

ЕВРИСТИЧНІ АЛГОРИТМИ РАСТРОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ПРОЦЕСІВ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ДЛЯ ГЕОІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

В статті пропонуються евристичні алгоритми для моделювання деяких процесів розповсюдження на основі метода кінцевих елементів. Виконаний аналіз запропонованих алгоритмів, а також наведені відомості щодо їхньої корисності для геоінформаційних систем.

The article proposed heuristic algorithms to model some processes distribution based on the finite element method. The analysis of the proposed algorithms, and provides information on their usefulness for GIS.

1. Вступ

Ця стаття присвячена моделюванню процесів розповсюдження у просторі. Поняття розповсюдження загалом може позначати перенос, розсіювання, дифузію тощо. Роботи по моделюванню таких процесів виконуються вже протягом багатьох десятиріч в усьому світі, проте поява та масове сучасне поширення комп'ютерних геоінформаційних систем (ГІС) надає додатковий поштовх робіт у цьому напрямку.

Геоінформаційні системи орієнтовані на аналіз просторових даних, накопичених у базах різноманітних відомостей про об'єкти, розташовані на Землі. Такі системи можуть ефективно допомагати у вирішенні проблем, як глобальних, так і в межах окремих невеличких територій. Наприклад, моделювання в ГІС розповсюдження небезпечних речовин внаслідок аварії необхідно для адекватного реагування та планування ефективних дій по мінімізації на певній території наслідків надзвичайної ситуації. Інший приклад – моделювання розповсюдження інфекційних захворювань. Можна сказати, що обидва наведені приклади об'єднують поняття процесу розповсюдження у просторі. Просторовий аналіз об'єктів, процесів та явищ є одним з головних аспектів геоінформаційних систем, задля цього розроблені відповідні інструментальні засоби ГІС. Одним з інструментів є підсистема растрового аналізу. Растровий аналіз є одним з різновидів метода кінцевих елементів. Починаючи з деякого порогу, стає доцільним використання метода кінцевих елементів для вирішення тих задач, які раніше вирішувалися виключно розв'язуванням систем диференціальних рівнянь. Використання метода кінцевих елементів дає змогу моделювати складні процеси простими засобами на основі

ланцюжків елементарних подій, які відповідають взаємодії сусідніх елементів простору.

2. Аналіз досліджень та публікацій

Темі моделювання процесів розповсюдження присвячено достатньо багато публікацій. Одним з найпопулярніших у цій галузі є напрямки моделювання розповсюдження забруднень [1, 2, 3]. Відомі методики опису та розрахунків параметрів розповсюдження – концентрацій забруднень та розмірів зон забруднень [4, 5, 6, 7]. Наприклад, у стандартній методиці РД 52.04.253-90 затверджені розрахунки розмірів та форми зони небезпечного забруднення після вибуху, причому форма зони залежить від швидкості вітру і окреслюється як коло, напівколо або круговий сектор [4]. У методиці ОНД-86 надані оціночні формули на основі нормального розподілу, зони розповсюдження окреслюються еліпсами [5].

Можна вказати, що опис та відображення зон розповсюдження забруднень у вигляді кругів, секторів або еліпсів є достатньо примітивним. Наприклад, при змінах напрямку та швидкості вітру геометрія зони розповсюдження забруднень стає достатньо складною й зовсім некоректно відображати її сектором або еліпсом. Це є проблемою для використання офіційно затверджених методик розрахунків [4, 5]. Таким чином, потрібно вдосконалювати методики моделювання і, відповідно, шукати або створювати інструменти, які здатні допомогти у цьому.

Що стосується ГІС, то відомі декілька публікацій, які присвячені використанню ГІС для відображення зон забруднення, наприклад [8]. Можна сказати, що ГІС використовується переважно як засіб відображення зон (ізоліній) забруднення фіксованої геометрії та форми, а

розрахунки розмірів зон виконується деяким іншим аналітичним модулем, у якому закладені оціночні формули згідно визначених методик. Те, що ГІС відображатиме зони розповсюдження на електронній карті, принципово нічого не змінює порівняно з відображенням на папері і без ГІС. Проте ГІС здатні на більше. Наявність у ГІС (наприклад, закордонної ArcGIS [9], вітчизняної ГІС "ОКО" [10] і деяких інших) розвинутих інструментальних засобів растрового моделювання надає можливості моделювати самі процеси, замість простого відображення зразків-шаблонів у вигляді деяких заздалегідь розрахованих геометричних форм. Необхідно використовувати відповідні методи та алгоритми, а якщо потрібно – адаптувати їх.

Одним з перспективних напрямків моделювання процесів розповсюдження є використання методу кінцевих елементів, який полягає у тому, що замість безперервного простору аналізується дискретний простір у вигляді множини елементарних елементів об'єму, площини тощо. У цьому напрямку треба згадати клітинні автомати, запропоновані ще фон Нейманом [11]. Клітинний автомат функціонує на основі закладеного простого алгоритму, який аналізує поточний стан елементу простору та обмеженої кількості сусідніх елементів, і відповідно змінює стан. Незважаючи на те, що у взаємодію вступають тільки сусідні клітини (у фон Неймана це найближчі 4 сусіди на площині), навіть достатньо прості правила функціонування автоматів породжують складні структури. Використанню клітинних автоматів для моделювання процесів переносу, дифузії тощо, присвячено багато публікацій, зокрема [12, 13, 14, 15].

3. Постановка задачі

Потрібно побудувати алгоритми моделювання процесів розповсюдження з урахуванням можливостей підсистеми растрового аналізу ГІС.

Проаналізувати основні характеристики та результати використання растрової моделі розповсюдження на основі метода кінцевих елементів.

4. Виклад основного матеріалу

Розповсюдження можна представити як рух часток чогось у просторі, наприклад, часток речовини від одних елементів дискретного

об'єму до інших. Які саме частки та у яких напрямках рухаються – це основні характеристики такої моделі. Потрібно визначити взаємодію між елементами простору. У роботі [16] було введено поняття кубу та матриці розсіювання.

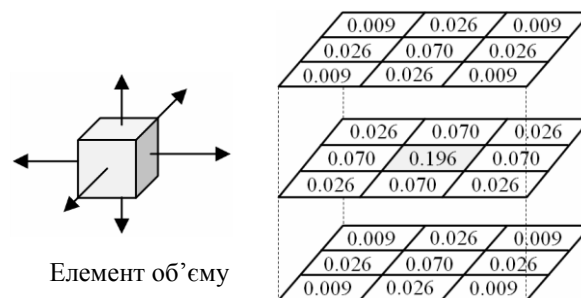


Рис. 1. Куб розсіювання 3×3×3

Куб розсіювання означає взаємодію центрального елемента об'єму із 26 сусідами. Для випадку моделі на площині у центрального елемента є 8 сусідів.

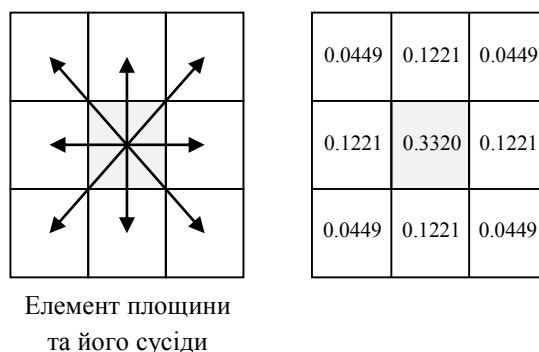


Рис. 2. Матриця розсіювання 3×3

Коефіцієнти кубу та матриці розсіювання відображають кількість речовини, яку буде перенесено у відповідні сусідні елементи за одиницю часу. Позначимо через $F_{3d}(x, y, z)$ розподіл значень елементів в кубі розсіювання де x, y, z – координати елементів відносно його центру. Для матриці розсіювання це буде $F_{2d}(x, y)$. Набір значень коефіцієнтів повністю визначає модель розповсюдження для одного акту взаємодії елементів впродовж певної ітерації моделювання. Однією з вимог може бути те, що сума коефіцієнтів кубу або матриці розсіювання повинна дорівнювати 1, якщо речовина нікуди не зникає, або сама не створюється (проте, така вимога не є обов'язковою для усіх моделей).

Моделювання виконується за декілька ітерацій. Кожна ітерація означає перенос речовини у сусідні елементи дискретного простору за один квант часу. Простір 3d або 2d відобра-

жається числовим масивом – відповідно трьох-вимірним або двовимірним (матрицею). Для виконання ітерації потрібні два масиви – вихідний масив A та допоміжний масив B . Спочатку масив B обнулюється. Впродовж одної ітерації скануються усі елементи масиву-джерела, і кожний елемент цього масиву множиться на коефіцієнти кубу (матриці) розсіювання – отримуються 27 значень для об'єму (або 9 для площини), які додаються у відповідні елементи масиву результату. Це можна описати так:

$B = 0$
 $B = \text{Розповсюдження}(A)$ //1-а ітерація
 $A = 0$
 $A = \text{Розповсюдження}(B)$ //2-а ітерація
 $B = 0$
 $B = \text{Розповсюдження}(A)$ //3-а ітерація

і так далі, виконується I ітерацій. Залежно від того, парна чи непарна кількість ітерацій, кінцевий результат моделювання буде або у масиві A , або у масиві B .

Розміри масивів визначаються межами простору та роздільною здатністю моделі. Розміри кубу (матриці) розсіювання зовсім необов'язково повинні бути $3 \times 3 \times 3$ (або 3×3 для матриці). Значення коефіцієнтів кубу або матриці визначаються характером моделі переносу речовин.

4.1. Розсіювання рівномірне по усім напрямкам

У цьому випадку для визначення коефіцієнтів матриці або кубу розсіювання треба використовувати симетричну відносно усіх напрямків функцію $F(d)$, де d – відстань до центру матриці або кубу розсіювання. Приклади таких функцій: $F(d) = c/(1+a \cdot d^p)$, $F(d) = c \cdot \exp(-a \cdot d^2)$, де a , c та p – параметри-константи.

Після виконання декількох ітерацій моделювання отримаємо растр, кожна точка якого буде зберігати якесь значення. Функцію розподілу значень у тривимірному растрі (моделі об'єму) позначимо як $P(x,y,z)$, а для площини – як $P(x,y)$. У найпростішому випадку, коли моделюється рівномірне по усім напрямкам розсіювання від точкового джерела, функція $P(x,y,z)$ має бути $P(d)$, де d – відстань до центру розсіювання.

Для вивчення закономірностей розподілів $P(x,y,z)$ та $P(x,y)$ було виконано серію дослідів

для різноманітних кубів та матриць розсіювання при кількості ітерацій від 1 до 100. Розміри кубів та матриць варіювалися від 3×3 до 21×21 . У роботі [16] вже були викладені деякі результати таких досліджень. Одним з нетривіальних, на думку автора, результатів є те, що після вже невеличкої кількості ітерацій моделювання розсіювання – починаючи з 4-5 ітерацій, розподіл $P(d)$ стає дуже схожим на нормальний (гаусовий), і з кожною наступною ітерацією наближається до ідеального вигляду функції $P(d) = \exp(-d^2)$. Більше того, загальний характер такого розподілу спостерігається майже при будь-якому співвідношенні коефіцієнтів симетричного кубу $F_{3d}(x, y, z)$ або матриці розсіювання $F_{2d}(x, y)$ – важливо тільки, щоб виконувалася умова: $F(d_2) \leq F(d_1)$, якщо $d_2 \geq d_1$. Таке спостерігається навіть у випадку однакових коефіцієнтів: $F(d) = \text{const}$.

Оскільки з кожною ітерацією має місце наближення $P(d) \rightarrow \exp(-d^2)$, то доцільно зробити так, щоб гаусовий розподіл був би і на початкових ітераціях. Задля цього можна використовувати куби (матриці) розсіювання, коефіцієнти яких визначаються формулою $F(d) = c \cdot \exp(-a \cdot d^2)$.

Враховуючи наведене вище, апроксимуємо $P(d)$ наступним чином:

$$P(d) = K \times G(d), \quad (1)$$

де: K – коефіцієнт, $G(d)$ – функція Гаусса (нормального розподілу)

$$G(d) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

Потрібно обчислити параметри апроксимації K та σ . Це можна виконати обробкою результатів моделювання методом найменших квадратів для значень $P(d_i)$. А далі виконати оцінку точності такої апроксимації. Нижче наведені деякі результати такої обробки.

Матриця 3×3 . Сімейство графіків $\sigma(I)$, $K(I)$ та похибки $E(I)$ для значень параметра a від 0.1 до 2.0 при кількості ітерацій $I = 1..100$.

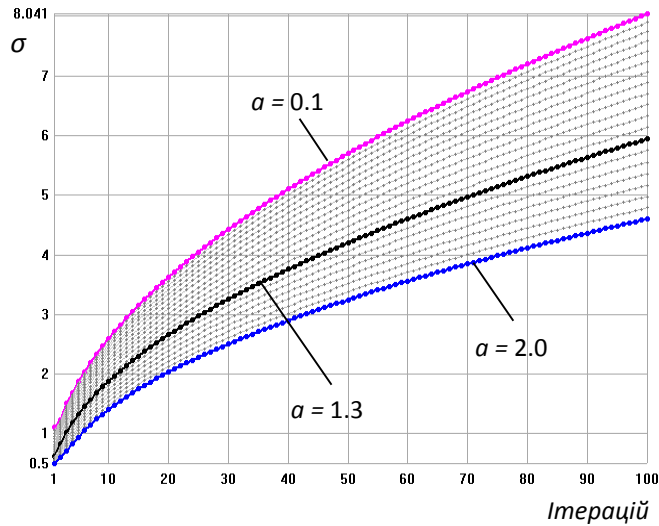


Рис. 3. Залежність σ від кількості ітерацій для матриці 3×3

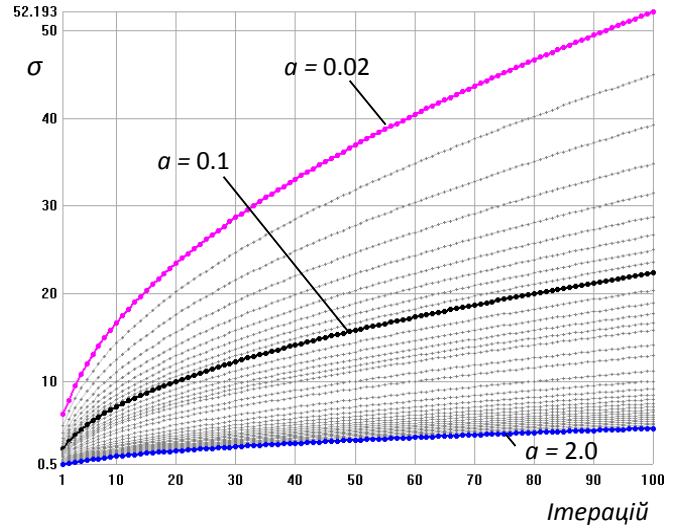


Рис. 6. Залежність σ від кількості ітерацій для матриці 21×21

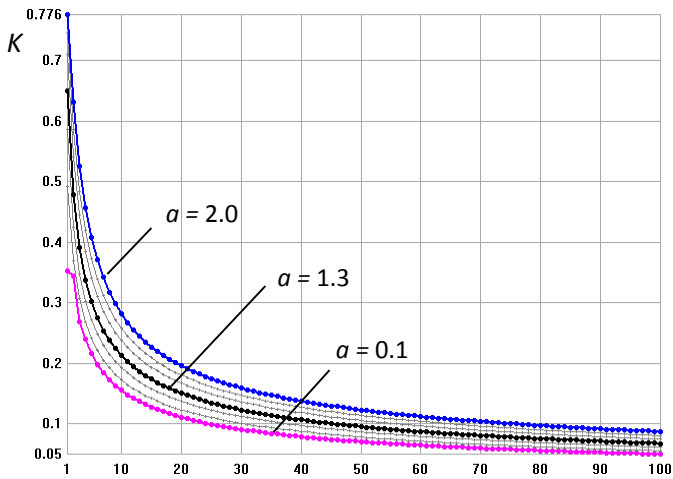


Рис. 4. Залежність K від кількості ітерацій для матриці 3×3

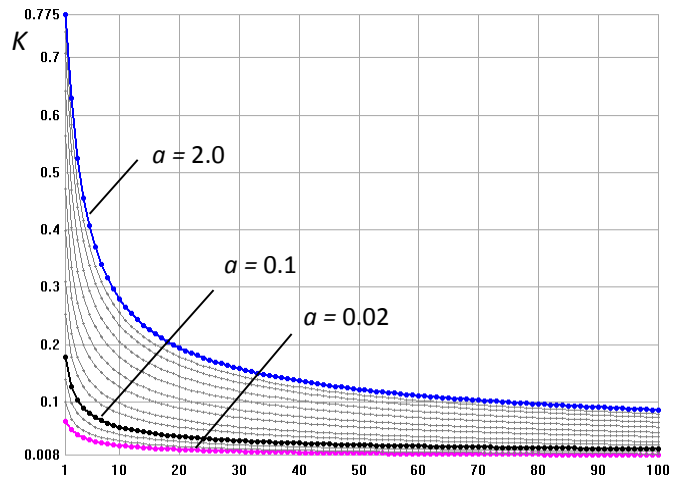


Рис. 7. Залежність K від кількості ітерацій для матриці 21×21

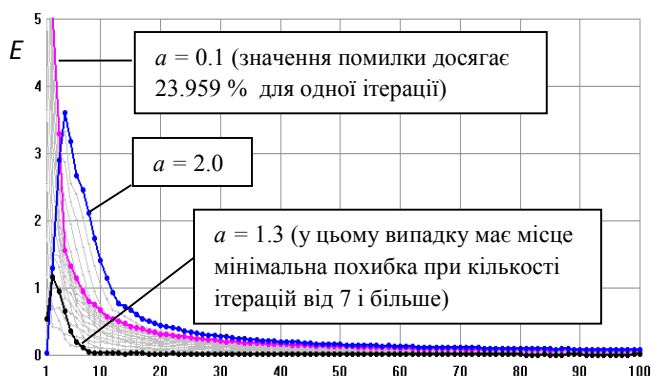


Рис. 5. Залежність відносної помилки E (%) від кількості ітерацій для матриці 3×3

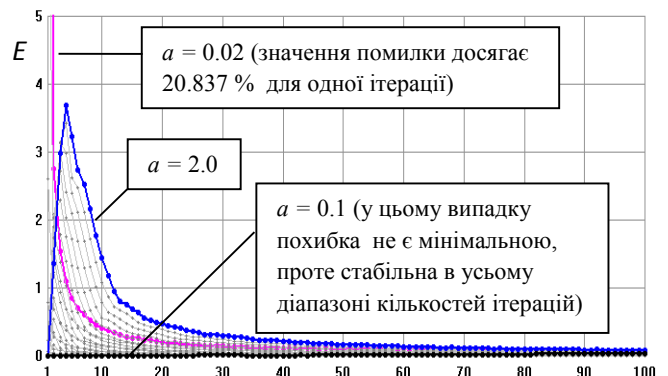


Рис. 8. Залежність відносної помилки E (%) від кількості ітерацій для матриці 21×21

Матриця 21×21 . Сімейство графіків $\sigma(I)$, $K(I)$ та похибки $E(I)$ для значень параметра a від 0.02 до 2.0 при кількості ітерацій $I = 1..100$.

Далі проілюстровано залежність $\sigma(I)$ для різних розмірів матриць $N \times N$ при фіксованих значеннях параметру a

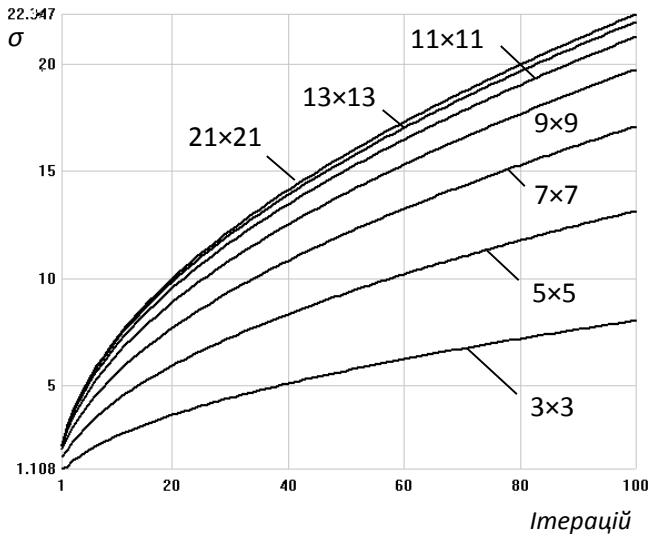


Рис. 9. Сімейство кривих $\sigma(I)$ при $a=0.1$

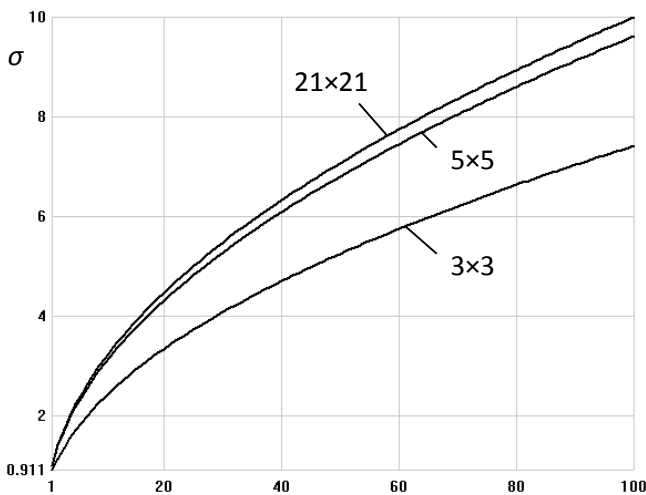


Рис. 10. Сімейство кривих $\sigma(I)$ при $a=1.0$

Розгляд графіків на рис. 10 призводить до висновку, що при $a = 1.0$ недоцільно використовувати матриці розсіювання розмірами більше 5×5 .

Для зручності вибору оптимальних параметрів моделі потрібно деяке узагальнення отриманих результатів. Для кубів та матриць розсіювання залежність основних параметрів (σ та K) можна записати як

$$\sigma = \text{Функція}(N, a, I)$$

$$K = \text{Функція}(N, a, I),$$

де:

N – розмір матриці $N \times N$ або кубу $N \times N \times N$;

a – параметр ініціалізації матриці;

I – кількість ітерацій моделювання

При фіксованому значенні параметра a значення сигми оцінюється як корінь квадратний від кількості ітерацій $\sigma \sim I^{0.5}$.

4.2. Калібрування моделі

Нехай відомо, наприклад, у результаті обробки вимірів на місцевості, що розподіл концентрації забруднення має вигляд нормального закону (гаусова модель):

$$P(x) = \frac{K}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad (3)$$

де: x – відстань у метрах до центра джерела забруднення, K – константа, яка означає загальний рівень забруднення. Результатом обробки отриманих даних будуть числові значення σ та K (якщо гаусова модель адекватна ситуації).

Тепер потрібно знайти відповідність значень натуральних значенням модельним. Як встановлено вище, результат растрового моделювання розсіювання можна з певною точністю також представити функцією Гаусса:

$$P(d) = \frac{K_{\text{моделі}}}{\sigma_{\text{моделі}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d^2}{2\sigma_{\text{моделі}}^2}}, \quad (4)$$

де: $K_{\text{моделі}}$ та $\sigma_{\text{моделі}}$ – параметри моделі, які обумовлюються матрицею розсіювання та кількістю ітерацій, d – відстань у дискретному просторі растрової моделі.

Якщо прийняти, що розмір квадратних (кубічних) елементів растру становить m метрів, тоді d елементів по осі виміру будуть репрезентувати відстань у метрах: $x = m \cdot d$. Підставимо $d = x/m$ у (4) і помножимо вираз для $P(d)$ на масштабний коефіцієнт M

$$P_{\text{масштаб}}(x) = M \frac{K_{\text{моделі}}}{\sigma_{\text{моделі}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2m^2\sigma_{\text{моделі}}^2}} \quad (5)$$

Значення масштабованої растрової моделі повинні дорівнювати натуральним значенням

$$P(x) = P_{\text{масштаб}}(x)$$

Для цього масштабний коефіцієнт має бути

$$M = \frac{K}{K_{\text{моделі}} \cdot m} \quad (6)$$

Підставимо це у (5) й отримаємо

$$P_{\text{масштаб}}(x) = \frac{K}{(m\sigma_{\text{моделі}})\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2(m\sigma_{\text{моделі}})^2}},$$

Повна тотожність $P_{\text{масштаб}}(x) \equiv P(x)$ буде, якщо

$$m \cdot \sigma_{\text{моделі}} = \sigma \quad (7)$$

Це означає, що зменшення роздільної здатності моделі (тобто, збільшення m), призводить до пропорційного збільшення σ для натуральних значень. Якщо задане σ для натуральних значень, то $\sigma_{\text{моделі}}$ потрібно вибирати згідно співвідношення

$$\sigma_{\text{моделі}} = \sigma / m \quad (8)$$

Наприклад, у джерелі [2] вказується, що розподіл концентрації забруднення навколо деякого автошляху по відстані від осі в метрах оцінюється нормальним законом при $\sigma = 60$. Якщо моделювати це при роздільній здатності растру $m = 10$ метрів то потрібно забезпечити $\sigma_{\text{моделі}} = 60/m = 6$. Відповідну кількість ітерацій та коефіцієнт $K_{\text{моделі}}$ можна знайти з графіків, наведених вище. Наприклад, для матриці 3×3 згідно рис. 3 результат $\sigma_{\text{моделі}} \approx 6$ досягається при таких параметрах: ($a=0.1, I=56$), або ($a=0.2, I=58$), або ($a=0.3, I=60$), і так далі до ($a=1.2, I=96$). Який набір параметрів вибрати? Найменший час моделювання – 56 ітерацій при $a = 0.1$. Оцінка похибки – 0.114%. Якщо вибрати варіант $a = 1.2$ при 96 ітераціях, то похибка буде 0.018%. А якщо вибрати матрицю розсіювання розмірами 7×7 , то потрібного результату можна досягти при $a=0.5$ за 37 ітерацій з похибкою 0.008%. І так далі. Оптимальний вибір варіанту згідно якогось критерію повинна виконувати ГІС.

Можна поставити таке запитання: а навіть виконувати растрове моделювання для рівномірного розсіювання? Може краще безпосередньо обчислювати результати згідно гаусової моделі? Дійсно, це справедливо, якщо є тільки одне точкове джерело – центр розсіювання. Растрове моделювання спрощує отримання результату, якщо точкових джерел багато. А коли потрібно виконувати моделювання розсіювання від просторово розподілених джерел, наприклад, множини лінійних (автодороги) або площинних (палаючі ліси або торфовища) джерел, то, можливо, тільки растрове моделювання принципово вирішує таке завдання.

4.3. Моделювання вітру

Вітер загалом можна представити як впорядкований рух часток чогось у певному напрямку. Основними параметрами будуть напрямок та швидкість.

Найпростішу дискретну растрову модель руху на площині можна описати матрицею 3×3

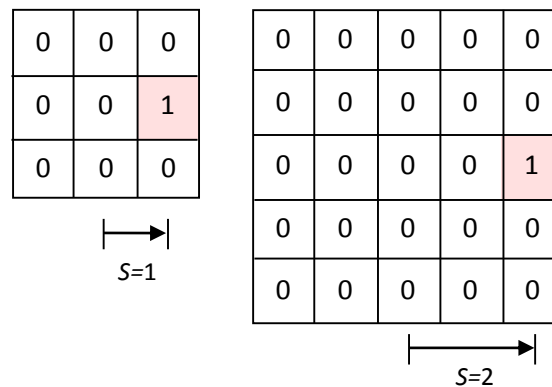


Рис. 11. Матриці зсуву 3×3 та 5×5

Якщо позначити через S відстань одиниці від центру матриці, то кожна ітерація моделювання з використанням таких матриць буде означати зсув вмісту усіх елементів растру на S дискретних позицій праворуч (на картах – це на схід). Якщо роздільна здатність растрової моделі m метрів на елемент площини (або об'єму), тоді буде моделюватися швидкість $V = m \cdot S$ метрів за ітерацію. При виконанні I ітерацій буде зсув на $D = I \cdot S$ дискретних позицій, що відповідатиме відстані у метрах $L = m \cdot D$.

У реальних процесах не всі частки рухаються з однаковою швидкістю. Тоді слід враховувати деяку функцію розподілу часток, яка може мати різноманітний вигляд – як мінімум, трьох основних типів:

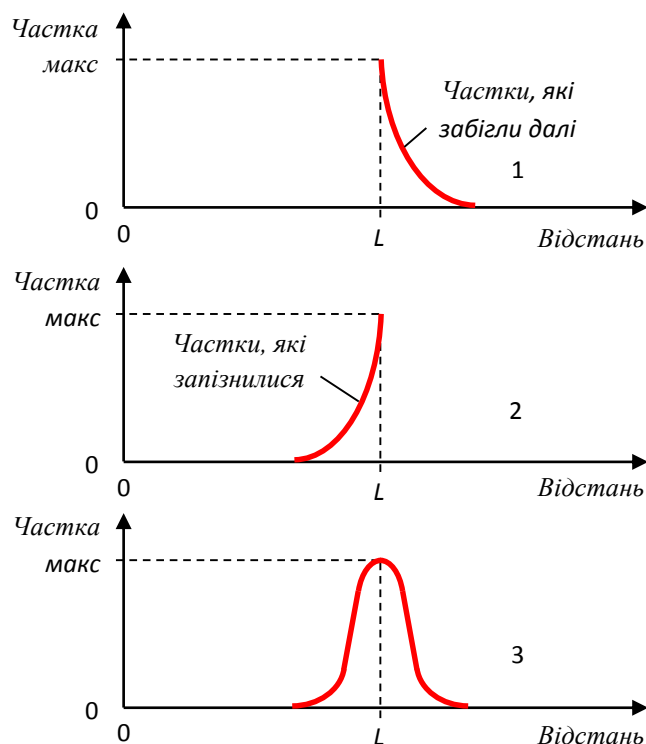


Рис. 12. Типи розподілу часток по відстані

Розглянемо моделювання переносу для функції розподілу першого типу. Позначимо частку того, що забігає далі, через a . Тоді основна частка, яка рухається зі швидкістю S на ітерацію, буде $1-a$. Це за умови, що сума коефіцієнтів матриці дорівнює 1 (умова збереження кількості в результаті переносу). Крім того, повинно бути $a < 0.5$. Найпростішою моделлю такого процесу є матриця 5×5 із двома значеннями: a та $1-a$. Нижче наведені деякі результати моделювання зсуву (переносу) при $a = 0.1$.

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	$1-a$	a
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$\begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \\ S=1 \end{array}$

Рис. 13. Матриця зсуву, яка враховує часткове випередження

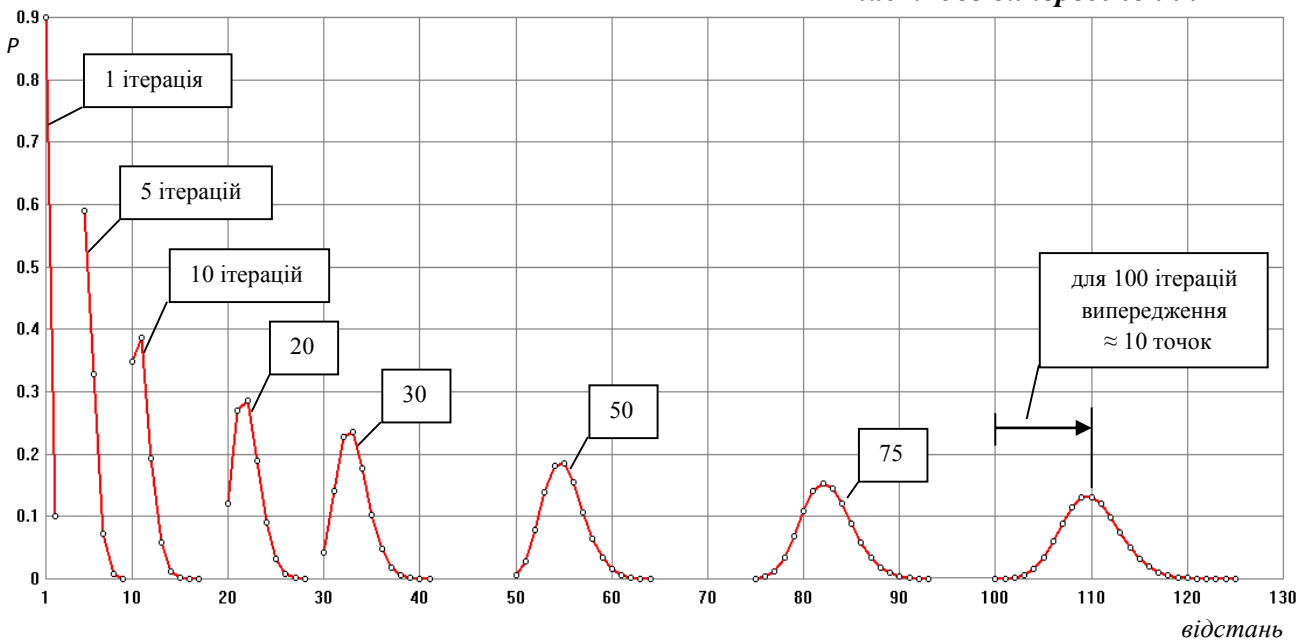


Рис. 14. Результати моделювання переносу при частці випередження $a = 0.1$ для різної кількості ітерацій

Тепер розглянемо зсув із частковим запізненням. Яку матрицю зсуву вибрати?

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	b	$1-b$
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

$\begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \\ S=2 \end{array}$

0	0	0
0	b	$1-b$
0	0	0

$\begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \\ S=1 \end{array}$

Рис. 15. Варіанти матриці зсуву із запізненням

позиції при кожній ітерації. Матриця розмірами 3×3 при $S=1$ має ненульовий центральний елемент (b), що означає фактично не зсув, а розтягування. Проте, оскільки кожна ітерація залишає у точці джерела частку b^t , то при $b < 0.5$ це значення стрімко зменшується до нуля.

Чим менше b , тим більшою є подібність результатів роботи моделей на основі вказаних двох матриць (за винятком шкали відстаней). Моделювання для різної кількості ітерації це великою мірою підтверджує. Проте, звісно, вказаними двома матрицям не вичерпується різноманіття матриць (кубів) зсуву.

Нижче на графіку рис. 16 наведені результати моделювання зсуву із використанням матриці 3×3 при $S=1$.

Обидва варіанти мають недоліки. Матриця при $S=2$ описує зсув одразу на дві дискретні

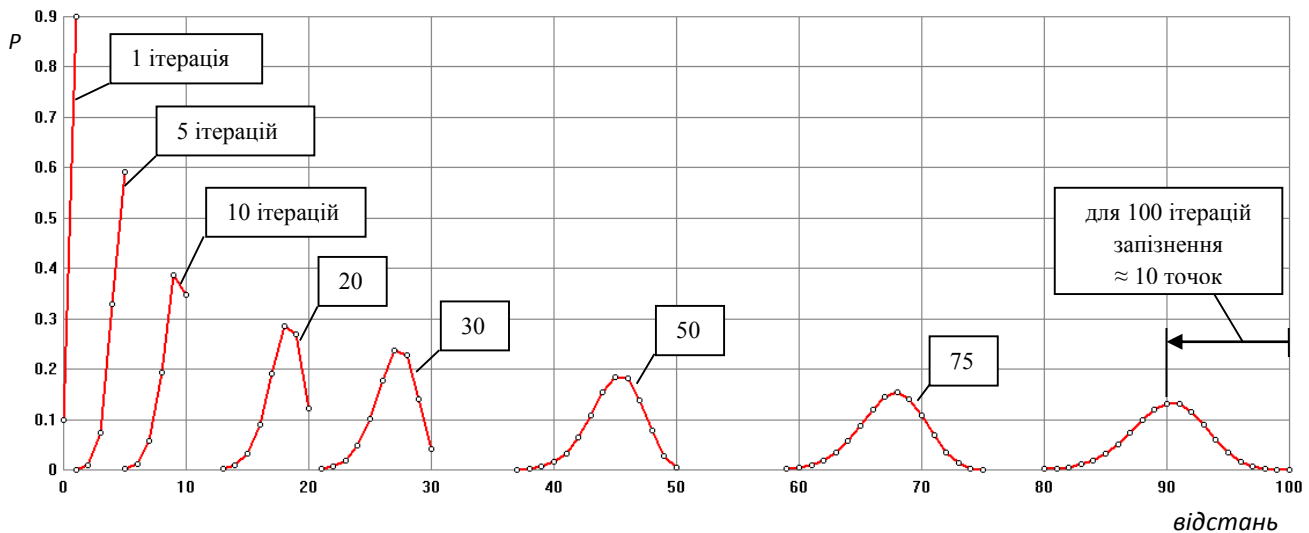


Рис. 16. Результати моделювання переносу при частці запізнення $b = 0.1$

Якщо порівнювати результати моделювання часткового випередження та запізнення, то можна помітити, що починаючи з 10-ї ітерації зсув фактично не на $D = I \cdot S$, а на одну або декілька позицій більше (рис. 14) або менше (рис. 16). Для 100 ітерацій різниця сягає 10 дискретних позицій.

Іншим, як здається, важливим висновком є те, що при зростанні кількості ітерацій розподіл значень наближається до функції Гауса (2)

$$P(x) = G(x-x_c) \quad (9)$$

де x_c – відстань до точки, що репрезентує максимальне значення. При 100 ітераціях центр симетрії сигмоїди розташовується приблизно у точці $x_c = 90$. Максимальне відхилення значень становить 0.0088.

Наближення до нормального симетричного розподілу з кожною наступною ітерацією має місце, незважаючи на те, що значення матриць зсуву несиметричні. Ланцюжки ітерацій обумовлюють взаємодію усе зростаючої кількості дискретних елементів, певним чином перемішуючі їхні значення.

4.4. Зсув із розсіюванням

Для розглянутих вище прикладів моделей зсуву із випередженням та запізненням можна констатувати поступове розсіювання вздовж осі відстані. У багатьох реальних процесах розповсюдження зсув поєднується із розсіюванням в усіх напрямках (можливо, несиметричним). Це можна змодельовати, як мінімум, двома спосо-

Перший спосіб. Кожна ітерація складається з двох фаз – зсув та розсіювання. Фактично виконується вже по дві ітерації:

$$\begin{aligned} B &= 0 \\ B &= \text{Зсув}(A) && //1\text{-а ітерація} \\ A &= 0 \\ A &= \text{Розсіювання}(B) \\ B &= 0 \\ B &= \text{Зсув}(A) && //2\text{-а ітерація} \\ A &= 0 \\ A &= \text{Розсіювання}(B) \end{aligned}$$

Що краще: спочатку зсув, потім розсіювання, чи навпаки? Іншими словами, чи виконується співвідношення

$$\text{Розсіювання}(\text{Зсув}(P)) = \text{Зсув}(\text{Розсіювання}(P))$$

Це питання залишається відкритим.

Другий спосіб. Виконувати звичайний загальний цикл ітерацій моделювання по одній ітерації на зсув з одночасним розсіюванням

$$\begin{aligned} B &= 0 \\ B &= \text{ЗсувТаРозсіювання}(A) && //1\text{-а ітерація} \\ A &= 0 \\ A &= \text{ЗсувТаРозсіювання}(B) && //2\text{-а ітерація} \\ B &= 0 \\ B &= \text{ЗсувТаРозсіювання}(A) && //3\text{-а ітерація} \end{aligned}$$

Для забезпечення цього потрібно сформулювати відповідну матрицю зсуву-розсіювання.

Нехай стався вибух і було викинуто у атмосферу деяку кількість забруднюючих речовин. Відомі координати точки викиду а також швид-

кість та напрямок вітру у цій місцевості. Потрібно змодельовати розповсюдження забруднення та відобразити на карті відповідні зони небезпеки.

Для моделювання розповсюдження речовини потрібно визначити відповідний куб (матрицю) розсіювання. Розглянемо це на прикладі матриці розмірами 7×7 (рис. 17).

Одна ітерація розсіювання для такої матриці дає зсув межі забруднення на три точки праворуч – на схід. Зсув центру зони (там де значення максимальне) – на дві точки ($S=2$). Із кожною ітерацією зсувається та розширюється межа зони забруднення.

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.006	0.029	0.042
0	0	0	0.006	0.06	0.6	0.18
0	0	0	0	0.006	0.029	0.042
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Рис. 17. Матриця зсуву та розсіювання

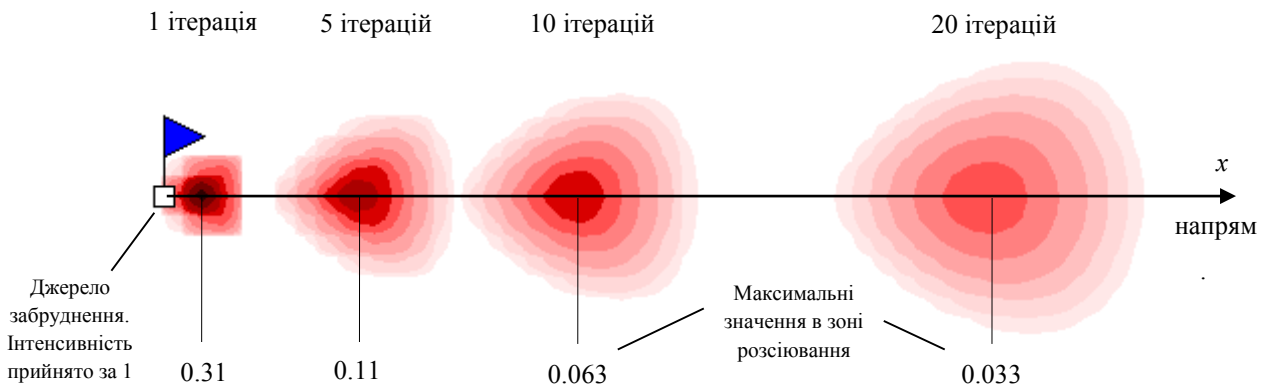


Рис. 18. Пересування та розсіювання

Якщо роздільна здатність шару моделювання становить 1 метр на піксел, тоді одна ітерація, яка дає зсув на два піксели, означає здування хмари на два метра. Якщо вважати, що кожна ітерація моделює проміжок часу в одну секунду, то виходить, що моделюється вітер швидкістю 2 метри в секунду. Якщо кожна ітерація моделює деякий проміжок часу t , то для I ітерацій загальна тривалість процесу, що моделюється, становить $T = I \cdot t$.

Середня швидкість вітру (V) визначається як відстань від джерела до центру зони розсіювання (L) поділену на загальну тривалість (T). Тоді можна записати таке співвідношення:

$$V = \frac{L}{T} = \frac{m \cdot I \cdot S}{I \cdot t} = \frac{m \cdot S}{t} \quad (10)$$

Як вибирати параметри моделювання? Нехай потрібно змодельовати швидкість вітру $V = 20$ м/сек. Якщо маємо шар моделювання роздільною здатністю $m = 1$ м/піксел, то для матриці розсіювання із $S = 2$ піксели кожна ітерація буде означати проміжок часу в 0.1 секунду:

$$t = \frac{m \cdot S}{V} = \frac{1 \cdot 2}{20} = 0.1$$

Якщо потрібно змодельовати рух хмари впродовж однієї години ($T = 3600$ сек), то доведеться виконувати 36000 ітерацій:

$$I = \frac{T}{t} = \frac{3600}{0.1} = 36000$$

Це може бути неприйнятним з декількох причин. По-перше, така кількість ітерацій може означати надмірний час роботи комп'ютера. По-друге, мабуть, не потрібно вести розрахунки для кожної однієї десятої долі секунди ($t=0.1$) –

можливо, достатньо відстежувати розташування хмари забруднення кожну хвилину, а то й рідше. По-третє, роздільна здатність шару моделювання $m = 1$ метр на піксел може бути занадто великою – може бути недостатньо роздільності вдсятеро гірше, що дозволить суттєво заощадити пам'ять. Так, чи інакше, повинно виконуватися співвідношення

$$V \cdot t = m \cdot S \quad (11)$$

Наприклад, вихідними даними є $V = 20$ м/сек, $T = 3600$ сек. Далі формулюємо такі обмеження: $I < 1000$; $m \leq 20$; $S < 20$; $t \leq 60$. Вибираємо $I = 360$, тоді $t = T/I = 10$ сек. Значення m та S обчислюються із співвідношення: $V \cdot t = 20 \cdot 10 = 200 = m \cdot S$

Цим умовам задовольняє $m = 20$, $S = 10$. Значенню $S=10$ відповідає матриця розмірами не менше 21×21 .

4.5 Моделювання розповсюдження із урахуванням динаміки інтенсивності джерела, змін напрямку та швидкості вітру

Це можна розглянути на наступному прикладі. Нехай потрібно змоделювати процес розповсюдження впродовж 24 годин

для хмари, яка утворюється після вибуху і рухається відповідно напрямку та швидкості вітру.

Спочатку потрібно визначити динаміку змін основних параметрів – напрямку та швидкості вітру та інтенсивність джерела. У графічному вигляді – це рис. 19.

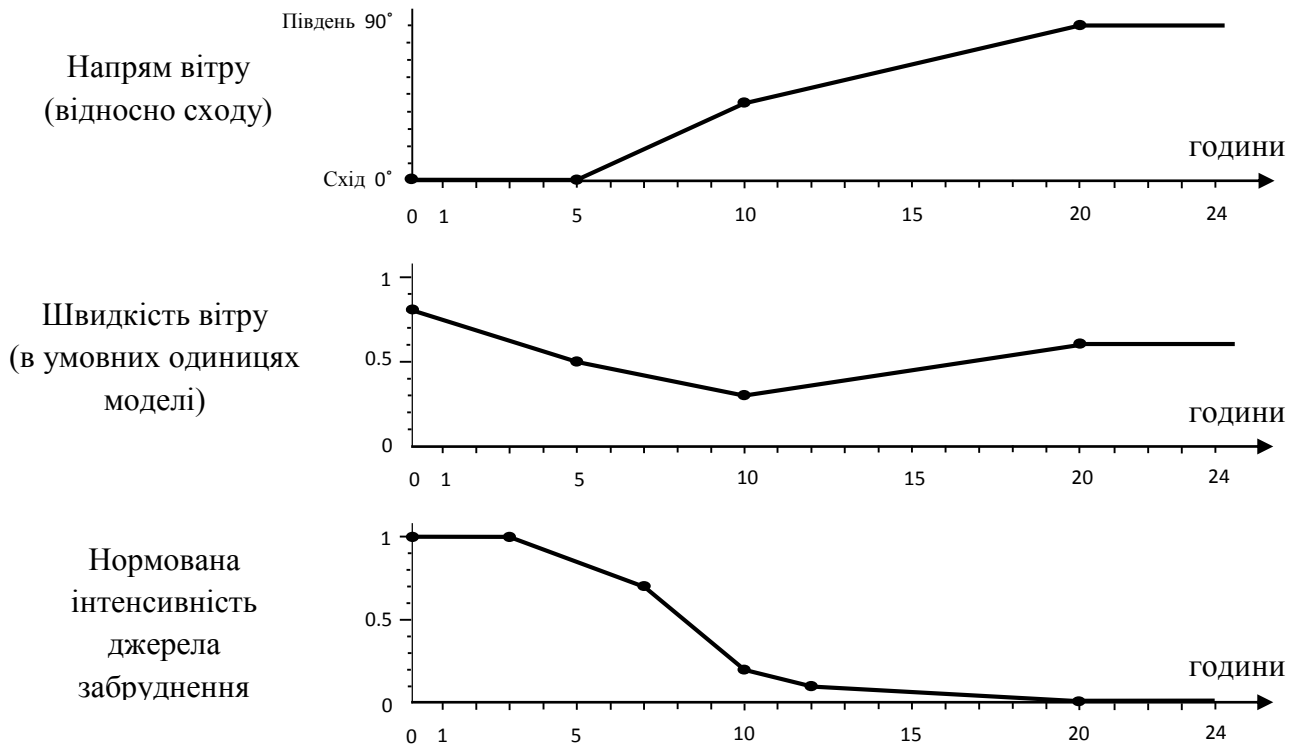


Рис. 19. Опис основних параметрів процесу

Для моделювання таких процесів зручно використовувати мову програмування геоінформаційної системи ГІС "ОКО", яка містить багато операторів, створених спеціально для моделювання процесів розповсюдження. Моделювання зсуву-розсіювання виконується викликом оператора

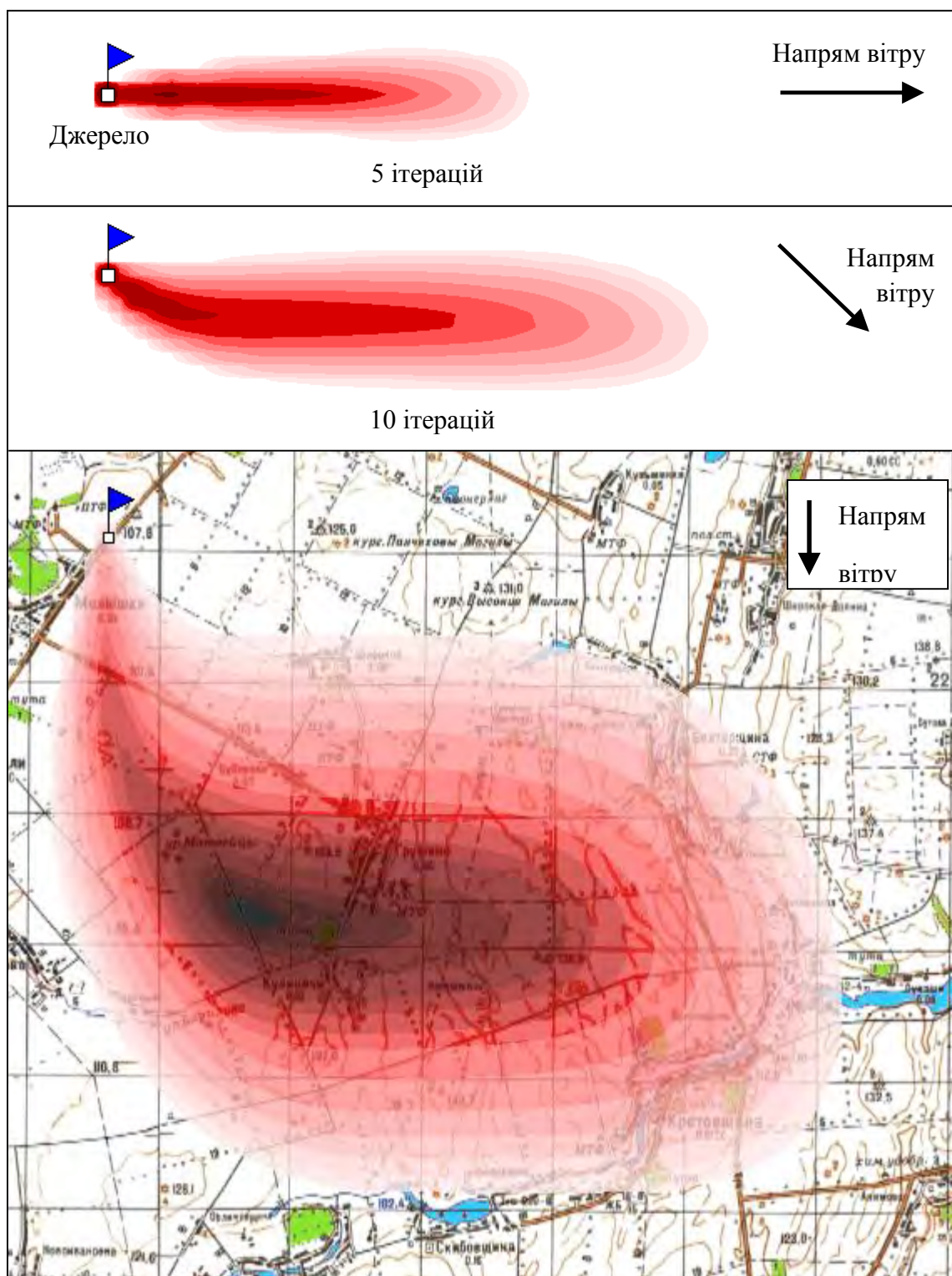
DispersionLayerWindEx mA aW aV 1 aS vI

Параметр mA – це матриця або куб розсіювання. Для опису конкретної ситуації потрібно сформулювати робочі масиви:

- масив aW для опису динаміки напрямків вітру;
- масив aV для опису динаміки швидкостей вітру;
- масив aS для опису динаміки джерела забруднення.

Для моделювання створюється шар потрібної роздільної здатності та матриця зсуворозсіювання. Значення параметрів растрової моделі знаходяться з рівнянь (10) та (11).

У середовищі ГІС виконується необхідна кількість ітерацій. Якщо, наприклад, $t=1$ година, то 24 ітерації відповідатимуть 24 годинам реального часу (рис. 20)



Виконано 24 ітерації

Рис. 20. Ілюстрація моделювання розповсюдження хмари забруднення та відображення на карті результатів заключної ітерації

5. Висновки

Запропоновані евристичні алгоритми на основі метода кінцевих елементів для моделювання процесів розповсюдження, зокрема, розсіювання та зсуву. Як виявилось, ці алгоритми підтримують гаусову модель, яка загальноприйнята для опису таких процесів. Це може бути свідченням загальної адекватності запропонованого підходу.

Впровадження таких алгоритмів у геоінформаційних системах дозволяє ефективно вирішувати засобами растрового моделювання достатньо складні завдання аналізу процесів розповсюдження.

Нарощування можливостей комп'ютерних систем, зокрема, обсягів оперативної пам'яті, є корисним для подальшого розвитку растрового моделювання.

Список посилань

1. Бутенко О.С., Охарев В.О. Механізм визначення кількісних характеристик рівня концентрації забруднюючих речовин викидами автомобільного транспорту // "Екологічна безпека та природокористування": Зб. наук. праць. М-во освіти і науки України, НАНУ. – К. – 2009, Вип. 3. – С14-33.
2. Левченко Н.О., Євстрат'єв О.А., Гогунський В.Д. Конкурс расчетных методик рассеяния загрязняющих веществ в атмосферном воздухе // Труды Одесского политехнического университета. – 1997, Выпуск 2. – С. 136-139.
3. Briggs G.A. A plume rise model compared with observations, JAPCA, 1965, pp.433-438.
4. Методика прогнозирования масштабов заражения сильдействующими ядовитыми веществами при авариях (разрушениях) на химически опасных объектах и транспорте РД 52.04.253-90. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://libgost.ru/rd/67060-Tekst_RD_52_04_253_90.
5. Методика расчёта концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий. ОНД-86 / Под ред. М. Е Берлянда. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 94 с.
6. Hanna S.R., Briggs G.A. and Hosker R.P. Handbook on Atmospheric Diffusion. DOE/TIC-11223, Department of Energy, 1982, 102 pp.
7. Turner D.B. Workbook Of Atmospheric Dispersion Estimates. U.S. Department Of Health, Education, And Welfare. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.archive.org/download/workbookofatmosph026353mbp.pdf>
8. Горячев Г.В., Гаврилюк М.А. Моделирование распространения загрязняющих веществ в атмосферном воздухе с использованием ГИС-технологий по методике ОНД-86 // Наукові праці ВНТУ. Електронний журнал. – 2009, №3. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://praci.vntu.edu.ua/article/view/1069/175>.
9. ArcGIS Spatial Analyst. ESRI. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.esri.com/software/arcgis/extensions/spatialanalyst>
10. Порєв В.М. Возможности та перспективи ГИС "ОКО" // Матеріали VI Міжнародної науково-практичної конференції ГИС-Форум. – К. – 2006. С.206-208.
11. Тоффолі Т., Марголюс Н. Машины клеточных автоматов. – М.:Мир,1991.– 280 с.
12. Бандман О.Л. Клеточно-автоматные модели пространственной динамики // Системная информатика. – 2006. – №10. – С. 59-113
13. Сергеев А.П., Берг Д.Б., Губарев С.В. «Цифровые» реалии аналитических моделей // Вестник УрО РАН. Наука. Общество. Человек. – 2009. – 2 (28). – С. 38-49.
14. Титов В. П. К вопросу о моделировании диффузии газов в потоке воздуха // Сб. трудов № 144 «Теплогазоснабжение и вентиляция». – М.: МИСИ, 1977. – С.45-50.
15. Wolfram S. A new kind of science. Champaign, Ill., USA: Wolfram Media Inc., 2002. – 1197 pp.
16. Порєв В.М. Деякі оцінки моделі розповсюдження на основі клітинних автоматів. Вісник Криворізького технічного університету – 2012. – № 30. – С.7-10.