УДК 519.8

ЗАЙЧЕНКО Ю.П.,
СИДОРУК І.А.

АНАЛІЗ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ІНВЕСТИЦИЙНОГО ПОРТФЕЛЯ НА ОСНОВІ ПРОГНОЗУВАННЯ ПРИБУТКОВОСТІ АКЦІЙ

В роботі досліджено задачу формування оптимального інвестиційного портфеля. Задача портфельного інвестування – надати сукупності активів такі інвестиційні характеристики, які доступні лише при їх комбінації. Зокрема, розглянуто нечітко-множинний підхід (пряма та багатокритеріальна задачі). Для отримання вхідних даних для системи оптимізації було використано нечіткий метод групового врахування аргументів (НМГВА). Були отримані оптимальні інвестиційні портфелі. Розроблена система оптимізації інвестиційного портфеля – ефективний інструмент для управління портфельними інвестиціями.

The problem of forming an optimal investment portfolio is considered in this article. The main objective of portfolio investment is to improve the investment environment, giving securities such investment characteristics that are only possible in their combination. Fuzzy sets method was concidered (direct and multicriterion problem). The input data for the optimization system were predicted by using the Fuzzy Group Method of Data Handling (FGMDH). The optimal portfolios for asset were determined. Developed investment portfolio optimization system is an effective tool for the operational management of portfolio investments.

1. Вступ

Інвестиції є ключовим фактором розвитку економіки країни, оскільки саме вони виступають найважливішим засобом забезпечення умов виходу з економічної кризи та надійним механізмом соціально-економічних перетворень, формують виробничий потенціал на новій науково-технічній основі, що неодмінно призводить до підвищення якісних показників господарської діяльності. Задача ефективного розміщення інвестиційних ресурсів та грамотного управління ними є особливо актуальною в сучасних умовах глибоких економічних змін та невизначеності, зумовлених фінансовою кризою економіки України.

Ефективні рішення про інвестування базуються на добре організованій інформації, яка може забезпечити глибоку і всебічну оцінку. Відсутність необхідної інформації про ситуацію на фондовому ринку і суміжних з ним галузях економіки, а також адекватної її обробки є однією з найгостріших проблем розвитку ринку цінних паперів та інтенсивної інвестиційної діяльності. Таким чином, у світлі явної недостатності наявних наукових методів для управління фінансовими активами, потрібна була розробка принципово нової теорії управління фінансовими системами, що функціонують в умовах істотної невизначеності. У разі застосування нечітких чисел до прогнозу параметрів від особи, що приймає рішення, потрібно не формувати точкові ймовірності оцінки, а задавати розрахунковий коридор значень прогнозованих параметрів. Тоді очікуваний ефект оцінюється експертом так само, як нечітке число зі своїм розрахунковим розкидом (ступенем нечіткості).

Проблема невизначеності обумовлює застосування в роботі нечітко-множинного підходу, де:

1. ризик портфеля – це не його волатильність, а можливість того, що очікувана прибутковість портфеля виявиться нижчою за деяку встановлену планову величину.
2. кореляція активів в портфелі не розглядається і не враховується.
3. прибутковість кожного активу – це невипадкове нечітке число (наприклад, трикутного або інтервального вигляду). Аналогічно, обмеження на дуже низький рівень прибутковості може бути як звичайним скалярним, так і нечітким числом довільного вигляду.

2. Постановка задачі

Нехай є фондовий портфель з N активів на інтервалі $[0,T]$. Прогнозний перфоманс кожної з компонент портфеля $i=1,\ldots,N$ на момент T характеризується своєю фінальною розрахунковою прибутковістю r_i (оціненою в точці T як відносне збільшення ціни активу за період). Оскільки прибуток від ЦП випадковий, його точне значення в майбутньому невідомо, а ймовірнісний опис такого сорту випадковості не цілком коректний, то в якості опису прибутковості доречно використовувати трикутні нечіткі числа, моделюючи експертне висловлювання наступного вигляду:

«Прибутковість ЦП після закінчення терміну володіння очікувано рівна $\bar{r}$ і знаходиться в розрахунковому діапазоні $[r_1;r_2]$».

Таким чином, для i-ого ЦП маємо:

$\overline{r_i}$ – очікувана прибутковість по i-ого ЦП;

r_{i1} – нижня межа прибутковості i-ого ЦП;

r_{i2} – верхня межа прибутковості i-ого ЦП;

$r_i = \left(r_{1i}, \overline{r_i}, r_{2i}\right)$ – прибутковість i-ого ЦП, трикутне нечітке число.

Потрібно визначити структуру портфеля, яка забезпечить оптимальний рівень прибутковості та ризику. В роботі розглянуто пряму та багатокритеріальну задачу оптимізації.

3. Пряма задача оптимізації

Для визначення структури оптимального портфеля потрібно знайти розв'язок наступної оптимізаційної задачі:

$\left\{x_{opt}\right\} = \left\{x\right\} \quad | \quad r \to \max, \quad \beta = const$, де r — прибутковість портфеля, β - рівень ризику, а x задовольняє умовам $\sum_{i=1}^{N} x_i = 1,\ x_i \geq 0,\ i = \overline{1,N}$.

Прибутковість портфеля визначається за формулою $r = \left(r_{\min} = \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1};\ \tilde{r} = \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i;\ r_{\max} = \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2}\right)$, де $r_i = \left(r_{i1},\ \tilde{r}_i,\ r_{i2}\right)$ – прибутковість i-го цінного паперу.

Таким чином, отримуємо наступну задачу оптимізації:

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i \to \max, \beta = const, \sum_{i=1}^{N} x_i = 1,\ x_i \geq 0 \qquad (1)$$

Потрібно знайти розв'язок оптимізаційної задачі (1), де β визначається з формул (2)-(4).

(2)

де

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, & при \quad r^* < r_{\min} \\ \dfrac{r^* - r_{\min}}{\tilde{r} - r_{\min}}, & при \quad r_{\min} \leq r^* < \tilde{r} \\ \dfrac{r_{\max} - r^*}{r_{\max} - \tilde{r}}, & при \quad \tilde{r} \leq r^* < r_{\max} \\ 0, & при \quad r^* \geq r_{\max} \end{cases}. \qquad (3)$$

$$R = \begin{cases} \dfrac{r^* - r_{\min}}{r_{\max} - r_{\min}}, при \ \ r^* < r_{\max} \\ 1, при \ \ r^* \geq r_{\max} \end{cases}. \qquad (4)$$

При варіюванні рівня ризику можливі три випадки. Розглянемо докладно кожний з них.

а) $\beta = 0$

З (2) видно, що цей випадок можливий, коли

$$r^* < \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1}.$$

Отримаємо наступну задачу лінійного програмування:

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i \to \max,\ \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1} > r^*,$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1,\ x_i \geq 0,\ i = \overline{1,N}$$

Знайдений в результаті вирішення вектор $x = \left\{x_i\right\}\ \ i = \overline{1,N}$ і є шукана структура оптимального для даного рівня ризику портфеля.

б) $\beta = 1$

З (2) випливає, що випадок можливий, коли

$$r^* \geq \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2}.$$

Отримаємо наступну задачу лінійного програмування:

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i \to \max,\ \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2} \leq r^*,$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1,\ x_i \geq 0,\ i = \overline{1,N}$$

Знайдений в результаті вирішення вектор $x = \left\{x_i\right\},\ i = \overline{1,N}$ і є шукана структура оптимального для даного рівня ризику портфеля.

в) $0 < \beta < 1$

Цей випадок, коли $\sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1} \leq r^* < \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i$ або, коли $\sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i \leq r^* < \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2}$.

1) Нехай $\sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1} \leq r^* < \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i$. Використавши (3), (4) задачу зводимо до задачі нелінійного програмування

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i \to \max,$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2} - \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1}} \begin{pmatrix} \left(r^* - \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1}\right) + \\ + \left(\sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i - r^*\right) \cdot \ln\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i - r^*}{\sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i - \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1}}\right) \end{pmatrix} = \beta,$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1} \le r^*,\ \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i > r^*,\ \sum_{i=1}^{N} x_i = 1,\ x_i \ge 0,\ i = \overline{1,N}$$

Нехай $\sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i \le r^* < \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2}$, тоді задача зводиться до наступної задачі нелінійного програмування

$$\tilde{r} = \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i \to \max,$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2} - \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1}} \begin{pmatrix} \left(r^* - \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1}\right) - \\ - \left(r^* - \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i\right) \cdot \ln\left(\dfrac{r^* - \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2} - \sum_{i=1}^{N} x_i r_{i1}}\right) \end{pmatrix} = \beta,$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i r_{i2} > r^*,\ \sum_{i=1}^{N} x_i \tilde{r}_i \le r^*,\ \sum_{i=1}^{N} x_i = 1,\ x_i \ge 0,\ i = \overline{1,N}$$

4. Багатокритеріальна задача оптимізації

Для того, щоб визначити структуру оптимального портфеля потрібно вирішити наступну задачу: $\{x_{opt}\} = \{x\} \quad | \quad r \to \max, \quad \beta \to \min$, де r та β визначаються з формул (2) – (4), а x задовольняє умові $\sum_{i=1}^{N} x_i = 1,\ x_i \ge 0$.

Для спрощення задачі приведемо її до однокритеріальної. Для цього пронормуємо значення прибутковості наступним чином:

$$\tilde{r}_н = \frac{r^1_{\max} - \tilde{r}}{r^1_{\max} - r^1_{\min}},\quad \tilde{r}_н \in [0;1],$$

де $r^1_{\max}$, $r^1_{\min}$ – відповідно максимальне та мінімальне значення прибутковості компонент портфеля.

Таким чином, отримаємо оптимізаційну задачу в наступному вигляді:

$$\begin{gathered} \{w_1 \tilde{r}_н + w_2 \beta(x)\} \to \min \\ w_1 \ge 0,\ w_2 \ge 0,\ w_1 + w_2 = 1 \\ \sum_{i=1}^{N} x_i = 1,\ x_i \ge 0,\ i = \overline{1,N} \end{gathered} \tag{5}$$

Потрібно знайти розв'язок оптимізаційної задачі (5), де β визначається з формул (2) – (4).

Знайдені $x_i \ge 0$ і будуть шуканою структурою портфеля.

5. Прогнозування прибутковості акцій з використанням НМГВА

Для отримання вхідних даних для роботи з нечітко-множинним методом було використано НМГВА.

Задана множина вихідних даних

$$\Omega_n = \{Y, X_1, ..., X_n\},\ X_n \in R^M$$

де n – кількість змінних, а M – кількість точок спостереження. Необхідно за допомогою НМГВА синтезувати рівняння регресії:

$$y = f(x_1, ..., x_n)$$

адекватне вихідній множині даних, причому отримана модель повинна бути найменшої складності (рис. 1).

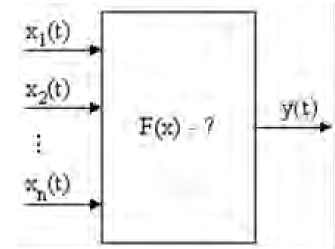

Рис. 1. Графічне зображення постановки задачі

Метод групового врахування аргументів (МГВА) базується на заданні правил ускладнення моделі, системі опорних функцій, критерію селекції та методу регуляризації згідно зовнішнім критеріям [1]. ЕОМ проводить генерацію моделей-претендентів, селекцію згідно зовнішнім критеріям та відсів моделей, що не пройшли селекцію. В зв'язку з чим основну структуру алгоритму самоорганізації можна навести у такому вигляді:

- попередня обробка спостережень з урахуванням системи обраних опорних функцій (скорочується кількість претендентів);
- генерація множини моделей-претендентів;
- обчислення критеріїв селекції, що є зовнішніми доповненнями, та пошук моделі оптимальної складності.

Головна ідея МГВА полягає в наступному: стверджується, що для задачі однократного прогнозу доцільно знизити точність визначення оцінок коефіцієнтів рівняння регресії, але за рахунок цього придати йому більшу регулярність. Тому нашою метою в цій задачі є не мінімізація помилок на вже відомих вузлах інтерполяції, а мінімізація помилок на нових точках, які ми в момент синтезу рівняння регресії ще не мали.

Розглянемо поліноміальні алгоритми методу групового урахування аргументу. Послідовність вихідних даних ділиться на перевірочну та навчальну. Як визначено вище – M – кількість вузлів інтерполяції; m – кількість членів повного поліному регресії. При m>M розв'язок можливо отримати тільки за допомогою МГВА.

Нехай повний опис об'єкту задається деякою залежністю $y = \phi(x_1, ..., x_n)$. Замінимо цей вираз декількома рядами часткових описів. Перший ряд селекції:

$$y_1 = f(x_1, x_2), y_2 = f(x_1, x_3), ..., y_s = \\ = f(x_{n-1}, x_n), s = C_n^2$$

Другий ряд селекції:

$$z_1 = f(y_1, y_2), z_2 = f(y_1, y_3), ..., z_p = \\ = f(y_{n-1}, y_n), p = C_s^2$$

Різноманітні алгоритми МГУА розрізняються по виду функції часткового опису $f(\cdot)$. В даній роботі розглядається лінійний частковий опис:

$$f(x_i, x_j) = A_0 + A_1 x_i + A_2 x_j,$$

де A_i – нечітке число.

З ряду в ряд селекції за допомогою порогових відборів передається тільки деяка кількість самих регулярних або незміщених змінних. Звичайно ця кількість однакова на всіх рядах селекції, та дорівнює F.

Правило зупинки селекції: ряди селекції нарощуються до тих пір, доки критерій незміщеності розв'язків зменшується, така кількість називається свободою вибору. Для запобігання індуциту селекцію при досягненні мінімуму необхідно зупинити.

6. Аналіз результатів

В якості вхідних даних було використано ціни закриття впливових компаній Google Inc (GOOGL), Walt Disney Co (DIS), The Coca Cola Co (KO), Kimberly Clark Corp (KMB), Seagate Technology PLC (STX), Tesla Motors Inc (TSLA) за період з 01.12.2014 по 10.04.2015.

В табл.1 зазначено прибутковості акцій вкінці кожного з тижнів зазначеного періоду.

Табл. 1. Прибутковість акцій

Компанії / Дати	GOOGL	DIS	KO	KMB	STX	TSLA
05.12.2014	-0,0214	0,0114	-0,0229	-0,0161	-0,0192	-0,0418
12.12.2014	-0,0174	-0,0246	-0,0517	-0,0126	-0,0312	-0,0143
12.12.2014	0,0081	0,0219	0,0340	0,0311	0,0847	0,0389
26.12.2014	0,0173	0,0088	0,0144	0,0157	-0,0067	-0,0284
02.01.2015	-0,0144	-0,0183	-0,0168	-0,0161	-0,0235	-0,0163
09.01.2015	-0,0361	0,0202	0,0211	0,0091	0,0185	-0,0452
16.01.2015	0,0270	0,0076	-0,0026	0,0163	-0,0207	0,0488
23.01.2015	0,0628	-0,0002	0,0035	-0,0500	0,0136	-0,0143
30.01.2015	0,0015	-0,0422	-0,0426	-0,0172	-0,0444	0,0304
06.02.2015	0,0032	0,1098	-0,0034	-0,0096	0,0370	-0,0630
13.02.2015	0,0413	0,0240	0,0184	0,0257	0,0238	0,0624
20.02.2015	-0,0059	0,0041	0,0038	-0,0028	0,0168	-0,0173
27.02.2015	0,0516	-0,0087	0,0346	-0,0120	-0,0140	-0,0186
06.03.2015	-0,0037	-0,0195	-0,0389	-0,0325	-0,0757	-0,0174
13.03.2015	-0,0368	0,0112	-0,0358	-0,0115	-0,0565	-0,0115
20.03.2015	0,0059	0,0099	0,0089	0,0193	0,0305	0,0124
27.03.2015	-0,0138	-0,0253	-0,0133	-0,0240	-0,0553	-0,0733
02.04.2015	-0,0353	-0,0011	0,0042	-0,0067	-0,0119	0,0023
10.04.2015	**0,0084**	**0,0125**	**-0,0070**	**-0,0056**	**0,0538**	**0,0384**

Скориставшись НМГВА з трикутною ФП, лінійною моделлю часткових описів, навчальною вибіркою 70%, F(свобода вибору), що дорівнює 6 та обравши прогноз на 1 крок, було спрогнозовано наведені в табл. 2 значення прибутковості станом на 10.04.2015:

Табл. 2. Спрогнозовані значення прибутковості на 10.04.2015

Компанії	**Прибутковість**				**MAPE пер.**	**MSE пер.**
	Реальне значення	**Нижня границя**	**Прогноз**	**Верхня границя**		
GOOGL	0,0084	-0,0215	0,0109	0,0433	1,439	0,0162
DIS	0,0125	0,0308	0,0425	0,0542	3,103	0,0215
KO	-0,007	-0,0506	-0,0087	0,0332	1,037	0,0107
KMB	-0,0056	-0,1136	-0,0119	0,0898	2,014	0,0135
STX	0,0538	0,0483	0,0747	0,1011	2,855	0,0178
TSLA	0,0384	0,0362	0,069	0,1018	2,014	0,0194

Розглянемо тепер результати використання нечітко-множинного підходу для побудови оптимального інвестиційного портфеля на 10.04.2015 (пряма задача, табл. 3, 4, рис.1).

Табл. 3. Розподіл компонент оптимального портфеля, отриманого з використанням трикутної ФП з критичним рівнем прибутковості 7,5%. Пряма задача

GOOGL	**DIS**	**KO**	**KMB**	**STX**	**TSLA**
0,00065	**0,00025**	**0,00137**	**0,00423**	**0,99017**	**0,00333**
0,00159	0,00157	0,00066	0,00323	0,9923	0,00065
0,00435	0,00307	0,00058	0,00271	0,98533	0,00396
0,00018	0,00008	0,00082	0,00291	0,99363	0,00238
0,0049	0,00394	0,00071	0,00244	0,97964	0,00837
0,00287	0,00525	0,00296	0,00506	0,97678	0,00708
0,0033	0,00187	0,00279	0,00301	0,9707	0,01833
0,00188	0,00232	0,00153	0,0125	0,97369	0,00808
0,00439	0,00297	0,00238	0,0152	0,94177	0,03329
0,00314	0,00317	0,0036	0,02553	0,93466	0,0299
0,00339	0,00579	0,00405	0,03727	0,93124	0,01826

Табл. 4. Параметри оптимального портфеля, отриманого з використанням трикутної ФП з критичним рівнем прибутковості 7,5%. Пряма задача

Нижня границя	**Очікувана прибутковість**	**Верхня границя**	**Рівень ризику**
4,732	**7,412**	**10,093**	**0,25**
4,756	7,421	10,085	0,3
4,74	7,402	10,064	0,35
4,77	7,435	10,1	0,4
4,732	7,394	10,056	0,45
4,681	7,362	10,043	0,5
4,705	7,383	10,061	0,55
4,586	7,325	10,064	0,6
4,484	7,262	10,04	0,65
4,317	7,172	10,026	0,7
4,131	7,063	9,995	0,75

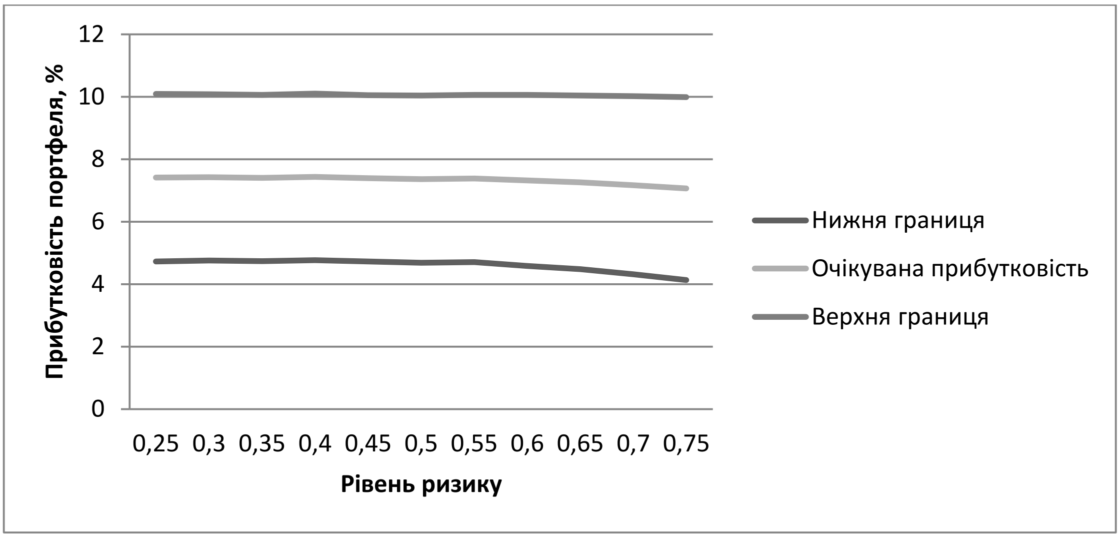

Рис. 2. Залежність очікуваної прибутковості портфеля від рівня ризику для трикутної ФП. Пряма задача

Як бачимо на рисунку 1, залежність прибутковість – ризик, набуває спадаючого характеру, чим більше ризик – тим менше прибутковість, на відміну від ймовірнісних методів. Це пояснюється тим, що в нечітко-множинному методі під ризиком розуміється ситуація, коли очікувана прибутковість портфеля виявиться нижчою заданого критичного рівня, із зниженням очікуваної прибутковості зростає ризик того, що прибуток від портфельних інвестицій виявиться нижчим критичного значення.

Очікувана прибутковість оптимального портфеля становить 7,4%, а рівень ризику 0,25.

Розглянемо тепер в табл. 5, 6 та на рис.2 отримані результати для багатокритеріальної задачі.

Табл. 5. Розподіл компонент оптимального портфеля, отриманого з використанням трикутної ФП з критичним рівнем прибутковості 7,5%. Багатокритеріальна задача

GOOGL	DIS	KO	KMB	STX	TSLA
0,01069	**0,02289**	**0,00316**	**0,00117**	**0,92946**	**0,03263**
0,0121	0,02234	0,0058	0,00414	0,92512	0,0305
0,01265	0,02131	0,00733	0,00596	0,92451	0,02824
0,01418	0,02124	0,00982	0,00871	0,91908	0,02697
0,01478	0,02049	0,01124	0,01038	0,918	0,02511
0,0154	0,01989	0,01265	0,01199	0,91656	0,02351
0,01603	0,01929	0,01402	0,01355	0,91518	0,02193
0,01668	0,0188	0,01537	0,01505	0,91356	0,02054
0,01733	0,01838	0,01669	0,01655	0,91182	0,01923
0,01069	0,02289	0,00316	0,00117	0,92946	0,03263
0,0121	0,02234	0,0058	0,00414	0,92512	0,0305

Табл. 6. Параметри оптимального портфеля, отриманого з використанням трикутної ФП з критичним рівнем прибутковості 7,5%. Багатокритеріальна задача

Нижня границя	Очікувана прибутковість	Верхня границя	Рівень ризику	*w1*
4,626	**7,273**	**9,92**	**0,65253**	**0,1**
4,545	7,219	9,893	0,67539	0,2
4,501	7,192	9,882	0,69878	0,3
4,423	7,138	9,854	0,71007	0,4
4,381	7,112	9,842	0,72732	0,5
4,34	7,085	9,83	0,74142	0,6
4,3	7,059	9,818	0,75483	0,7
4,26	7,033	9,806	0,76619	0,8
4,221	7,007	9,793	0,77641	0,9

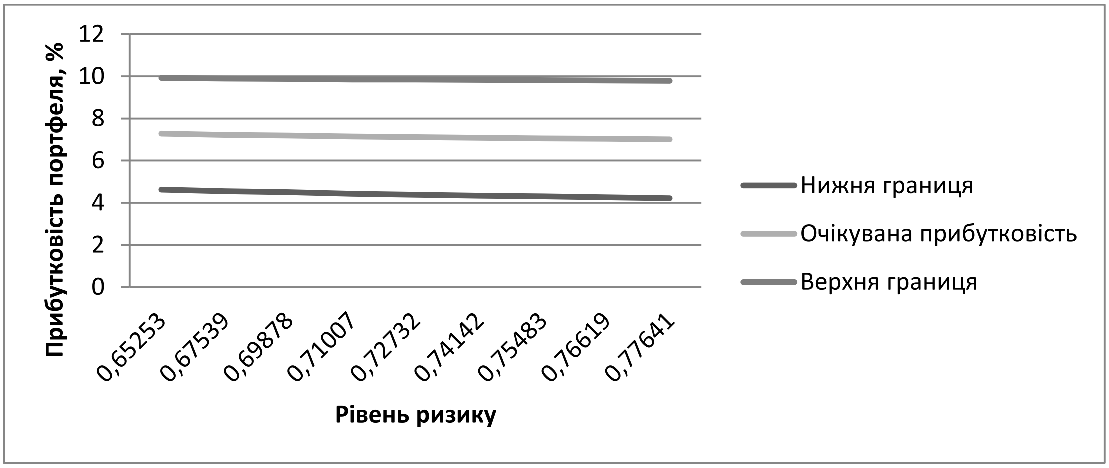

Рис. 3. Залежність очікуваної прибутковості портфеля від рівня ризику для трикутної ФП. Багатокритеріальна задача

З наведених таблиць та рисунка бачимо, що залежність прибутковість – ризик знову набуває спадаючого характеру. Із зменшенням вагового коефіцієнту w_2 рівень ризику збільшується. Таким чином, при побудові оптимального інвестиційного портфеля можна враховувати пріоритети інвестора відносно ризику і прибутковості, вказуючи потрібні вагові коефіцієнти цільової функції . Це робить систему гнучкою в використанні і дозволяє приймати швидкі та ефективні рішення.

Тепер розглянемо оптимальний портфель, що складається з п'яти компонент.

Табл. 7. Розподіл компонент оптимального портфеля, отриманого з використанням трикутної ФП з критичним рівнем прибутковості 6%. Пряма задача

GOOGL	DIS	KO	KMB	STX
0,0089	**0,02354**	**0,01005**	**0,01566**	**0,94185**
0,01458	0,01569	0,01876	0,02392	0,92705
0,02056	0,01127	0,0271	0,03313	0,90794
0,02276	0,0074	0,0331	0,04153	0,89521
0,02116	0,0052	0,03795	0,04882	0,88687
0,01346	0,00469	0,04199	0,059	0,88086
0,02371	0,0037	0,04663	0,05907	0,86689
0,02675	0,00381	0,05264	0,06567	0,85113
0,02787	0,00313	0,05825	0,07097	0,83978
0,02827	0,00328	0,06339	0,07503	0,83003
0,03044	0,00307	0,07162	0,08199	0,81288

Табл. 8. Параметри оптимального портфеля, отриманого з використанням трикутної ФП з критичним рівнем прибутковості 6%. Пряма задача

Нижня границя	Очікувана прибутковість	Верхня границя	Рівень ризику
3,234	**6,581**	**9,928**	**0,25**
3,006	6,434	9,863	0,3
2,764	6,272	9,78	0,35
2,575	6,155	9,735	0,4
2,434	6,073	9,713	0,45
2,292	6,006	9,72	0,5
2,192	5,912	9,633	0,55
2,023	5,794	9,565	0,6
1,889	5,703	9,517	0,65
1,781	5,627	9,474	0,7
1,593	5,495	9,398	0,75

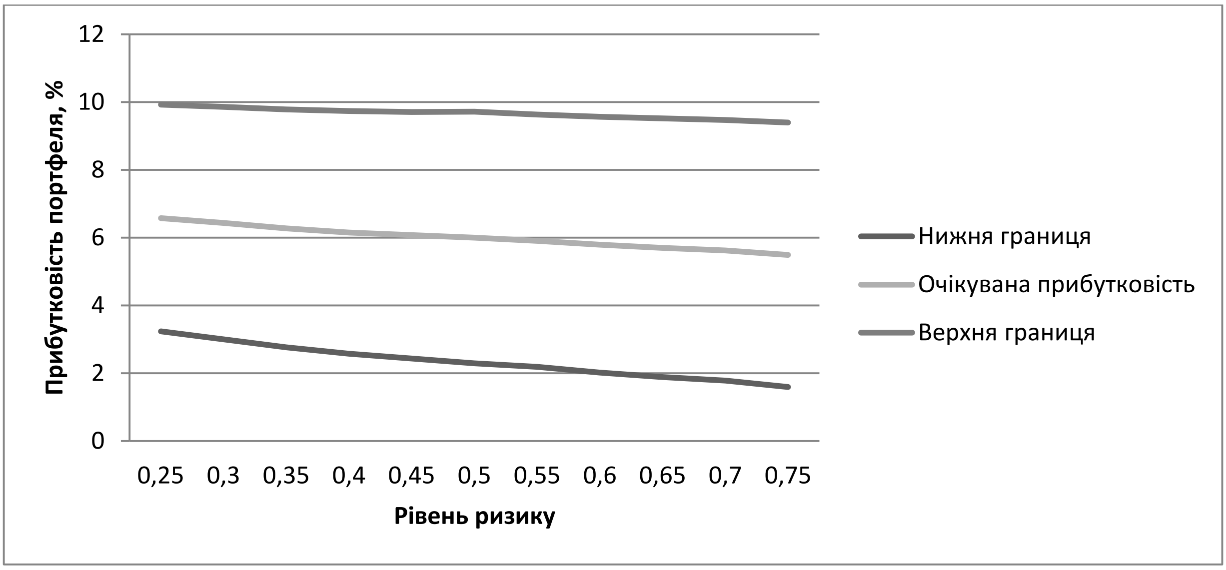

Рис.4. Залежність очікуваної прибутковості портфеля від рівня ризику для трикутної ФП. Пряма задача

Розглянемо тепер в табл. 9, 10 та на рис. 4 отримані результати для багатокритеріальної задачі. Знову спостерігаємо спадаючу залежність прибутковість – ризик.

Табл. 9. Розподіл компонент оптимального портфеля, отриманого з використанням трикутної ФП з критичним рівнем прибутковості 6%. Багатокритеріальна задача

GOOGL	DIS	KO	KMB	STX
0,02064	**0,02563**	**0,01765**	**0,01557**	**0,92051**
0,02058	0,02503	0,01791	0,01606	0,92042
0,02052	0,02441	0,01817	0,01656	0,92034
0,02045	0,0238	0,01843	0,01705	0,92027
0,02137	0,02413	0,01971	0,01858	0,91621
0,0213	0,02351	0,01997	0,01907	0,91615
0,02124	0,02289	0,02022	0,01955	0,9161
0,02116	0,02227	0,02048	0,02003	0,91606
0,02107	0,02164	0,02074	0,02052	0,91603
0,02064	0,02563	0,01765	0,01557	0,92051
0,02058	0,02503	0,01791	0,01606	0,92042

Табл. 10. Параметри оптимального портфеля, отриманого з використанням трикутної ФП з критичним рівнем прибутковості 6%. Багатокритеріальна задача.

Нижня границя	Очікувана прибутковість	Верхня границя	Рівень ризику	w1
3,101	**6,449**	**9,797**	**0,28277**	**0,1**
3,092	6,445	9,798	0,28566	0,2
3,083	6,441	9,799	0,2886	0,3
3,074	6,437	9,8	0,29159	0,4
3,034	6,408	9,783	0,29285	0,5
3,025	6,405	9,784	0,29586	0,6
3,017	6,401	9,785	0,29893	0,7
3,008	6,397	9,786	0,30205	0,8
2,999	6,393	9,787	0,30523	0,9

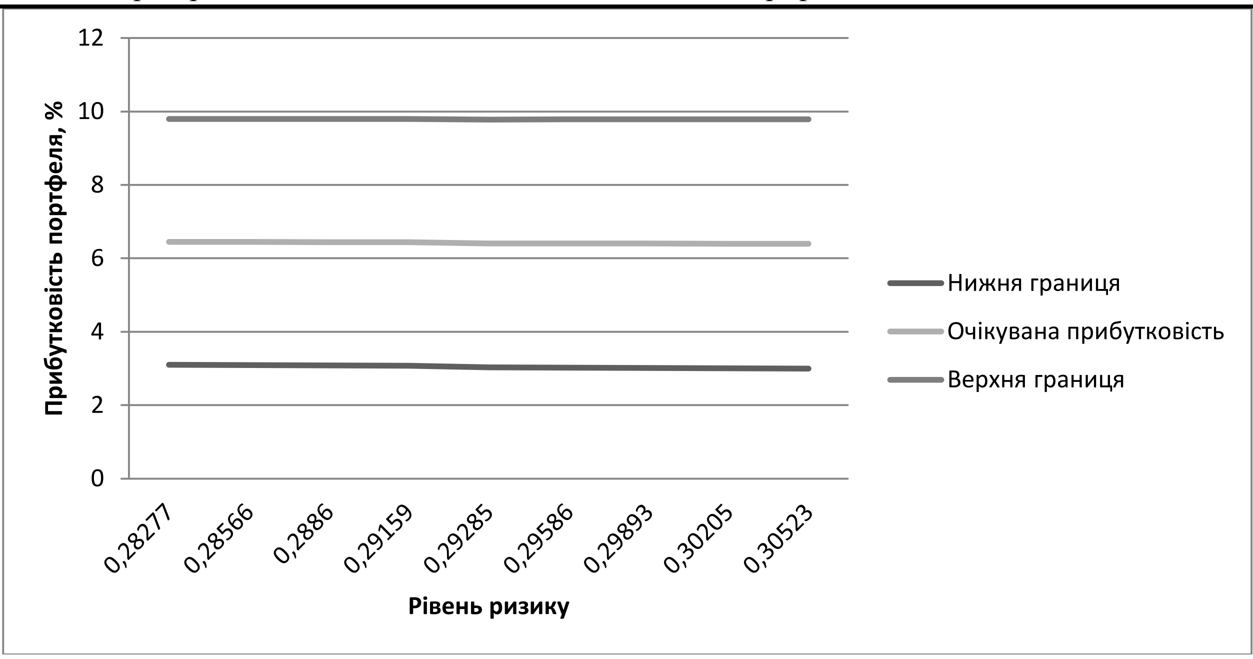

Рис. 5. Залежність очікуваної прибутковості портфеля від рівня ризику для трикутної ФП. Багатокритеріальна задача

З наведених результатів можемо переконатись, що залежність прибутковість – ризик зберігає спадаючий характер, як і для попередніх результатів.

7. Висновки

Основне питання, на якому сфокусована робота – дослідження та аналіз якісно нового підходу до управління фондовим портфелем, заснованого на застосуванні теорії нечітких множин.

В даній роботі було розглянуто пряму та багатокритеріальну задачі. В прямій задачі оптимальний портфель отримуємо шляхом максимізації його прибутковості при фіксованому рівні ризику та критичної прибутковості. При цьому вхідними даними є прибутковості компонент портфеля, задані нечіткими числами трикутного вигляду. В багатокритеріальній задачі оптимальний портфель формується шляхом одночасної максимізації прибутковості та мінімізації ризику.

В результаті проведеного дослідження були отримані засновані на нечітко-множинному підході математичні моделі для знаходження структури оптимального інвестиційного портфеля, позбавлені більшості недоліків класичних ймовірнісних моделей. З наведених результатів бачимо, що залежність прибутковість-ризик, набуває спадаючого характеру, чим більше ризик – тим менше прибутковість, на відміну від ймовірнісних методів. Це пояснюється тим, що в нечітко-множинному методі під ризиком розуміється ситуація, коли очікувана прибутковість портфеля виявиться нижче заданого критичного рівня, із зниженням очікуваної прибутковості зростає ризик того, що прибуток від портфельних інвестицій виявиться нижчим критичного значення.

− Використання багатокритеріальної задачі оптимізації за допомогою вагових коефіцієнтів цільової функції дає інвесторові змогу задавати своє відношення до ризику та прибутковості.

− Для отримання вхідних даних для системи оптимізації було використано НМГВА, що дозволило позбавити систему суб'єктивності експертів.

Система оптимізації інвестиційного портфеля дозволяє автоматизувати процес пошуку оптимального рішення і надає можливість здійснювати науково-обґрунтоване управління своїми інвестиціями з можливістю відкидання планових збитків від володіння переоціненими або ризикованими активами, що підвищує ефективність бізнесу.

Список посилань

1. Зайченко Ю.П. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах [Текст]: учеб. пособие для студентов высших учеб. заведений / Юрий Петрович Зайченко. – К.: Слово, 2008. – 341с.
2. Недосекин А.О. Монотонные портфели и их оптимизация // Аудит и финансовый анализ. – 2002. – №2. – Также на сайте: http://sedok.narod.ru/s_files/PF_Article_4.zip
3. Система оптимизации фондового портфеля (Сименс Бизнес Сервисез Россия). – На сайте http://www.sbs.ru/index.asp7objectID=1863&lang=rus
4. Недосекин А.О. Система оптимизации фондового портфеля от Сименс Бизнес Сервисез // Банковские технологии. – 2003. – № 5. – Также на сайте: http: //www. finansy. ru/publ/fin/004. htm
5. Недосекин А.О. Оптимизация бизнес-портфеля корпорации. – На сайте: http://sedok.narod.ru/s_files/2003/Art_070303.doc
6. Зайченко Ю.П., Малихех Есфандиярфард. Анализ инвестиционного портфеля для различных видов функций принадлежности // Системні дослідження та інформаційні технології. – №2, 2008. – С.59-76.
7. Зайченко Ю.П., Малихех Есфандиярфард. Оптимизация инвестиционного портфеля в условиях неопределенности на основе прогнозирования курсов акций // Proceedings of XIV-th International ConferenceKDS-2008 “Knowledge, Dialogue, Solution. June, 2008, Varna, Bulgaria. – Sopfia. – Pp. 212-228.