ідеальна технологія при реконструкції старих будинків.

монолітна безшовна поверхня ізоляційного шару;

ремонтопридатність;

зручність транспортування й зберігання;

висока продуктивність;

має найнижчий коефіцієнт теплопровідності, при порівняно невеликій товщині;

запобігає утворенню корозії;

відсутність витрат на додаткові конструкції, немає необхідності в кріпильних елементах;

стійкість до механічних навантажень;

висока акустична ізоляція;

повна відсутність містків холоду;

при напилюванні шар виходить цілісним, без стиків, по яких, згодом, може відбуватись руйнування покриття;

запобігає утворення конденсату, цвілі й грибка, не руйнується під впливом сезонних коливань, атмосферних опадів, агресивної промислової атмосфери;

має високу хімічну стійкість;

довговічність покриттів (термін служби до 50 років);

самостійного горіння не підтримує;

екологічно чистий продукт, що не містить шкідливих для здоров'я елементів, що підтверджує Канадське агентство по захисту навколишнього середовища - Environment Canada (аналог US-EPA - Агентства по захисту навколишнього середовища США);

зменшує витрати, пов'язані з обігрівом і охолодженням;

зберігає мікроклімат приміщення;

біологічна стійкість [6,7].

Висновки й шляхи подальших досліджень. Економічні переваги використання напилювання пінополіуретану (ППУ), напилювання поліурії («полі сечовини») і напилювання систем теплоізоляції «Extrafoam», пінополіуретанових (PU) і поліізоціануратних (PI) системи, напилювання типу «Екстраплан», доводять можливості їх широкого застосування у вітчизняному будівництві й промисловості. Вітчизняний науковий і виробничий потенціал відкриває широкі перспективи для досліджень і впровадження технологій даного напрямку.

Список літератури

1. СНИП 23-02-2003 Тепловая защита зданий. – М.: ФГУП ЦПП, 2004
2. СНиП II-3-79* «Строительная теплотехника».
3. Строительные нормы Республики Беларусь 265-274 2.04.01-97 «Строительная теплотехника».
4. **ДБН В.2.6-31:2006** «Конструкції будинків і споруд. Теплова ізоляція будівель».
5. **Осипов Г.Л., Матросов Ю.А.** Стратегия устойчивого развития строительного комплекса России. – Реконструкция жилья. Вып. 8, 2007. – К., УкрНИИпроектреконструкция. - С. 265-274.
6. Напыляемая полимочевина «Экстраплан» Пенополиуретан, напыление пенополиуретана (ППУ), напыление полиурии (полимочевина), гидроизоляция, теплоизоляция, шумоизоляция (звукоизоляция), пароизоляция пенополиуретаном от МКП СНИП 23-02-2003 Тепловая защита зданий. – М.: ФГУП ЦПП, 2004.

7 История полимочевины Центр Полимерных Технологий: http://www.cmtu.com.ua/istoryia-polimocheviny.html.

Рукопис подано до редакції 04.04.12

УДК 621.318.13

С.Т. ТОЛМАЧЕВ, д-р техн. наук, проф., А.В. ИЛЬЧЕНКО, канд. техн. наук, доц.,
В.А. ВЛАСЕНКО*, ассистент, ГВУЗ «Криворожский национальный университет»

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В МАГНИТНОПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ

Для магнитопроводящих сред, расположенных в ограниченном пространстве, получена система двух интегральных уравнений относительно естественных вторичных источников поля - векторов намагниченности среды и плотности вихревых токов - при синусоидальном законе изменения первичного поля. На основе этих уравнений построены расчетные выражения, составляющие основу предложенной математической модели.

Актуальность работы. Исследование квазистационарных электромагнитных полей занимает видное место в теоретической и прикладной электротехнике [1-6]. Реализация этих задач в полевой постановке стала одним из основных направлений в области математического моделирования различных электрофизических процессов. Устойчивый и непрерывно возрастающий интерес к постановке и решению задач моделирования квазистационарных электромагнитных полей в основном обусловлен следующими причинами: быстрым увеличением вычислительных возможностей ЭВМ; широким спектром технических задач, для которых квазистационарное приближение даёт достаточно адекватное описание реальных процессов; относительной простотой базовых уравнений Максвелла для описания квазистационарного электромагнитного поля.

Цель работы. Целью данной статьи является разработка метода численного решения задачи расчета квазистационарного электромагнитного поля для ограниченной в пространстве среды с заданными магнитными и проводящими свойствами, основанного на концепции естественных вторичных источников поля.

Постановка задачи. Задача рассматривается в предположении линейности свойств среды.

Рассмотрим в m-мерном пространстве E_m (m = 2,3 = размерность пространства) ограниченную область D (в общем случае многосвязную), магнитные свойства которой заданы магнитной проницаемостью $\mu_a = \mu\mu_0 = \mathrm{const}$, а проводящие - удельной проводимостью γ=const. Вне области D $\mu_a = \mu_0$, а $\gamma = 0$. Допускается, что вся область D или отдельные её части могут перемещаться в пространстве со скоростью $\vec{V}$ (очевидно, что при этом может изменяться геометрия области).

Пусть в области $D_{об}$ размещены обмотки с током произвольной плотности $\vec{\delta}_{об}$. Как известно, полная система уравнений для расчета поля в D имеет вид [3]

$$\begin{cases} \mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{\delta};\ \vec{\delta} = \gamma\left(\vec{E} + \vec{V}\times\vec{B}\right);\ \mathrm{div}\,\vec{\delta} = 0; \\ \mathrm{rot}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t};\vec{B} = \mu_a\vec{H};\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \end{cases} \tag{1}$$

при условиях сопряжения $H_{it}=H_{et}$, $B_{in}=B_{en}$, δ_n=0 на границе S области D.

Здесь $\vec{B}$ - вектор магнитной индукции, $\vec{H},\vec{E}$ - векторы напряженности магнитного и электрического полей; все векторы являются функциями координат и времени, например, $\vec{V} \equiv \vec{V}\left(\vec{r},t\right)$, $\vec{\delta} \equiv \vec{\delta}\left(\vec{r},t\right)$ и т.д.

Будем считать, что первичное поле создается синусоидальными токами заданной плотности $\dot{\vec{\delta}}$, например, токами обмоток $\dot{\vec{\delta}}_{об}(\vec{r})$ (здесь и далее использовано стандартное обозначение для символических векторов).

Для синусоидально изменяющегося во времени с угловой частотой ω поля система уравнений (1) принимает вид

$$\begin{cases} \mathrm{rot}\,\dot{\vec{H}} = \dot{\vec{\delta}};\ \dot{\vec{\delta}} = \gamma\left(\dot{\vec{E}} + \vec{V}\times\dot{\vec{B}}\right);\ \mathrm{div}\,\dot{\vec{\delta}} = 0; \\ \mathrm{rot}\,\dot{\vec{E}} = -j\omega\mu\mu_0\dot{\vec{H}};\dot{\vec{B}} = \mu_a\dot{\vec{H}};\mathrm{div}\,\dot{\vec{B}} = 0\,. \end{cases} \tag{2}$$

Основные расчетные уравнения. На основе системы уравнений (1) в статье авторов [7] для нестационарного электромагнитного поля получено уравнение

$$\begin{gathered} \vec{U}\left(\vec{x}\right) = \frac{1}{\pi\left(m-1\right)}\int\limits_{D_{об}}\frac{\vec{\delta}_{об}\left(\vec{y}_{об}\right)\times\vec{r}}{r^m}d\tau_y + \frac{1}{\pi\left(m-1\right)}\int\limits_{D}\frac{\vec{\delta}(\vec{y})\times\vec{r}}{r^m}d\tau_y + 2\int\limits_{D}\hat{K}\left(\vec{x},\vec{y}\right)\vec{J}[\vec{U}\left(\vec{y}\right)]d\tau_y + \\ +\frac{m-2}{2}\vec{J}[\vec{U}\left(\vec{x}\right)];\ \vec{x},\vec{y}\in D,\ \vec{y}_{об}\in D_{об},\ \vec{r} = \vec{x}-\vec{y}\ \text{для}\,D\ \text{и}\ \vec{r} = \vec{x}-\vec{y}_{об}\ \text{для}\,D_{об}, \end{gathered} \tag{3}$$

где $\vec{U} = \mu_0^{-1}\vec{B} + \vec{H} = 2\vec{H} + \vec{J}$, $\vec{\delta}$ - вектор плотности вихревых токов, $\hat{K}\left(\vec{x},\vec{y}\right) = \nabla_x\nabla_y\dfrac{1}{r} = \left\{K_{ij}\left(\vec{x},\vec{y}\right)\right\}$ - симметричный тензор второго ранга с компонентами $K_{ij} = \dfrac{\left(m\alpha_i\alpha_j - \delta_{ij}\right)}{2\pi\left(m-1\right)r^m}$, α - направляющие косинусы радиуса-вектора $\vec{r}$ [8].

Учитывая, что $\vec{J} = \dfrac{\mu-1}{\mu+1}\vec{U} = \lambda\vec{U}$, для синусоидально изменяющегося поля уравнение (3) принимает вид

$$\dot{\vec{J}}\left(\vec{x}\right) = \frac{\lambda}{\pi\left(m-1\right)}\int\limits_{D_{\text{об}}}\frac{\dot{\vec{\delta}}_{\text{об}}\left(\vec{y}\right)\times\vec{r}}{r^m}d\tau_y + \frac{\lambda}{\pi\left(m-1\right)}\int\limits_{D}\frac{\dot{\vec{\delta}}(\vec{y})\times\vec{r}}{r^m}d\tau_y + 2\lambda\int\limits_{D}[\mathbf{K}\left(\vec{x},\vec{y}\right)\dot{\vec{J}}\left(\vec{y}\right)]d\tau_y + \\ + \frac{m-2}{2}\dot{\vec{J}}\left(\vec{x}\right);\ \vec{x},\vec{y}\in D,\ \vec{y}_{\text{об}}\in D_{\text{об}},\ \vec{r}=\vec{x}-\vec{y}\ \text{для}\,D\ \text{и}\ \vec{r}=\vec{x}-\vec{y}_{\text{об}}\ \text{для}\,D_{\text{об}}. \quad (4)$$

Дополним уравнение (4) связью векторов $\dot{\vec{\delta}}$ и $\dot{\vec{J}}$. Согласно (2) в области *D*

$$\text{rot}\,\dot{\vec{\delta}} = \frac{\mu\mu_0\gamma}{\mu-1}[-j\omega\dot{\vec{J}} + \text{rot}(\vec{V}\times\dot{\vec{J}})]\ . \quad (5)$$

Учтем, что $\text{rot}\,(\vec{V}\times\dot{\vec{J}}) = (\dot{\vec{J}}\cdot\nabla)\vec{V} - (\vec{V}\cdot\nabla)\dot{\vec{J}} + \vec{V}(\nabla\cdot\dot{\vec{J}}) - \dot{\vec{J}}(\nabla\cdot\vec{V})$ [9] и $\nabla\cdot\dot{\vec{J}}$=0, $\nabla\cdot\vec{V}$=0. Поэтому уравнение (5) можно представить в эквивалентной форме

$$\text{rot}\,\dot{\vec{\delta}} = \frac{\mu\mu_0\gamma}{\mu-1}[-j\omega\dot{\vec{J}} + \left(\dot{\vec{J}}\cdot\nabla\right)\vec{V} - \left(\vec{V}\cdot\nabla\right)\dot{\vec{J}})]\ . \quad (6)$$

Дополняя (6) уравнением $\text{div}\,\dot{\vec{\delta}} = 0$, по теореме Гельмгольца получим

$$\dot{\vec{\delta}}(\vec{x}) = -\frac{\mu\mu_0\gamma}{2\pi\left(m-1\right)(\mu-1)}\int\limits_{D}\left[-j\omega\dot{\vec{J}}(\vec{y}) + (\dot{\vec{J}}\cdot\nabla)\vec{V} - (\vec{V}\cdot\nabla)\dot{\vec{J}}\right]\times\frac{\vec{r}}{r^m}d\tau_y;\ \vec{x},\vec{y}\in D. \quad (7)$$

Известно [9], что при отсутствии дополнительных граничных условий по дивергенции и ротору некоторого вектора его можно восстановить с точностью до некоторого вектора, являющегося градиентом любой гармонической функции. Поэтому в общем случае выражение (7) не является общим выражением для расчета плотности токов. Внутренняя задача имеет однозначное решение, если вдоль границы *S* области *D* задана нормальная проекция вектора $\dot{\vec{\delta}}$: $(\vec{n}\cdot\vec{\delta})\big|_s = g(S)$. При этом решение задачи существует, если $\text{div}\,\dot{\vec{\delta}} = 0$ и $\int\limits_D \text{div}\dot{\vec{\delta}}d\tau = \int\limits_S g(S)dS$, т.е. $\int\limits_S g(S)dS = 0$. Решение (7) является единственным, если к нему прибавить вектор-функцию $\dot{\vec{\delta}}' = \nabla\psi$, где ψ - скалярный потенциал, удовлетворяющий уравнению Лапласа. Функция ψ определяется из решения внутренней задачи Неймана с краевым условием $\left.\dfrac{\partial\psi}{\partial\vec{n}}\right|_S = g(S) - (\vec{n}\cdot\vec{\delta}) = -(\vec{n}\cdot\vec{\delta})$.

Рассмотрим важный частный случай двумерной задачи для неподвижной области *D* (*m*=2, $\vec{V}$=0). При этом вектор $\dot{\vec{\delta}}$ имеет только составляющую нормальную к области *D*, поэтому задача Неймана имеет нулевое граничное условие, т.е. сводится к задаче Робена с тривиальным (нулевым) решением. Таким образом, в этом случае система уравнений (4) и (7) принимает вид

$$\dot{\vec{J}}\left(\vec{x}\right) = \frac{\lambda}{\pi}\int\limits_{D_{\text{об}}}\frac{\dot{\vec{\delta}}_{\text{об}}\left(\vec{y}\right)\times\vec{r}}{r^2}d\tau_y + \frac{\lambda}{\pi}\int\limits_{D}\frac{\dot{\vec{\delta}}(\vec{y})\times\vec{r}}{r^2}d\tau_y + 2\lambda\int\limits_{D}[\mathbf{K}\left(\vec{x},\vec{y}\right)\dot{\vec{J}}\left(\vec{y}\right)]d\tau_y\ ; \quad (8)$$

$$\dot{\vec{\delta}}(\vec{x}) = \frac{q}{2\pi}\int\limits_{D}\left(\dot{\vec{J}}(\vec{y})\times\frac{\vec{r}}{r^2}\right)d\tau_y, \quad (9)$$

где $q = -\dfrac{j\omega\mu\mu_0\gamma}{\mu-1}$, и дает решение поставленной задачи.

Численная реализация метода. Для численной реализации уравнений (8), (9) необходимо выполнить дискретизацию области D путем ее триангуляции: $D \equiv \cup D_k$, k = 1, 2, …, p. Пусть $\dot{\vec{J}}_k$, $\dot{\vec{\delta}}_k$ соответственно комплексные векторы намагниченности и плотности вихревых токов в центре треугольника D_k, причем $\dot{\vec{J}}_k$ и $\dot{\vec{\delta}}_k$ постоянны в D_k. Тогда вместо (8) и (9) можно записать:

$$\dot{\vec{J}}_k \equiv \dot{\vec{J}}(\vec{x}_k) = \frac{\lambda}{\pi}\dot{\vec{H}}_{0k} + \frac{\lambda}{\pi}\sum_{n=1}^{p}\int_{D_n}\frac{\dot{\vec{\delta}}_n \times \vec{r}}{r^2}d\tau_n + 2\lambda\sum_{n=1}^{p}\int_{D_n}\overset{\frown}{K}\left(\vec{x}_k, \vec{y}_n\right)\dot{\vec{J}}_n\, d\tau_n; \tag{10}$$

$$\dot{\vec{\delta}}_k = \frac{q}{2\pi}\sum_{n=1}^{p}\int_{D_n}\left(\dot{\vec{J}}_n \times \frac{\vec{r}}{r^2}\right)d\tau_n = \vec{i}_3\dot{\delta}_k,\ k, n = 1, 2, \ldots, p. \tag{11}$$

Здесь $\dot{\vec{H}}_{0k}$ - поле первичных источников, определяемое в центре каждого треугольника D_k интегрированием по области $D_{об}$ согласно (8). Более подробно рассмотрим вычисление других интегралов. Введем обозначение [8]:

$$\Pi\vec{J} = 2\int_{D}\overset{\frown}{K}(\vec{x}, \vec{y})\dot{\vec{J}}(\vec{y})d\tau_y. \tag{12}$$

В двумерном случае для вычисления интеграла (12) удобно воспользоваться комплексными числами. Справедливо соответствие [8]

$$\Pi\vec{J} = -\overline{\Pi}\overline{J} = \frac{1}{\pi}\int_{D}\frac{\overline{J}(y)}{(\overline{y} - \overline{x})^2}d\tau_y. \tag{13}$$

В последнем выражении черта над комплексными числами J,x,y означает операцию сопряжения. Оператор ΠJ_k для области D_k можно представить в виде [8]

$$\Pi J_k = -\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\pi}\int_{D}\partial_y J\frac{d\tau_y}{y - x} - \frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma}\frac{J(y)d\overline{y}}{y - x},$$

где Γ - граница области D_k. При $\mu = \text{const}$

$$\Pi J_k = -\frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma}\frac{J\, d\overline{y}}{y - x}. \tag{14}$$

Последний интеграл для произвольного треугольника вычислен в [10] аналитически.

Следует иметь в виду, что при выполнении операций в (13) и (14) комплексные числа принимались как векторы. При вычислении оператора $\Pi\dot{\vec{J}}$ в (10) необходимо перейти к векторным аналогам. С этой целью представим комплексные векторы в виде

$$\dot{\vec{J}} = \vec{U} + j\vec{V},\ \vec{U} = \vec{i}_1 u_1 + \vec{i}_2 u_2,\ \vec{V} = \vec{i}_1 v_1 + \vec{i}_2 v_2 \tag{15}$$

или

$$\dot{\vec{J}} = \vec{i}_1(u_1 + jv_1) + \vec{i}_2(u_2 + jv_2) = \vec{i}_1\dot{J}_1 + \vec{i}_2\dot{J}_2 \tag{16}$$

где $\dot{J}_1$ и $\dot{J}_2$ – комплексы синусоидальных функций.

Вводя комплексные аналоги векторов $\vec{U}$ и $\vec{V}$

$$U = u_1 + ju_2,\ V = v_1 + jv_2,$$

можно записать $\Pi\dot{\vec{J}} = \Pi\vec{U} + j\Pi\vec{V}$, причем

$$-\overline{\Pi}\overline{U} = \operatorname{Re}(-\overline{\Pi}\overline{U}) + j\operatorname{Im}(-\overline{\Pi}\overline{U}) = \Pi_{Ux} + j\Pi_{Uy};$$

$$\Pi\vec{U} = \vec{i}_1\Pi_{Ux} + \vec{i}_2\Pi_{Uy},\ -\overline{\Pi}\overline{V} = \Pi_{Vx} + j\Pi_{Vy};$$

$$\Pi\vec{V} = \vec{i}_1\Pi_{Vx} + \vec{i}_2\Pi_{Vy}.$$

Теперь можно записать

$$\Pi\dot{\vec{J}} = \vec{i}_1(\Pi_{Ux} + j\Pi_{Vx}) + \vec{i}_2(\Pi_{Uy} + j\Pi_{Vy}) = \vec{i}_1\dot{C} + \vec{i}_2\dot{D}\,, \tag{17}$$

или в эквивалентной форме

$$\Pi\dot{\vec{J}} = \vec{A} + j\vec{B}\,,\ \vec{A} = \vec{i}_1\Pi_{Ux} + \vec{i}_2\Pi_{Uy}\,,\ \vec{B} = \vec{i}_1\Pi_{Vx} + \vec{i}_2\Pi_{Vy}\,. \tag{18}$$

При вычислении интеграла (11) учтем, что $\dfrac{\vec{r}}{r^2} = \mathrm{grad}(\ln r)$, а $\mathrm{rot}(\dot{\vec{J}}_n \ln r) = \ln r \cdot \mathrm{rot}\,\dot{\vec{J}}_n + \mathrm{grad}(\ln r) \times \dot{\vec{J}}_n$.

Учитывая, что при $\dot{\vec{J}}_n = \mathrm{const}$ $\mathrm{rot}\,\dot{\vec{J}}_n = 0$ и применяя теорему Стокса, получим

$$\int_{D_n} \dot{\vec{J}}_n \times \frac{\vec{r}}{r^2} d\tau_n = -\int_{D_n} \mathrm{rot}(\dot{\vec{J}}_n \ln r) d\tau_n = -\vec{i}_3 \int_{D_n} \mathrm{rot}(\dot{\vec{J}}_n \ln r) d\vec{\tau}_n = -\vec{i}_3 \int_{\Gamma_n} (\dot{\vec{J}}_n \ln r) \cdot d\vec{l}_n\,, \tag{19}$$

$$\dot{\vec{\delta}}_k = -\vec{i}_3 \frac{q}{2\pi} \sum_{n=1}^{p} \int_{\Gamma_n} (\dot{\vec{J}}_n \cdot d\vec{l}_n) \ln r = \vec{i}_3 \dot{\delta}_k\,. \tag{20}$$

Интеграл в (20) вычисляется аналитически (из-за громоздкости соответствующие выкладки здесь не приводятся).

Наконец, интеграл от $\dot{\vec{\delta}}$ в (10) можно записать так:

$$\int_{D_n} \frac{\dot{\vec{\delta}}_n \times \vec{r}}{r^2} d\tau_n = \int_{D_k} \frac{\vec{i}_3\dot{\delta}_n \times (\vec{i}_1 r_1 + \vec{i}_2 r_2)}{r^2} d\tau_n = \vec{i}_1\dot{\delta}_n \int_{D_n} \frac{(-r_1)}{r^2} d\tau_n + \vec{i}_2\dot{\delta}_n \int_{D_n} \frac{r_2}{r^2} d\tau_n\,, \quad \vec{r} = \vec{i}_1 r_1 + \vec{i}_2 r_2\,. \tag{21}$$

Система уравнений (10) и (11) после вычисления соответствующих коэффициентов может быть представлена в матричном виде системой трех систем линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \|\dot{\mathbf{J}}_1\| = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\dot{\mathbf{J}}_1\| - \|\mathbf{B}\| \cdot \|\dot{\mathbf{J}}_2\| + \|\mathbf{C}\| \cdot \|\dot{\boldsymbol{\delta}}\| + \|\dot{\mathbf{E}}\| \\ \|\dot{\mathbf{J}}_2\| = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\dot{\mathbf{J}}_2\| + \|\mathbf{B}\| \cdot \|\dot{\mathbf{J}}_1\| + \|\mathbf{D}\| \cdot \|\dot{\boldsymbol{\delta}}\| + \|\dot{\mathbf{F}}\| \\ \|\dot{\boldsymbol{\delta}}\| = \|\mathbf{G}\| \cdot \|\dot{\mathbf{J}}_1\| + \|\mathbf{H}\| \cdot \|\dot{\mathbf{J}}_2\|, \end{cases} \tag{22}$$

где $\|\dot{\mathbf{J}}_1\|$, $\|\dot{\mathbf{J}}_2\|$, $\|\dot{\boldsymbol{\delta}}\|$, $\|\dot{\mathbf{E}}\|$, $\|\dot{\mathbf{F}}\|$ – комплексные матрицы-столбцы размерности p с элементами $\dot{J}_{1k}$, $\dot{J}_{2k}$, $\dot{\delta}_k$, $\dfrac{\lambda}{\pi}\dot{H}_{01k}$, $\dfrac{\lambda}{\pi}\dot{H}_{02k}$, k=1, 2, … p соответственно; $\|\mathbf{A}\|$, $\|\mathbf{B}\|$, $\|\mathbf{C}\|$, $\|\mathbf{D}\|$, $\|\mathbf{G}\|$,· $\|\mathbf{H}\|$ - вещественные квадратные матрицы размерности p×p с соответствующими элементами

$$a_{kn} = -\mathrm{Re}\left(\frac{\lambda}{2\pi j} \oint_{\Gamma_n} \frac{d\bar{y}}{y_n - x_k} \right), y_n \in \Gamma_n,\ x_k \in D_k;\ b_{kn} = -\mathrm{Im}\left(\frac{\lambda}{2\pi j} \oint_{\Gamma_n} \frac{d\bar{y}}{y_n - x_k} \right), y_n \in \Gamma_n,\ x_k \in D_k;$$

$$c_{kn} = \frac{-\lambda}{\pi} \int_{D_n} \frac{r_{1kn}}{r_{kn}^2} d\tau_n, \quad d_{kn} = \frac{\lambda}{\pi} \int_{D_n} \frac{r_{2kn}}{r_{kn}^2} d\tau_n,\ \vec{r}_{kn} = \vec{i}_1 r_{1kn} + \vec{i}_2 r_{2kn};\ k, n = 1,\ 2,\ \dots p;$$

$$g_{kn} = -\frac{q}{2\pi} \int_{\Gamma_n} \ln r_{kn} dl_{1n}\,,\quad h_{kn} = -\frac{q}{2\pi} \int_{\Gamma_n} \ln r_{kn} dl_{2n}\,,\quad d\vec{l}_n = \vec{i}_1 dl_{1n} + \vec{i}_2 dl_{2n}\,.$$

Полученная система уравнений может быть решена итерационным или прямым методом. Примеры численного решения этих уравнений будут предметом отдельного рассмотрения.

Выводы. Таким образом, в работе обоснован метод математического моделирования квазистационарного электромагнитного поля на основе естественных вторичных источников поля - комплексных векторов намагниченности среды и плотности вихревых токов. Задача сведена к двум интегральным уравнениям относительно этих источников. Для двумерного случая получены дискретные аналоги интегральных уравнений в матричном виде. Приведены формулы для расчета коэффициентов матричных уравнений.

Разработанный метод может быть использован для решения практических задач расчета вихревых токов в магнитопроводящих средах при воздействии гармонического электромагнитного поля.

Список литературы

1. **Петрушенко Е.И.** Постановка задачи по расчету вихревых токов в телах произвольной формы // Известия вузов. Электромеханика, 1966. – № 11. – С. 1181-1184.

2. **Майергойз И. Д.** Интегральные уравнения для расчета трехмерного квазистационарного электромагнитного поля / **И.Д. Майергойз, О.В. Тозони** // Изв. вузов. Электромеханика, 1972. – № 4. – С. 343-349.

3. **Тозони О.В., Маергойз И.Д.** Расчет трехмерных электромагнитных полей – К.: Техніка, 1974. – 352 с.

4. **Галанин М.П., Попов Ю. И.** Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных середах: Математическое моделирование. – М.: Наука. – 1995. – 320 с.

5. **Тихонов Д.Ю.** Комбинированный метод расчета нестационарных плоскопараллельных электромагнитных полей / Д.Ю. Тихонов, А.Н. Ткачев, Й. Центнер // Изв. вузов. Электромеханика, 2002. – №4. – С. 39-48.

6. **Жильцов А.В.** Двумерная интегро-диференциальная модель для расчета вихревых токов в системе кристаллизатор – индукционный перемешиватель с нелинейным масивным магнитопроводом // Электронное моделирование,2007. - Т 29. – № 6. – С. 37-46.

7. **Толмачев С.Т.** Интегральные уравнения для расчета нестационарного электромагнитного поля / **С.Т. Толмачев, А.В. Ильченко, В.А. Власенко** // Вісник Криворізького національного університету,2012 – Випуск 30. – С. 161-165.

8. **Толмачев С.Т.** Специальные методы решения задач магнитостатики. – К.: Вища школа, 1983. – 166 с.

9. **Корн Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / **Г. Корн, Т. Корн**. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

10. **Толмачев С.Т.** Применение обобщенных аналитических функций для исследования статических полей / **С.Т. Толмачев, А.В. Ильченко, С.Л. Бондаревский** // Вісник Криворізького технічного університету,2007. – Вип. 17. – С. 133-138.

Рукопись поступила в редакцию 04.04.12

УДК 624.04

А.И. ВАЛОВОЙ, канд. техн. наук, проф.,
В.Л. ВОРОНА́˙, магистрант, ГВУЗ «Криворожский национальный университет»

ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ЗДАНИЯ И ИХ ПОСЛЕДСТВИЯ

В статье приведены основные виды воздействий на здания. Также представлены последствия их влияния на техническое состояние зданий и сооружений.

Проблема и ее связь с научной и практической задачей. Обеспечение долговечности строительных конструкций зданий и сооружений - одна из важнейших задач сохранения основных фондов страны. Обеспечение долговечности бетонных и железобетонных конструкций - процесс комплексный и сложный. Решение этой сложной задачи должно начинаться с момента проектирования, но нельзя сказать, что должно заканчиваться сдачей в эксплуатацию здания и сооружения. Длительная надежная эксплуатация зданий в течение расчетного срока службы должна грамотно обеспечиваться службой эксплуатации зданий.

Во всем мире вопросам долговечности уделяют первостепенное внимание. И это не случайно, поскольку по статистическим оценкам, от 15 до 75 % конструкций зданий и сооружений различного назначения подвергаются воздействию агрессивных сред. Кроме того, по различным экспертным оценкам, от 5 до 10 % строительных конструкций ежегодно выходят из строя. Учитывая старение основных фондов страны, этот процесс будет прогрессировать.

Основные конструкции зданий и сооружений выполняются из бетона и железобетона. Поэтому защита этих конструкций от различных воздействий и разрушения для увеличения их долговечности и поддержания требуемых эксплуатационных качеств - зданий и сооружений имеет важное практическое значение.

Постановка задачи. В процессе эксплуатации каждое здание находится под воздействием двух групп факторов: внешних, или природных, и внутренних, связанных с происходящим в здании технологическим или функциональным процессом. Природные факторы весьма разнообразны. Они действуют на здания на поверхности и под землей, раздельно и в различных сочетаниях в зависимости от климатических, гидрогеологических и других условий. Правильный учет воздействия всех этих факторов как при проектировании зданий и сооружений, так и во время эксплуатации имеет важное значение в обеспечении заданной их долговечности при минимальных затратах сил и средств как на возведение, так и на их эксплуатацию.