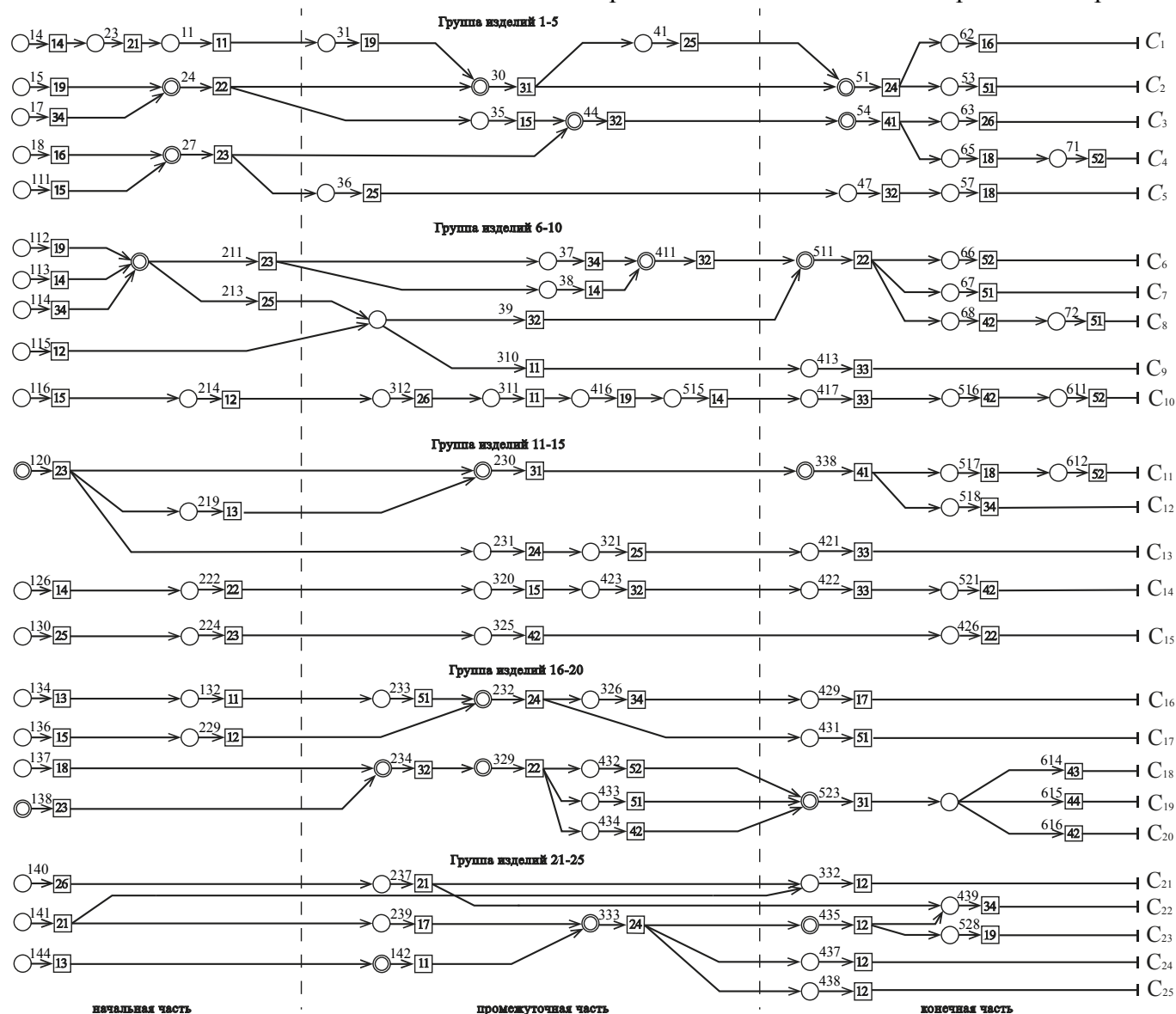


Рис. 8. Сеть на критических путях изделий с общими вершинами

Табл. 10. Начальные последовательности

Группа изделий 1–5:

№ ₀ (i)	l _i	ω _i *	C _i	f _i
15	60		60	
17	24		84	
24	36		120	
35	12		132	
18	15		147	
111	40		187	
27	210		397	
44	23		420	
54	30		450	
63	45	3	495	1485
65	75		570	
71	120	4	690	2760
14	10		700	
23	2		702	
11	50		752	
31	18		770	
30	92		862	
41	14		876	
51	24		900	
53	24	2	924	1848
36	70		994	
47	70		1064	
57	90	5	1154	5770
62	24	1	1178	1178

Функционал: 13041

Группа изделий 6–10:

№ ₀ (i)	l _i	ω _i *	C _i	f _i
112	60		60	
113	70		130	
114	20		150	
213	10		160	
115	75		235	
310	90		325	
413	60	4	385	1540
211	30		415	
38	80		495	
37	60		555	
411	25		580	
39	30		610	
511	100		710	
67	95	2	805	1610
116	20		825	
214	35		860	
312	115		975	
311	135		1110	
416	75		1185	
515	20		1205	
417	205		1410	
516	30		1440	
611	75	5	1515	7575
68	120		1635	
72	230	3	1865	5595
66	255	1	2120	2120

Функционал: 18440

Табл. 11. Оптимальные последовательности

Группа изделий 1–5:

i	ПМП	l _i	ω _i *	C _i	f _i
18	1	15		15	
111	1	40		55	
27	1	210		265	
36	1	70		335	
47	1	70		405	
57	1	90	5	495	2475
15	1	60		555	
17	1	24		579	
24	1	36		615	
35	1	12		627	
44	1	23		650	
54	1	30		680	
63	1	45	3	725	2175
65	1	75		800	
71	1	120	4	920	3680
14	2	10		930	
23	2	2		932	
11	2	50		982	
31	2	18		1000	
30	2	92		1092	
41	2	14		1106	
51	2	24		1130	
53	2	24	2	1154	2308
62	2	24	1	1178	1178

Функционал: 11816

Группа изделий 6–10:

i	ПМП	l _i	ω _i *	C _i	f _i
112	1	60		60	
113	1	70		130	
114	1	20		150	
213	1	10		160	
115	1	75		235	
310	1	90		325	
413	1	60	4	385	1540
116	2	20		405	
214	2	35		440	
312	2	115		555	
311	2	135		690	
416	2	75		765	
515	2	20		785	
417	2	205		990	
516	2	30		1020	
611	2	75	5	1095	5475
211	3	30		1125	
38	3	80		1205	
37	3	60		1265	
411	3	25		1290	
39	3	30		1320	
511	3	100		1420	
67	3	95	2	1515	3030
68	3	120		1635	
72	3	230	3	1865	5595
66	4	255	1	2120	2120

Функционал: 17760

Группа изделий 11–15:

№ ₀ (i)	l _i	ω _i *	C _i	f _i
120	125		125	
231	75		200	
321	15		215	
421	30	3	245	735
219	30		275	
230	55		330	
338	50		380	
518	120	2	500	1000
130	225		725	
224	150		875	
325	180		1055	
426	150	5	1205	6025
126	120		1325	
222	50		1375	
320	70		1445	
423	50		1495	
422	200		1695	
521	90	4	1785	7140
517	10		1795	
612	210	1	2005	2005

Функционал: 16905

Группа изделий 16–20:

№ ₀ (i)	l _i	ω _i *	C _i	f _i
138	30		30	
137	30		60	
234	75		135	
329	75		210	
433	45		255	
434	30		285	
432	45		330	
523	160		490	
615	35	4	525	2100
616	210	5	735	3675
136	20		755	
229	90		845	
134	35		880	
132	85		965	
233	30		995	
232	115		1110	
431	80	2	1190	2380
614	210	3	1400	4200
326	60		1460	
429	65	1	1525	1525

Функционал: 13880

Группа изделий 11–15:

i	ПМП	l _i	ω _i *	C _i	f _i
120	1	125		125	
231	1	75		200	
321	1	15		215	
421	1	30	3	245	735
219	2	30		275	
230	2	55		330	
338	2	50		380	
518	2	120	2	500	1000
130	3	225		725	
224	3	150		875	
325	3	180		1055	
426	3	150	5	1205	6025
126	4	120		1325	
222	4	50		1375	
320	4	70		1445	
423	4	50		1495	
422	4	200		1695	
521	4	90	4	1785	7140
517	5	10		1795	
612	5	210	1	2005	2005

Функционал: 16905

Группа изделий 16–20:

i	ПМП	l _i	ω _i *	C _i	f _i
138	1	30		30	
137	1	30		60	
234	1	75		135	
329	1	75		210	
433	1	45		255	
434	1	30		285	
432	1	45		330	
523	1	160		490	
615	1	35	4	525	2100
616	1	210	5	735	3675
614	1	210	3	945	2835
136	2	20		965	
229	2	90		1055	
134	2	35		1090	
132	2	85		1175	
233	2	30		1205	
232	2	115		1320	
431	2	80	2	1400	2800
326	2	60		1460	
429	2	65	1	1525	1525

Функционал: 12935

Группа изделий 21–25:

№ ₀ (i)	l _i	ω _i *	C _i	f _i
141	40		40	
239	20		60	
144	15		75	
142	75		150	
333	145		295	
437	15	4	310	1240
438	25	5	335	1675

№ ₀ (i)	l _i	ω _i *	C _i	f _i
435	30		365	
528	50	3	415	1245
140	90		505	
237	105		610	
439	70	2	680	1360
332	15	1	695	695

Функционал: 6215

Группа изделий 21–25:

i	ПМП	l _i	ω _i *	C _i	f _i
141	1	40		40	
239	1	20		60	
144	1	15		75	
142	1	75		150	
333	1	145		295	
437	1	15	4	310	1240
438	1	25	5	335	1675

i	ПМП	l _i	ω _i *	C _i	f _i
435	1	30		365	
528	1	50	3	415	1245
140	2	90		505	
237	2	105		610	
439	2	70	2	680	1360
332	2	15	1	695	695

Функционал: 6215

* Для упрощения расчетов при решении задачи МВМ, в группах изделий 6–10 и 16–20 веса изделий пропорционально уменьшены в 200 раз, а в группах изделий 11–15 и 21–25 – в 20 раз, что влияет только на значение функционала, но не влияет на оптимальную последовательность.

Табл. 12. Последовательности σ^* агрегированных работ для согласованного планирования

Изделия 1–5:			Изделия 6–10:			Изделия 11–15:			Изделия 16–20:			Изделия 21–25:		
№(i)	ПМП	l_i	№(i)	ПМП	l_i	№(i)	ПМП	l_i	№(i)	ПМП	l_i	№(i)	ПМП	l_i
18	1	15	112	1	60	120	1	40	221	2	45	613	2	100
111	1	40	113	1	70	121	1	75	317	2	15	429	2	65
19	1	30	114	1	20	122	1	10	338	2	30	138	1	10
110	1	10	213	1	10	121	1	75	419	2	20	139	1	20
27	1	30	115	1	75	122	1	10	425	2	30	137	1	30
28	1	180	310	1	90	121	1	75	518	2	120	234	1	45
36	1	70	413	1	60	122	1	10	130	3	225	235	1	20
47	1	70	116	2	20	121	1	75	128	3	60	236	1	10
58	1	30	214	2	35	122	1	10	129	3	15	329	1	45
59	1	50	312	2	115	121	1	75	131	3	165	330	1	10
510	1	80	117	2	30	122	1	10	224	3	150	331	1	20
57	1	90	118	2	40	121	1	75	325	3	180	433	1	45
15	1	60	119	2	15	122	1	10	322	3	75	434	1	30
17	1	24	215	2	100	121	1	75	323	3	30	432	1	45
16	1	3	311	2	135	122	1	10	324	3	90	523	1	75
24	1	12	416	2	75	121	1	75	426	3	150	524	1	35
25	1	24	515	2	20	122	1	10	126	4	120	525	1	50
35	1	12				121	1	75	127	4	40	615	1	35
34	1	6				122	1	10	222	4	50	616	1	210
44	1	18				121	1	75	320	4	70	614	1	210
46	1	5				122	1	10	319	4	40	136	2	20
54	1	15				121	1	75	423	4	50	229	2	90
56	1	15				122	1	10	123	4	140	134	2	35
64	1	33				121	1	75	220	4	80	132	2	85
63	1	45				122	1	10	318	4	50	233	2	30
65	1	75				121	1	75	422	4	200	135	2	20
71	1	120				122	1	10	519	4	80	232	2	65
14	2	10				121	1	75	521	4	90	328	2	50
23	2	2				122	1	10	517	5	10	431	2	80
13	2	4				121	1	75	612	5	210	326	2	60
						122	1	10				522	2	20

В нашем примере для согласованного планирования, в соответствии с принципами, указанными в общей методологии, применяем: для группы изделий 1–5 – алгоритм распределения 2, для остальных групп изделий – алгоритм 3. Алгоритмы распределения описаны на стр. 67.

Во время распределения агрегированных работ по ресурсам проверяется фактическое объединение общих вершин в соответствии с сетью на критических путях изделий. В нашем случае все общие вершины, определенные технологией, объединились при распределении, изменений в сети второго уровня агрегации не потребовалось.

Распределение групп изделий по приборам в соответствии с порядком 1 приведено в табл. 13 и в графическом виде (диаграмма Гантта) – на рис. 10, а в соответствии с порядком 2 – в табл.

14 (приведены только работы, положение которых изменилось в сравнении с Порядком 1) и на рис. 11. В диаграммах Гантта используются обозначения, приведенные ниже на рис. 9.

Табл. 13. Распределение агрегированных работ по приборам (порядок 1)

прибор	работа	изделие	$t_{нач}$	$t_{кон}$	прибор	работа	изделие	$t_{нач}$	$t_{кон}$
11	11	1	12	62	23	120	11	830	870
11	310	9	285	375	24	43	2	170	178
11	311	10	380	515	24	51	1	178	194
11	132	16	915	1000	24	215	10	280	380
11	142	23	1075	1105	24	231	13	755	830
11	143	24	1105	1120	24	318	14	860	910
11	430	25	1120	1150	24	328	17	980	1030
12	115	9	155	230	24	232	16	1030	1095
12	214	10	230	265	24	337	25	1150	1185
12	229	17	890	980	24	336	24	1185	1230
12	135	16	1010	1030	24	335	23	1230	1290
12	438	25	1225	1250	24	333	22	1290	1295
12	437	24	1260	1275	25	110	5	0	10
12	436	23	1290	1300	25	41	1	164	178
12	435	22	1300	1320	25	213	8	215	225
12	334	22	1365	1385	25	36	5	225	295
12	332	21	1385	1400	25	130	15	370	595
13	13	1	0	4	25	321	13	830	845
13	34	3	60	66	26	63	3	105	150
13	134	16	785	820	26	312	10	265	380
13	319	14	820	860	26	425	12	1020	1050
13	219	11	870	900	26	140	21	1170	1260
13	144	25	1105	1120	31	32	2	72	120
14	14	1	0	10	31	30	1	120	164

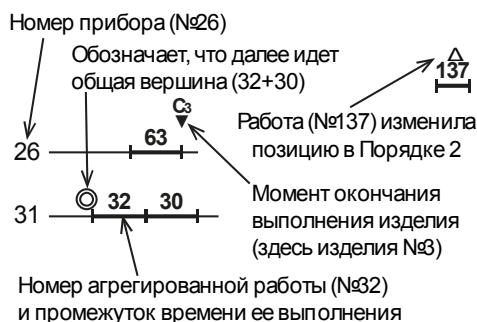


Рис. 9. Обозначения, принятые в диаграммах

прибор	работа	изделие	$t_{нач}$	$t_{кон}$	прибор	работа	изделие	$t_{нач}$	$t_{кон}$
14	113	7	145	215	31	523	18	440	515
14	38	7	300	380	31	525	20	515	565
14	515	10	590	610	31	524	19	565	600
14	126	14	620	740	31	317	12	840	855
14	522	16	1100	1120	31	230	12	855	900
15	111	5	0	40	31	316	11	900	910
15	35	3	60	72	32	46	4	67	72
15	21	1	72	80	32	44	3	72	90
15	116	10	210	230	32	234	18	220	265
15	131	15	430	595	32	235	19	265	285
15	320	14	790	860	32	236	20	285	295
15	136	17	870	890	32	47	5	295	365
16	18	4	0	15	32	411	6	365	380
16	62	1	194	218	32	412	7	380	390
16	117	10	250	280	32	39	8	420	450
16	128	15	535	595	32	423	14	860	910
16	613	16	1120	1220	33	413	9	375	435
16	238	22	1355	1365	33	417	10	610	815
17	19	5	0	30	33	421	13	845	875
17	61	1	194	216	33	422	14	910	1110
17	118	10	240	280	34	17	3	0	24
17	129	15	580	595	34	64	3	105	138
17	429	16	1155	1220	34	114	8	195	215
17	239	22	1270	1290	34	37	6	305	365
18	16	3	0	3	34	415	10	550	610
18	65	4	90	165	34	127	14	700	740
18	137	18	190	220	34	518	12	930	1050
18	119	10	265	280	34	326	16	1095	1155
18	57	5	365	455	34	439	22	1405	1475
18	517	11	930	940	41	56	4	75	90
18	322	15	1025	1100	41	54	3	90	105
19	15	2	0	60	41	338	12	900	930
19	31	1	62	80	41	419	11	930	950
19	112	6	155	215	42	510	5	365	445
19	416	10	515	590	42	434	20	450	480
19	125	12	750	795	42	68	8	480	600
19	528	23	1300	1350	42	616	20	600	810
21	23	1	10	12	42	516	10	815	845
21	141	22	1220	1260	42	325	15	920	1100
21	237	21	1260	1365	42	521	14	1110	1200
22	25	3	36	60	43	58	5	365	395
22	24	2	60	72	43	614	18	640	850
22	329	18	305	350	43	323	15	1070	1100
22	330	19	350	360	44	59	5	365	415
22	331	20	360	380	44	615	19	745	780
22	511	6	380	440	44	220	14	780	860
22	512	7	440	450	44	69	10	900	920
22	513	8	450	480	44	324	15	1010	1100
22	222	14	740	790	44	519	14	1120	1200
22	221	12	795	840	51	53	2	178	202
22	426	15	1100	1250	51	433	19	410	455
23	27	4	15	45	51	67	7	455	550
23	28	5	45	225	51	72	8	600	830
23	138	19	245	255	51	233	16	1000	1030
23	139	20	255	275	51	431	17	1030	1110
23	212	7	275	290	52	71	4	165	285
23	211	6	290	305	52	432	18	395	440
23	123	14	455	595	52	66	6	480	735
23	224	15	595	745	52	611	10	845	920
23	122	13	745	755	52	612	11	940	1150
23	121	12	755	830					

Табл. 14. Распределение агрегированных работ по приборам (порядок 2): измененные положения работ

прибор	работа	изделие	$t_{нач}$	$t_{кон}$	прибор	работа	изделие	$t_{нач}$	$t_{кон}$
18	137	18	235	265	32	236	20	350	360
23	138	19	320	330	32	47	5	450	520
23	139	20	330	350	34	114	8	255	275
25	213	8	275	285	19	112	6	215	275
25	36	5	285	355	18	57	5	520	610
14	113	7	205	275	43	58	5	520	550
32	234	18	285	330	44	59	5	520	570
32	235	19	330	350	42	510	5	1200	1280

3.1.3. Проверка совместимости технологии: в нашем случае работы лишь одной группы (316, 317 и 230) фактически распределились на прибор последовательно. В случае пары работ 135 и 229 существует разрыв 30 минут, который можно ликвидировать сдвигом работы 135 на 30 минут к началу: $t_{нач} = 1010 - 30 = 980$. Для остальных групп работ, а именно: 221 и 222; 231 и 318; 120, 121, 122 и 123; 332, 334, 435, 436, 437 и 438, – разрывы между выполняющимися не последовательно работами ликвидировать сложно (это требует перераспределения части агрегированных работ, что может повлечь за собой появление новых несоответствий полученного распределения исходной технологии). Поэтому вносятся изменения в агрегированную сеть первого уровня агрегации (рис. 7) и исходную сеть. Например, часть агрегированной сети первого уровня и исходной сети по группе изделий 21–25 на приборе 12 изменяется так, как показано на рис. 3. Это не требует повторного решения задачи, поскольку не меняются критические пути изделий.

3.2. По результатам распределения получены моменты окончания выполнения конечных работ изделий (табл. 15), используемые для расчета значения функционала (1).

Показатели согласованных планов в различных разрезах сведены в табл. 16. Сумма длительностей критических путей по всем изделиям равна 7523. В расчетах значения функционала по первой группе изделий принимаем величину планового периода $T = 1300$ минут.

Ухудшение показателей по второму порядку распределения произошло из-за занятости ресурсов, в результате чего некоторые работы пришлось выполнять намного позже, чем задано технологией.

В нашем случае была достигнута минимальная ожидаемая прибыль предприятия (20000 условных единиц) только при первом порядке распределения групп изделий – значение функционала (1) составило $21013 > 20000$ у.е., поэтому для передачи на следующий уровень планирования выбирается согласованный план выполнения работ по первому порядку назначения групп изделий.

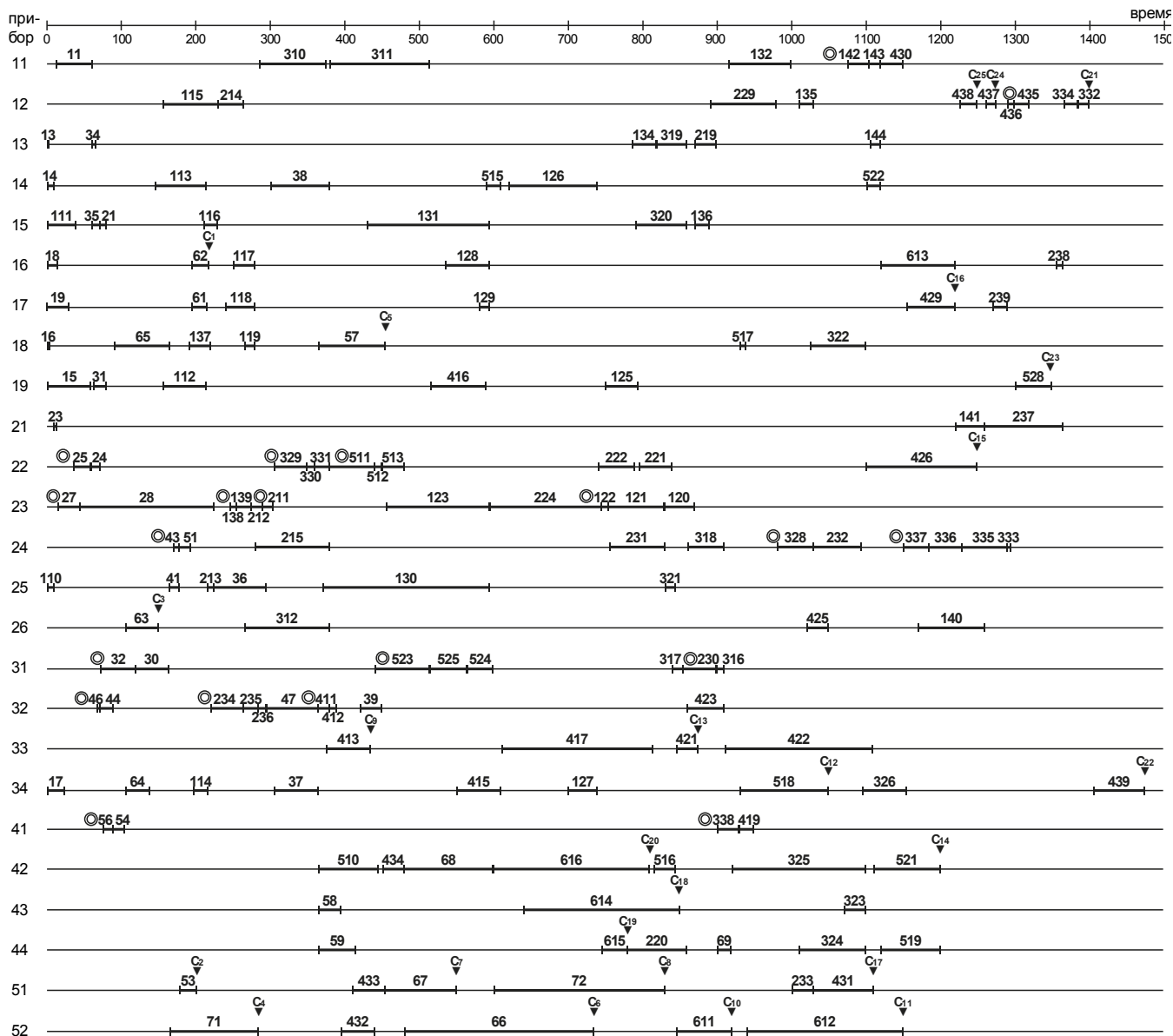


Рис. 10. Диаграмма Ганта: распределение агрегированных работ по приборам (Порядок 1)

Табл. 15. Моменты окончания изделий C_i

$N_{\alpha}(i)$	j_{end}	C_i	d_i	Δ_i	T_i	$N_{\alpha}(i)$	j_{end}	C_i	d_i	Δ_i	T_i
1	62	218			—	14	521	1200	1200	5	0
2	53	202			—	15	426	1250	1250	10	0
3	63	150			—	16	429	1220	1220	0	0
4	71	285			—	17	431	1110	1110		0
5	57*	455*			—	18	614	850	850	5	0
6	66	735	735	5	0	19	615	780	780	10	0
7	67	550	550	10	0	20	616	810	810	15	0
8	72	830	830	15	0	21	332	1400	1400		0
9	413	435	435		0	22	439	1475	1475		0
10	611	920	920		0	23	528	1350	1350		0
11	612	1150	1150	5	0	24	437	1275	1275		0
12	518	1050	1050	10	0	25	438	1250	1250		0
13	421	875	875	15	5						

j_{end} — номера конечных работ изделия.

* При втором порядке распределения конечная работа 510 выполнялась последней из списка конечных работ изделия 5, поэтому момент окончания выполнения изделия 5 равен $C_5 = C_{510} = 1280$.

Табл. 16. Показатели согласованных планов

Показатель	Порядок 1	Порядок 2
Значение функционала (1), у.е.	21013	16888
Количество изделий, законченных точно в свой директивный срок	20*	20*
Суммарное время прохождения изделий в системе планирования	9780	10230
Суммарная задержка выполнения критических путей	2257	2707
в т.ч.: по группе изделий 1–5	132	957
по остальным изделиям	2125	1750
Суммарный простой приборов после начала выполнения работ	16831	16516

* По изделиям первой группы директивный срок не задавался

Блок 4. Построение модели третьего уровня.

В блоке 4 формируется многоэтапная сетевая задача календарного планирования; директивные сроки (или интервалы допустимого решения) для конечных работ изделий определяются моментами C_i окончания их конечных работ, полученными при согласованном планировании (табл. 15).

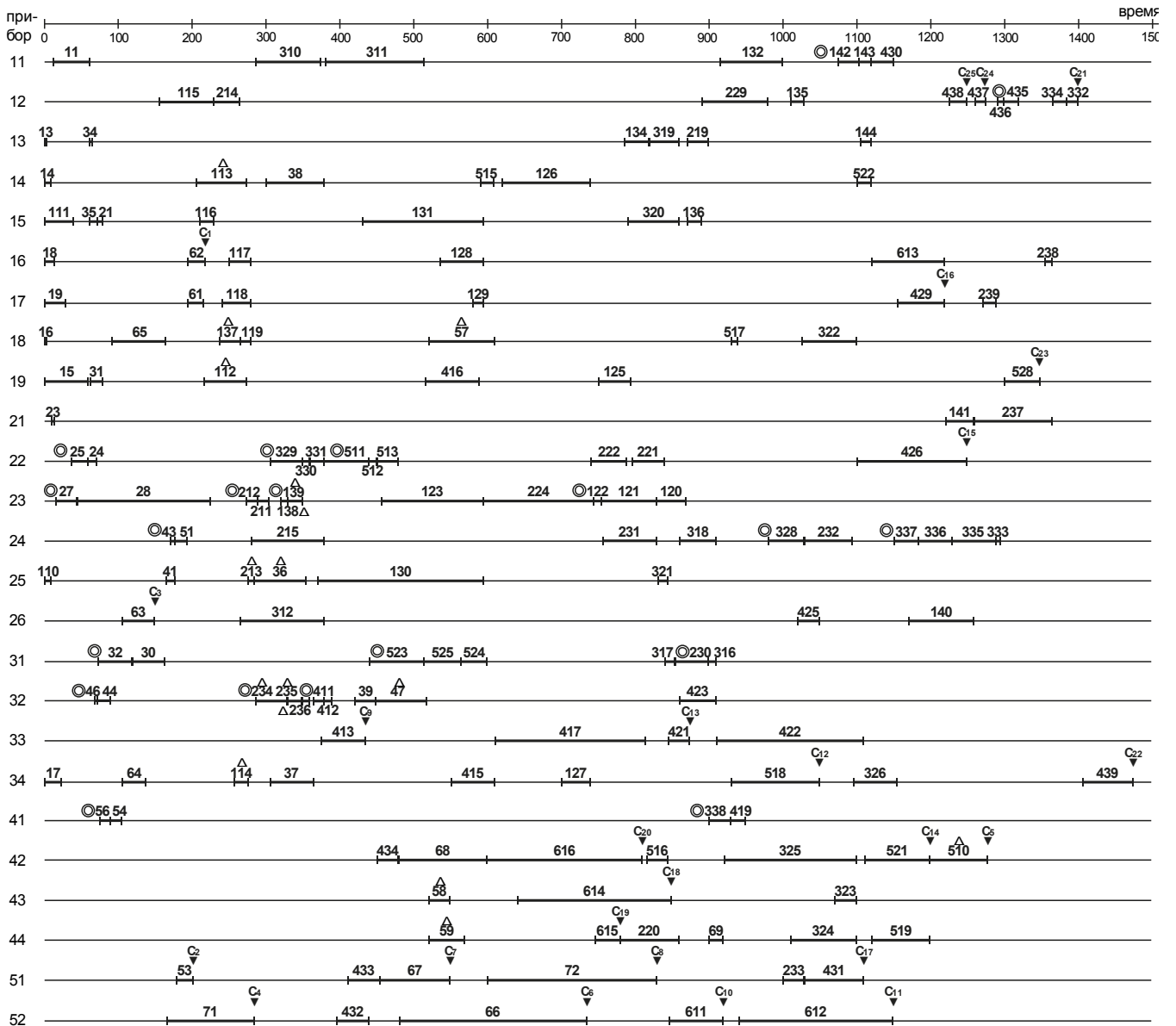


Рис. 11. Диаграмма Ганта: распределение агрегированных работ по приборам (Порядок 2)

Блок 5. Оперативное планирование.

В случае частичного невыполнения плана реализуется оперативное планирование [1].

Решение задач блоков 4 и 5 более подробно рассмотрено в общей методологии планирования.

Выводы

Приводится методология реализации четырехуровневой модели планирования, принятия решений и оперативного планирования в сетевых системах с ограниченными ресурсами.

в сетевых системах с ограниченными ресурсами в соответствии с общей схемой реализации алгоритмического обеспечения, представленной в [1]. На примере показана методология предварительного и согласованного планирования, выявлены и решены сопутствующие проблемы. Приведенная методология станет основой для создания программной системы планирования, принятия решений и оперативного планирования в сетевых системах с ограниченными ресурсами.

Список литературы

1. Павлов А.А., Мисюра Е.Б., Лисецкий Т.Н., Сперкач М.О., Халус Е.А. Четырехуровневая модель планирования, принятия решений и оперативного управления в сетевых системах с ограниченными ресурсами // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка». – К.: «ВЕК+», 2013. – №58 –С.11–23.
2. Згуровский М.З., Павлов А.А. Принятие решений в сетевых системах с ограниченными ресурсами: Монография.– К.: Наукова думка. – 2010. – 573 с.
3. Конвей Р.В., Максвелл У.Л., Миллер Л.У. Теория расписаний.– М.: Наука, 1975.– 359 с.
4. Павлов А.А., Теленик С.Ф. Информационные технологии и алгоритмизация в управлении.– К.: Техника.– 2002.– 344 с.